نظرية التكاليف:

1.مفهوم التكاليف:

يعرف الاقتصاديون التكاليف تعريفا مختلفا عن التعريف الذي يستخدمه المحاسبون. فالاقتصاديون يستخدمون تعريفا للتكاليف يساعد المشروعات الإنتاجية على اتخاذ القرارات الخاصة بما يجب أن ينتج؟ وما هو حجم الإنتاج؟ بينما يهتم المحاسبون بتحديد قيمة الأرباح أو الخسائر من البيانات المتوافرة عن الإيرادات والتكاليف.

ويقتصر مفهوم التكاليف من وجهة النظر المحاسبية على التكاليف المدفوعة والمستحقة للغير من قبل المشروع لأصحاب عناصر الإنتاج، أما مفهوم التكاليف من وجهة النظر الاقتصادية فيشمل التكاليف الصريحة والضمنية.

1.1.المفهوم المحاسبي للتكاليف:

وفقا لهذا المفهوم يقصد بالتكاليف المدفوعات النقدية الفعلية التي يتحملها المشروع الإنتاجي مقابل إنتاج حجم معين من السلعة أو الخدمة خلال فترة زمنية معينة؛ أي أنها مدفوعات نقدية للغير مقابل الحصول على خدماتهم الإنتاجية مثل أجور العمال، وقيمة المواد الخام المشتراة من الغير، ومدفوعات مقابل استخدام الطاقة والمياه،...وهذه المدفوعات تم دفعها صراحة للغير مقابل الانتفاع بخدماتهم الإنتاجية، وبذلك تمثل هذه التكاليف من وجهة النظر المحاسبية مدفوعات صريحة.

2.1.المفهوم الاقتصادي للتكاليف:

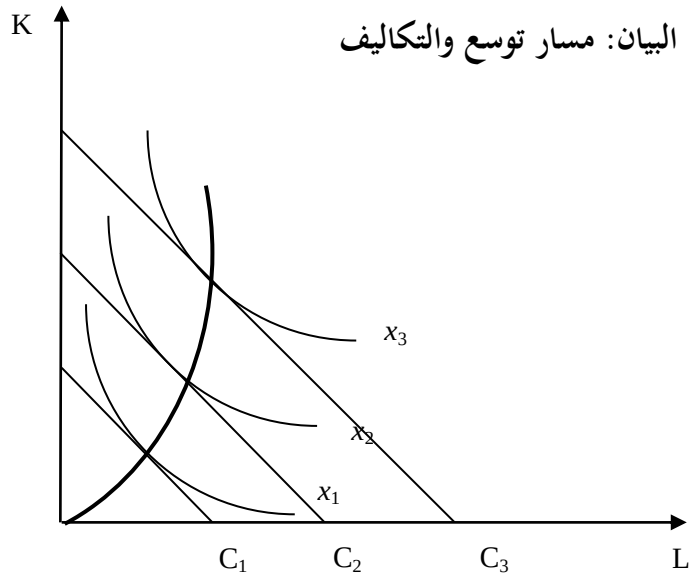
وفقا لهذا المفهوم تشمل التكاليف عنصرين هما التكاليف الصريحة (التكاليف المحاسبية) والتكاليف الضمنية؛ وتتمثل في قيمة المدفوعات لعناصر الإنتاج المملوكة لصاحب المشروع الإنتاجي. فصاحب المشروع الإنتاجي قد يمتلك أرضا ليقيم عليها المشروع أو أموالا يقوم بتشغيلها داخل المشروع أو قد يسهم بجهده في إدارة أو تشغيل المشروع الإنتاجي. ومثل هذه الخدمات لا يدفع صاحب المشروع مقابلا نقديا لها، إلا أنها تمثل تكلفة لابد أن يتم حسابها على أساس أقصى عائد يمكن لصاحب المشروع الإنتاجي الحصول عليه لو قام بتأجير هذه الخدمات للغير. وهذا ما يعرف بتكلفة الفرصة البديلة، فاستخدام هذه الخدمات داخل المشروع الإنتاجي يتضمن التضحية بعائد هذه الخدمات في حالة تأجيرها للغير. ففي حالة إقراضه أمواله للغير أو قيامه بإيداعها في أحد البنوك يحصل على فائدة مقابل ذلك، وفي حالة تأجير أرضه للغير يحصل على إيجار لها. ومثل هذه الفرص الضائعة لابد وأن تحسب كأحد عناصر التكاليف وفقا للمفهوم الاقتصادي للتكاليف.

2.دالة الإنتاج وتكاليف المدى الطويل:

تقدم دالة الإنتاج المعلومات التي تساعد في بناء خريطة منحنيات تساوي الكميات، كما تساعد المعلومات حول أسعار عناصر الإنتاج في بناء منحنيات التكاليف المتساوية. وأخيرا يختار المقاول العقلاني المستوى المميز يتساوي المعدل الحدي للإحلال التقني ونسبة أسعار عناصر الإنتاج.كل نقطة توازن تحدد مستوى إنتاج معين والتكلفة الكلية المرتبطة بهذا المستوى. بهذه المعلومات يمكن بناء جدول أو منحنى يربط التكلفة الكلية ومستوى المنتوج، أي: $\mathrm{CT} = \varphi(Q)$

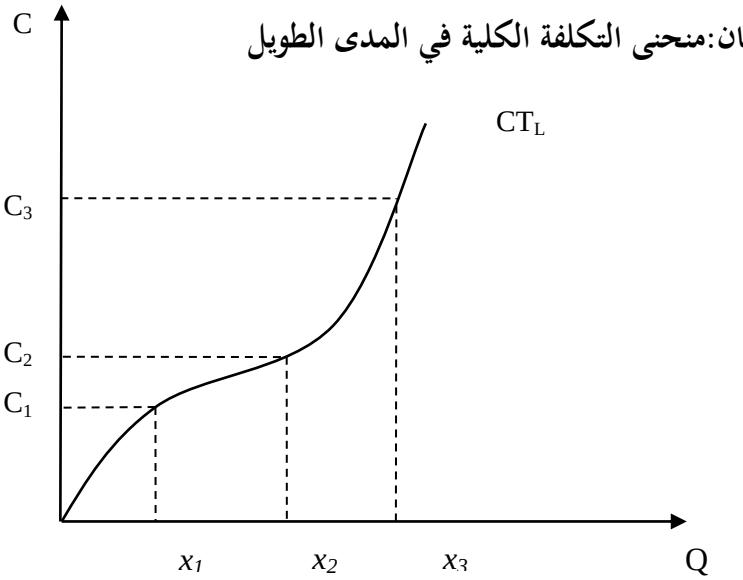
انطلاقا من تعريف دالة المسار الأمثل للتطور يمكن تحديد التكلفة الأدنى للحصول على مستوى معين من المنتوج.
اعتبر البيان التالي:

البيان: مسار توسع والتكاليف



ينتج x_1 بتكلفة C_1 ، كما ينتج x_2 بتكلفة C_2 إلى غير ذلك، ويلاحظ أنه كلما ازداد مستوى الإنتاج ازدادت التكلفة وهذا يؤدي إلى البيان التالي:

البيان:منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل



يمثل المنحنى CT_L منحنى التكلفة الكلية في المدى الطويل.

ملاحظة: يستخرج المنحنى CT_L مباشرة من المسار الأمثل للتطور، ويربط بين مستوى الإنتاج والتكلفة الأدنى الضرورية لإنتاج هذا المستوى.

اعتبر عناصر الإنتاج K و L بأسعار r و w والمنتوج x بسعر P. يكون تحضير إستراتيجية الإنتاج من طرف المقاول مرتبط بثلاثة أنواع من المعلومات:

- دالة الإنتاج: $\mathrm{Q} = f(K, L)$
- القيد الميزاني أو معادلة التكلفة: $\mathrm{C} = wL + \mathrm{rK}$
- الكثافة الرأسمالية للإنتاج التي تظهر في دالة المسار الأمثل لتطور الإنتاج: $g(K, L) = 0$

- **مثال عددي:**

اعتبر دالة إنتاج مؤسسة ما من الشكل: $\mathrm{Q} = f(K, L) = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}$

- أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني وفسر معناه.
- أوجد دالة المسار الأمثل لتطور الإنتاج.
- إذا كانت أسعار K و L هي على التوالي: $\mathrm{r} = 10$ و $\mathrm{w} = 4$، أوجد دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل.

- **الحل:**

لدينا: $\mathrm{Q} = f(K, L) = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}}$

- حساب المعدل الحدي للإحلال التقني وتفسيره:

$$\mathrm{TMST} = \frac{\mathrm{Pmg_L}}{\mathrm{Pmg_K}} = \frac{\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{L}}}{\frac{\partial \mathrm{Q}}{\partial \mathrm{K}}} = \frac{K^{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} L^{\frac{1}{4}-1}}{\frac{1}{4} K^{\frac{1}{4}-1} L^{\frac{1}{4}}} = \frac{K^{\frac{1}{4}} L^{-\frac{3}{4}}}{L^{\frac{1}{4}} K^{-\frac{3}{4}}} = \frac{K^{\frac{1}{4}} k^{\frac{3}{4}}}{L^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}} \rightarrow \mathrm{TMST} = \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{L}}$$

التفسير:

يتنازل المنتج عن وحدة واحدة من العمل ويعوضها بوحدة واحدة من رأس المال حتى يحافظ على نفس مستوى الإنتاج الكلي.

- إيجاد دالة المسار الأمثل لتطور الإنتاج:

في التوازن لدينا:

$$\mathrm{TMST} = \frac{w}{r} \rightarrow \frac{\mathrm{K}}{\mathrm{L}} = \frac{w}{r} \rightarrow K = \frac{w}{r} L$$

- إيجاد دالة التكلفة الكلية في المدى الطويل إذا كانت أسعار K و L هي على التوالي: $\mathrm{r} = 10$ و $\mathrm{w} = 4$، لدينا مما سبق:

$$K = \frac{w}{r} L \rightarrow K = \frac{4}{10} L \qquad (1)$$

بتعويض المعادلة (1) في دالة الإنتاج نجد:

$$\mathrm{Q} = K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}} = L^{\frac{1}{4}} \left(\frac{4}{10} L\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{4}{10}\right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{4}{10}\right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}}$$

$$Q = \left(\frac{4}{10}\right)^{\frac{1}{4}} L^{\frac{1}{2}} \rightarrow L^{\frac{1}{2}} = \frac{Q}{\left(\frac{4}{10}\right)^{\frac{1}{4}}} \rightarrow L = \frac{Q^2}{\left(\frac{4}{10}\right)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow L = \frac{10^{\frac{1}{2}} Q^2}{4^{\frac{1}{2}}} \qquad (2)$$

بتعويض المعادلة (2) في (1) نجد:

$$K = \frac{4}{10}\left[\frac{10^{\frac{1}{2}} Q^2}{4^{\frac{1}{2}}}\right] \rightarrow K = \frac{4^{\frac{1}{2}} Q^2}{10^{\frac{1}{2}}} \qquad (3)$$

نعوض (2) و (3) في دالة التكلفة نجد:

$$CT = 4L + 10\mathrm{K} \rightarrow CT = 4\left[\frac{10^{\frac{1}{2}} Q^2}{4^{\frac{1}{2}}}\right] + 10\left[\frac{4^{\frac{1}{2}} Q^2}{10^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$CT = 4^{\frac{1}{2}}\ 10^{\frac{1}{2}} Q^2 + 4^{\frac{1}{2}}.10^{\frac{1}{2}} Q^2 \rightarrow CT = 2\left(4^{\frac{1}{2}}.10^{\frac{1}{2}} Q^2\right)$$

$$CT = 4\left(10^{\frac{1}{2}} Q^2\right)$$

3.التكاليف في المدى القصير:

1.3.التكاليف الكلية: تعرف بأنها مجموع التكاليف المرتبطة بحجم معين من الإنتاج، وتنقسم إلى:

- **التكاليف الثابتة الكلية** CFT: هي التكاليف المستقلة عن حجم الإنتاج. هناك تكاليف تتحملها المؤسسة في كل الحالات مهما كان مستوى نشاطها مثل: الإيجار، التأمينات، الصيانة المستمرة للمعدات، دفع الفوائد. هي نفقات يجب أن تتحملها المؤسسة مهما كان مستوى الإنتاج كبير أو ضعيف، أو حتى معدوم. على البيان الموالي، منحنى التكلفة الثابتة CFT هو إذا خط مستقيم موازي لمحور الكميات.
- **التكاليف المتغيرة الكلية** CVT: تكون تابعة لمستوى الإنتاج أي: $\mathrm{CVT} = \varphi(Q)$ مثل استهلاك المواد الأولية. التكاليف المتغيرة CVT تكون إذا دالة متزايدة لمستوى الإنتاج Q (وهو ما يكتب رياضيا على الشكل $\varphi'(Q) > 0$). يبدأ المنحنى CVT من نقطة الأصل، لأن التكاليف المتغيرة تتغير مع حجم الإنتاج، فإذا كان حجم الإنتاج معدوم تكون التكاليف المتغيرة معدومة، وإذا زاد حجم الإنتاج تزداد التكاليف المتغيرة. ولكن وتيرة نمو المنحنى CVT يفترض أن تكون متغيرة: في المرحلة الأولى، وتيرة النمو تكون متناقصة ($\varphi'' < 0$) ثم تمر عبر أدنى قيمة لها ($\varphi'' = 0$)، وهو ما يمثل نقطة انعطاف في المنحنى CVT) قبل أن يتزايد بوتيرة متزايدة ($\varphi'' > 0$) .
- **التكلفة الكلية CT**: هي مجموع التكاليف الثابتة والمتغيرة:

$\mathrm{CT} = CFT + \mathrm{CVT} = \mathrm{CFT} + \varphi(\mathrm{Q})$. التغيرات في التكلفة الكلية تؤدي الى تغيرات في منحنى التكلفة المتغيرة. يتم الحصول على منحنى التكاليف الكلية بالتجميع الرأسي لمنحنيي التكاليف الثابتة والمتغيرة عند كل حجم من أحجام الإنتاج، ومنحنى التكاليف الكلية لا يبدأ من نقطة الأصل مثل التكاليف المتغيرة، لأنه عند

حجم الإنتاج الصفري تكون التكاليف الكلية مساوية للتكاليف الثابتة، ومنحنى التكاليف الكلية يأخذ نفس شكل منحنى التكاليف المتغيرة، فكل منهما يزيد في البداية بمعدل متناقص ثم بعد ذلك يزيد بمعدل متزايد.

2.3.التكلفة الحدية Cm: هي مقدار التغير في التكاليف الكلية أو التكاليف المتغيرة الناتج عن تغير حجم الإنتاج بوحدة واحدة، أي أنها تكلفة الوحدة الأخيرة من الإنتاج.

ومنه: $\mathrm{Cm} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$، حيث $\mathrm{Cm} = \mathrm{CT}$ عندما $\mathrm{Q} = 1$.

مثلما التكلفة الثابتة مستقلة عن حجم الإنتاج، فان التكلفة الحدية مستقلة عن التكلفة الثابتة:

$$\mathrm{Cm} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q} = \frac{\Delta CFT + \Delta CVT}{\Delta Q} = \frac{\Delta \mathrm{CVT}}{\Delta Q}$$ ، لأن $\Delta CFT = 0$

إذا افترضنا أن الزيادة في الإنتاج تكون صغيرة جدا تؤول إلى الصفر (فرضية قابلية القسمة)، التكلفة الحدية تظهر إذا كمشتقة دالة التكلفة الكلية وبطبيعة الحال كمشتقة دالة التكلفة المتغيرة.

لدينا: $\mathrm{Cm} = \frac{\Delta CT}{\Delta Q}$ ، واذا كانت $\mathrm{Q} \to 0$ فان : $\mathrm{Cm} = \frac{dCT}{dQ} = \frac{dCVT}{dQ} = \varphi'(\mathrm{Q})$

مسار منحنى التكلفة الحدية (في البيان الموالي) يمكن استخلاصه. افترضنا سابقا أن التكلفة المتغيرة هي دالة متزايدة لحجم الإنتاج، وهذا يعني $\varphi'(Q) > 0$: ومنه فان التكلفة الحدية هي موجبة بالضرورة تبعا للفرضية المعطاة. كما افترضنا أن $\varphi'' < 0$ عندما يكون $Q < Q_1$ و $\varphi'' > 0$ عندما يكون $Q > Q_1$؛ ومنه فان التكلفة الحدية متناقصة عند $Q < Q_1$ ومتزايدة من أجل $Q > Q_1$ ، وثابتة عند $Q = Q_1$ حيث تمر بأدنى قيمة لها:

$$\frac{dCm}{dQ} = \frac{\mathrm{d}[\varphi'(\mathrm{Q})]}{dQ} = \varphi''(\mathrm{Q})$$

3.3.التكاليف المتوسطة أو الوحدوية: تمثل التكاليف العامة لوحدة واحدة منتجة[1]. ومنه هناك ثلاثة أنواع من التكاليف المتوسطة:

- **التكلفة الثابتة المتوسطة CFM**: تمثل التكلفة الثابتة لوحدة واحدة من الإنتاج : $CFM = \frac{CFT}{Q}$

تمثيل تطور منحنى CFM بدلالة الكميات المنتجة Q (هو المنحنى المتقطع في البيان)؛ نلاحظ أن المنحنى يكون متناقص لأن نفس التكلفة توزع على إنتاج متزايد، لأن إنتاج الحجم أو الكتلة يسمح بتوزيع التكاليف الثابتة على عدد كبير من الإنتاج. رياضيا، من الواضح أنه عندما:

$\mathrm{Q} \to +\infty$ فان $CFM = \frac{CFT}{Q} \to 0$، و لما $\mathrm{Q} \to 0$ فان $CFM = \frac{CF}{Q} \to +\infty$.

- **التكلفة المتغيرة المتوسطة CVM**: تمثل التكلفة المتغيرة التي تتحملها كل وحدة من الإنتاج:

$$\mathrm{CVM} = \frac{CVT}{Q} = \frac{\varphi(\mathrm{Q})}{Q}$$

خصائص مسار المنحنى CVM بدلالة الكميات المنتجة يمكن تحديدها كما يلي:

[1] تهتم المشروعات الإنتاجية بتحديد تكلفة الوحدة الواحدة من إنتاجها، لأن المبيعات تحدد بسعر الوحدة الواحدة منها.

- منحنى التكلفة الحدية Cm يقطع منحنى CVM في أدنى قيمة له؛
- يكون CVM متناقص عندما يكون المنحنى Cm تحت المنحنى CVM.
- يكون CVM متزايد عندما يكون Cm فوق المنحنى CVM .

يصل CVM إلى أدنى قيمة له عندما تنعدم مشتقته، أي:

$$\frac{d(CVM)}{dQ} = 0 \rightarrow \frac{d\left[\frac{\varphi(Q)}{Q}\right]}{dQ} = \frac{Q\,\varphi'(Q)-\varphi(Q)}{Q^2} = 0 \rightarrow \varphi'(Q) = \frac{\varphi(Q)}{Q}$$
$$\rightarrow Cm = CVM$$

التكلفة الحدية تساوي التكلفة المتغيرة المتوسطة في أدنى قيمة لها، وتعرف القيمة الدنيا بانعدام المشتقة مما يبرهن على الخاصية الأولى. أما فيما يتعلق بالخاصيتين الثانية والثالثة لدينا:

$$\frac{d(CVM)}{dQ} < 0 \rightarrow \varphi'(Q) < \frac{\varphi(Q)}{Q} \rightarrow Cm < CVM$$
$$\frac{d(CVM)}{dQ} > 0 \rightarrow \varphi'(Q) > \frac{\varphi(Q)}{Q} \rightarrow Cm > CVM$$

- **التكلفة الكلية المتوسطة** CM: تمثل التكلفة الكلية لكل وحدة من الإنتاج.

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{CFT+CVT}{Q} = \frac{CFT+\varphi(Q)}{Q} = CFM + CVM$$

ويأخذ منحنى متوسط التكلفة الكلية نفس سلوك منحنى متوسط التكلفة المتغيرة، إلا أنها تزيد عنها دائما بمقدار متناقص هو متوسط التكلفة الثابتة CFM.

خصائص مسار المنحنى CM بدلالة الكميات المنتجة يمكن تحديدها كما يلي:

- منحنى التكلفة الحدية Cm يقطع منحنى CM في أدنى قيمة له؛
- يكون CM متناقص عندما يكون المنحنى Cm تحت المنحنى CM.
- يكون CM متزايد عندما يكون Cm فوق المنحنى CM .

يصل CM إلى أدنى قيمة له عندما تنعدم مشتقته بالنسبة لـ Q، ومنه:

$$\frac{d(CM)}{dQ} = 0 \rightarrow \frac{Q\,\varphi'(Q)-[CF+\varphi(Q)]}{Q^2} = 0 \rightarrow \varphi'(Q) = \frac{CF+\varphi(Q)}{Q} \rightarrow Cm = CM$$

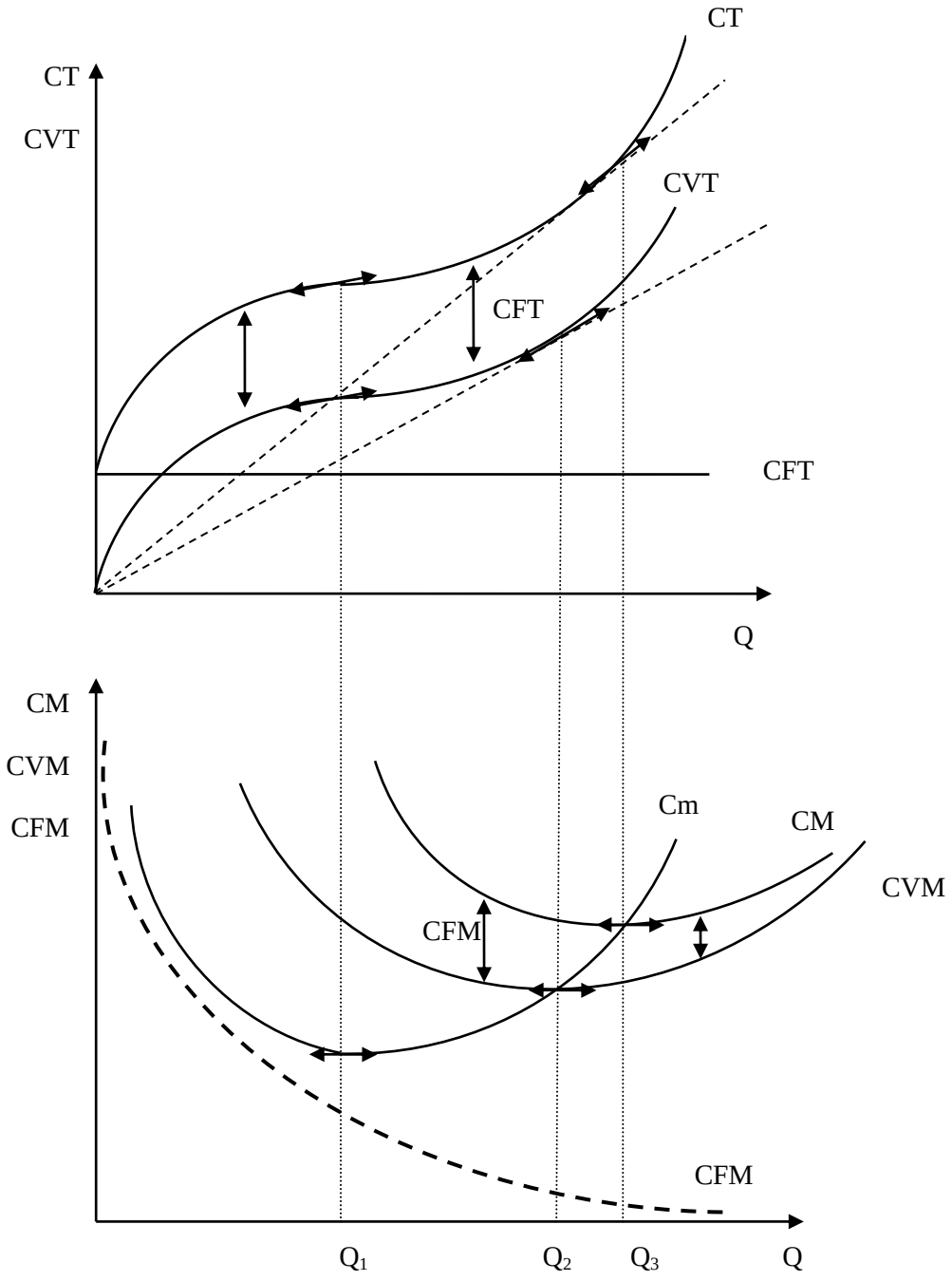
وإذا كان $Cm < CM$ فان CM تتناقص:

$$\frac{d(CM)}{dQ} < 0 \rightarrow \varphi'(Q) < \frac{CF+\varphi(Q)}{Q} \rightarrow Cm < CM$$

إذا كان $Cm > CM$ فان CM تتزايد:

$$\frac{d(CM)}{dQ} > 0 \rightarrow \varphi'(Q) > \frac{CF+\varphi(Q)}{Q} \rightarrow Cm > CM$$

البيان: مختلف تكاليف المدى القصير (الكلية، المتوسطة والحدية)



ملاحظات:

- تأخذ دالة التكلفة شكل عكسي بالنسبة لدالة الإنتاج (إنتاج متزايد يؤدي إلى تكلفة متناقصة والعكس صحيح)؛
- الفرق العمودي بين منحنى التكاليف الكلية CT ومنحنى التكاليف المتغيرة الكلية CVT ثابت ويساوي دائما التكاليف الكلية الثابتةCFT ، وكلا المنحنيين لهما نفس الميل؛

- تكون التكلفة الكلية CT متزايدة بمعدل متناقص حتى نقطة الانعطاف (Q_1) وتتزايد بعدها بمعدل متزايد؛
- يقطع منحنى التكلفة الحدية Cm منحنيي التكلفة الكلية المتوسطة CM والتكلفة المتوسطة المتغيرة CVM في نقاطهما الدنيا؛
- المنحنى CFM يتناقص كلما ازداد حجم الإنتاج Q؛
- المنحنيين CM و CVM يتقاربان من بعضهما البعض وهذا راجع إلى نقصان CFM.

4.العلاقة بين الإنتاجيات والتكاليف:

في الفترة القصيرة يعتمد حجم إنتاج سلعة معينة على الكمية المستخدمة من عنصر الإنتاج المتغير (العمل L)، والكمية المستخدمة من عنصر الإنتاج الثابت (رأس المال K)، ولذلك فان تكاليف الإنتاج التي يتحملها المشروع الإنتاجي تتكون من تكلفة عنصر الإنتاج المتغير، والذي يعكس التكاليف المتغيرة، وتكلفة عنصر الإنتاج الثابت، وتمثلها التكاليف الثابتة.

التكاليف الثابتة: $\mathrm{CFT} = \mathrm{r.K}$

التكاليف المتغيرة: $\mathrm{CVT} = \mathrm{w.L}$

التكاليف الكلية: $\mathrm{CT} = CFT + \mathrm{CVT} = \mathrm{rK} + \mathrm{wL}$.

انطلاقا من المعلومات السابقة يمكن كتابة :

$$\mathrm{CFM} = \frac{CFT}{Q} = \frac{\mathrm{r.K}}{Q} = r.\frac{\mathrm{K}}{Q} = r.\frac{1}{PM_K} = \frac{r}{PM_K}$$

$$\mathrm{CVM} = \frac{CVT}{Q} = \frac{\mathrm{w.L}}{Q} = w.\frac{\mathrm{L}}{Q} = w.\frac{1}{PM_L} = \frac{w}{PM_L}$$

$$\mathrm{CTM} = \frac{CT}{Q} = \frac{CFT}{Q} + \frac{CVT}{Q} = \frac{r}{PM_K} + \frac{w}{PM_L}$$

$$\mathrm{Cmg} = \frac{dCT}{dQ} = \frac{\mathrm{d(CVT+CFT)}}{dQ} = \frac{\mathrm{d(wL+rK)}}{dQ} = \frac{dwL}{dQ} + \frac{drK}{dQ} = \frac{dwL}{dQ} = w\frac{dL}{dQ} = \frac{w}{Pmg_L}$$

ومنه توجد علاقة عكسية بين الإنتاجيات المختلفة والتكاليف المختلفة، ويمكن تفسير شكل دوال التكلفة على أساس ما يسمى بقانون "الإنتاجية الحدية المتناقصة".

- **مثال عددي:**

إذا كانت دالة إنتاج شركة ما على الشكل التالي: $Q = 10L^{0,5}K^{0,5}$ وكانت أسعار عناصر الإنتاج: حيث رأس المال ثابت : $\mathrm{K} = 2$، وأسعار عناصر الإنتاج هي على التوالي: $\mathrm{r} = 10\,, w = 25$

- أوجد دالة التكلفة الكلية في المدى القصير
- استنتج التكاليف الكلية، المتوسطة والحدية.

- **الحل:**

في المدى القصير لدينا K ثابت وL متغير:

$$Q = 10L^{0,5}K^{0,5} \rightarrow L^{0,5} = \frac{Q}{10K^{0,5}} \rightarrow L^{0,5} = \frac{Q}{10(2)^{0,5}} \rightarrow L = \frac{Q^2}{200}$$

- دالة التكلفة الكلية:

$$CT = wL + rK \rightarrow CT = 25\left[\frac{Q^2}{200}\right] + 10(2) \rightarrow CT = \frac{Q^2}{8} + 20$$

- استنتاج مختلف التكاليف:

التكاليف الكلية:

$$CT = \frac{Q^2}{8} + 20$$
$$CVT = \frac{Q^2}{8}$$
$$CFT = 20$$

التكاليف المتوسطة (الوحدوية):

$$CM = \frac{CT}{Q} = \frac{Q}{8} + \frac{20}{Q}$$
$$CVM = \frac{CVT}{Q} = \frac{Q}{8}$$
$$CFM = \frac{CFT}{Q} = \frac{20}{Q}$$

التكلفة الحدية:

$$Cm = \frac{dCT}{dQ} = \frac{Q}{4}$$

5.التكاليف في المدى الطويل:

نعتبر وبصفة عامة أن المدى الطويل هو أفق التخطيط، لأنه يمنح إمكانية التخطيط مسبقا، بالنسبة للأعوان الاقتصاديين مستهلكين أو منتجين، واختيار عدة خطط للمدى القصير التي تنفذ في المستقبل، حيث أنه في المدى الطويل تكون كل العناصر قابلة للتغيير.

نفترض أن سلعة ما تنتج بمساعدة 3 مصانع بأحجام مختلفة وبالنسبة لكل مصنع ترتبط به تكلفة متوسطة للمدى القصير مثلما يظهر في البيان الموالي.

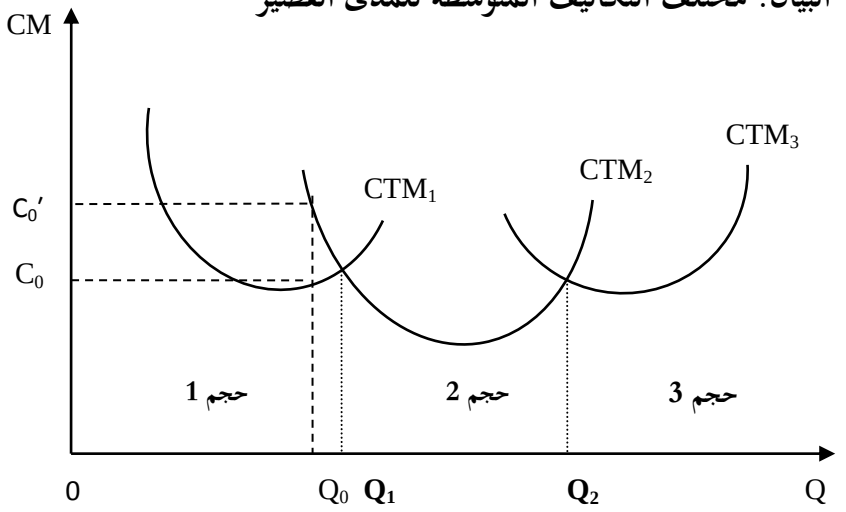
نلاحظ إذا أنه ما بين 0 و Q_1 من مصلحة الشركة أن تستعمل مصنع بحجم 1(أو التجهيزات 1)، لأن هذا يسمح بالإنتاج بأقل تكلفة، حيث يفضل إنتاج الكمية Q_0 بتكلفة C_0 (الموجودة على المنحنى CM_1)، أحسن من C_0' (الموجودة على المنحنى CM_2).

إذا كان مستوى الإنتاج ما بين Q_1 وQ_2، فان الشركة يجب أن تنتقل إلى التجهيزات 2، وإذا تجاوز مستوى الإنتاج Q_2 فان الشركة يجب أن تستعمل التجهيزات 3. وهكذا بالنسبة للقيم الممكنة لـ Q، فان المؤسسة سوف تقرر اختيار حجم التجهيزات المناسب. ومنه فان مستويات الإنتاج Q_1 و Q_2 هي التي تحدد وقت التغير

في حجم التجهيزات. ومنه فان المؤسسة المعنية تدمج إذا أفق المدى الطويل عبر استعمال في كل مرة تجهيزات بحجم مختلف. ومنه فمن الضروري بالنسبة لها تحديد التكلفة المتوسطة للمدى الطويل مع العلم أنها تعرف جيدا التكاليف المتوسطة للمدى القصير، لأنه في كل مرحلة إنتاج تنتقل إلى تجهيزات أكثر ملائمة.

هذا التحليل يؤدي إلى التمثيل البياني التالي:

البيان: مختلف التكاليف المتوسطة للمدى القصير



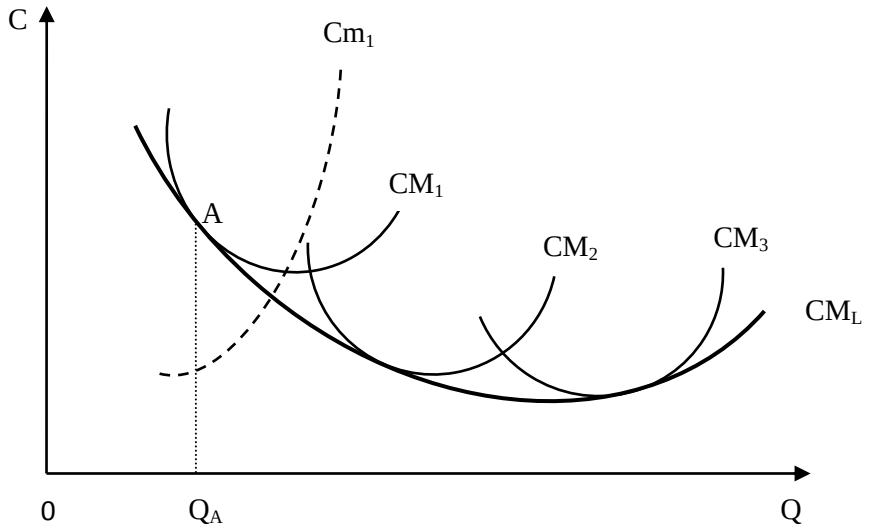
1.5.التكلفة المتوسطة للمدى الطويل:

من الواضح أنه عندما ننتقل من حجم تجهيزات 1 (ومنه CM_1) إلى حجم تجهيزات 3 (CM_3)، الشركة تنتقل أيضا من المدى القصير إلى المدى الطويل.

بشكل عام، إذا افترضنا تعدد التكاليف المتوسطة لفترات قصيرة متتالية، فان منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل يغلف منحنيات التكاليف المتوسطة للمدى القصير. حسب نظرية الاقتصاد الجزئي فان منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل (CM_L) يكون أولا متناقص، يصل إلى أدنى قيمة له ثم يصبح متزايد، ويسمى المنحنى الغلاف la courbe enveloppe.

بصفة عامة، منحنى التكلفة المتوسطة للمدى القصير ليس دائما مماس لمنحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل في نقطته الدنيا. وبصيغة أخرى، كل منحنى تكلفة متوسطة للمدى القصير موجودة به نقطة مماس مختلفة مع المنحنى الغلاف (منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل). وبيانيا هذا يعطينا الوضعية التالية:

البيان: منحنى التكلفة المتوسطة للمدى الطويل



2.5.التكلفة الحدية للمدى الطويل:

التكلفة الحدية في المدى الطويل لديها نقطة تقاطع مع كل منحنى تكلفة حدية في المدى القصير، عندما تكون التكلفة المتوسطة المرتبطة بها في وضعية مماس مع منحنى الغلاف (التكلفة المتوسطة في المدى الطويل). رياضيا هذا يعني أن ميل منحنى التكلفة المتوسطة في المدى القصير يساوي ميل منحنى التكلفة المتوسطة في المدى الطويل.

وهكذا، إذا أخذنا البيان السابق، في النقطة A على سبيل المثال نلاحظ أن هذه الوضعية محققة، بمعنى:

$$\frac{\mathrm{dCM_L}}{\mathrm{dQ}} = \frac{dCM}{dQ}$$

إضافة إلى ذلك، وفي نفس النقطة نلاحظ المساواة التالية: $\mathrm{CM_L} = CM$

في حين أن، $\frac{\mathrm{dCM_L}}{\mathrm{dQ}} = \frac{d\left[\frac{CT_L}{Q}\right]}{dQ} = \frac{\mathrm{Cm_L}}{Q^2}Q - \frac{CT_L}{Q^2}$

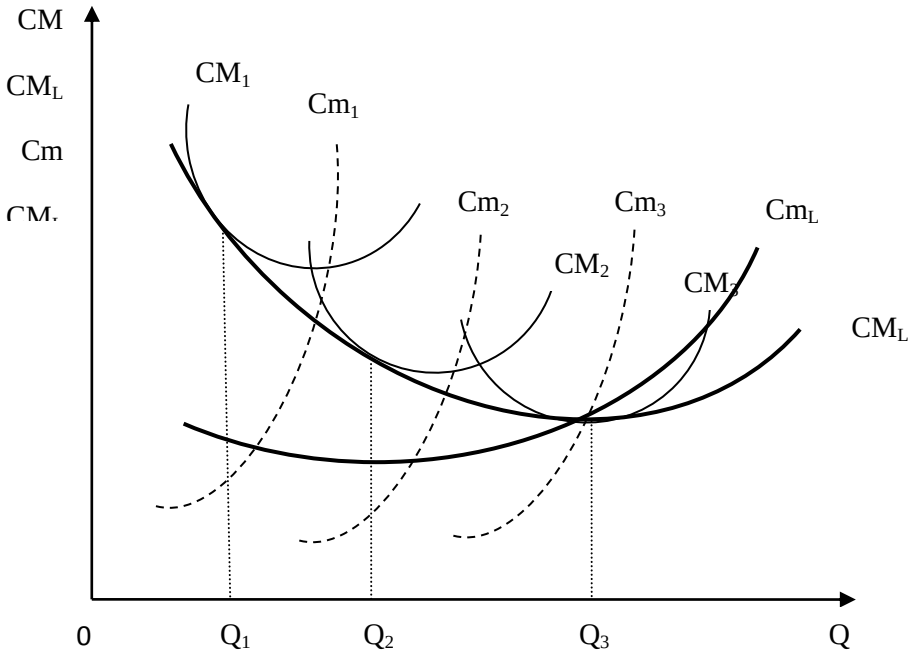
ومنه لدينا: $\frac{\mathrm{d}CM}{\mathrm{dQ}} = \frac{\mathrm{Cm}}{Q} - \frac{CM}{Q}$

بالإضافة إلى ذلك في النقطة A، $\mathrm{CM_L} = CM$، ومنه فان تساوي الميلين يعني في الأخير أن: $\mathrm{Cm_L} = Cm$ بالنسبة للكمية $\mathrm{Q_A}$.

وفي الأخير إذا كانت التكلفة المتوسطة في المدى القصير تساوي أدنى قيمة في التكلفة المتوسطة في المدى الطويل، ومنه فان التكلفة الحدية للمدى القصير تساوي التكلفة الحدية للمدى الطويل.

بيانيا هذا يؤدي إلى الوضعية التالية:

البيان: منحنى التكلفة الحدية للمدى الطويل



6.مردوديات الحجم المتزايدة واقتصاديات الحجم:

مفهوم اقتصاديات الحجم économies d'échelle تعود إلى انخفاض التكلفة الوحدوية (المتوسطة).

مردوديات الحجم المتزايدة les rendements d'échelle croissants تعود إلى تغير الكمية المنتجة.

مردوديات الحجم المتزايدة تساهم في ظهور اقتصاديات الحجم، ولكن واحدة تقيس التكلفة والأخرى تقيس الكمية المنتجة.

إن مصطلح اقتصاديات الحجم يطلق في المدى الطويل عندما تكون كل عناصر الإنتاج متغيرة. إذا قرر المنتج زيادة وبنفس النسبة في كل عناصر الإنتاج (تغيير حجم إنتاجه)، فان ارتفاع الإنتاج الناتج عن ذلك يمكن أن يكون:

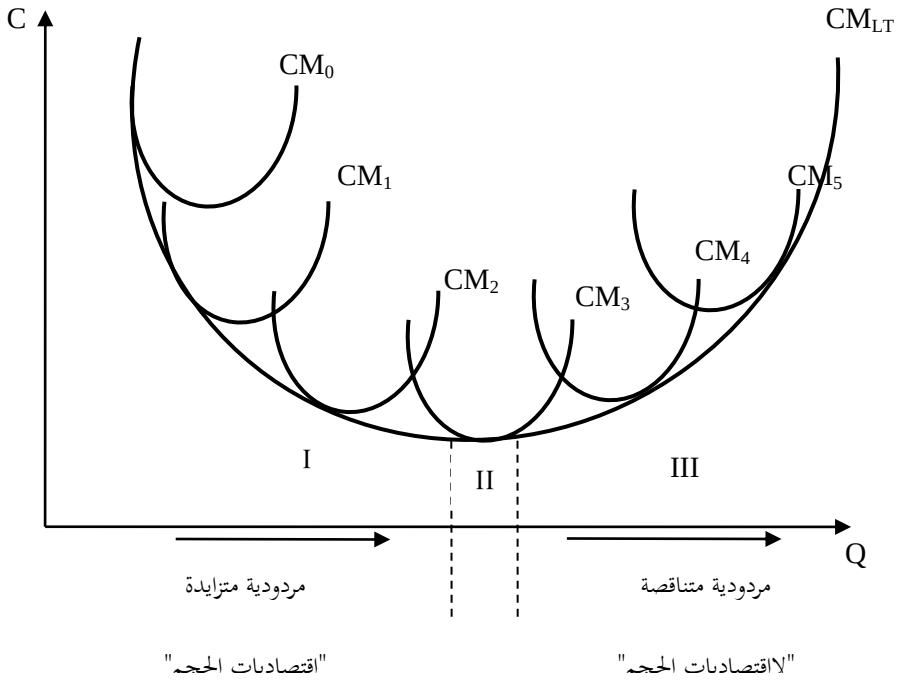
- بنسبة أقل من ارتفاع عناصر الإنتاج (مردودية حجم متناقصة ولا اقتصاديات الحجم Les déséconomies d'échelle)
- زيادة وبنفس النسبة (مردودية حجم ثابتة).
- بنسبة أكبر (مردودية حجم متزايدة واقتصاديات الحجم des économies d'échelle).

العلاقة بين زيادة حجم المؤسسة والفعالية الإنتاجية الناتجة عن ذلك موجودة في تطور التكلفة المتوسطة. في مرحلة مردودية الحجم المتزايدة (اقتصاديات الحجم)، التكلفة المتوسطة أو الوحدوية تكون متناقصة، في مرحلة مردودية الحجم المتناقصة (لا اقتصاديات الحجم)، التكلفة المتوسطة متزايدة.

عندما تسمح الزيادة في حجم المؤسسة بتقليص التكاليف الوحدوية للإنتاج، المنتج يحقق اقتصاديات الحجم (الجزء المتناقص من منحنى التكلفة المتوسطة). والعكس، عندما يؤدي زيادة حجم المؤسسة إلى ارتفاع التكلفة الوحدوية للإنتاج، المؤسسة تحقق لا اقتصاديات الحجم، بمعنى إنتاجها يدخل في مرحلة مردوديات الحجم المتناقصة.

ويتضح ذلك في البيان التالي:

البيان: مردوديات الحجم واقتصاديات الحجم



- **المرحلة I**: تتناقص التكلفة المتوسطة CM_L وهذا يعني أن الإنتاجية المتوسطة لرأس المال وللعمل تتزايد (نظرا لوجود علاقة عكسية بين CM و PM) وهذا يعني أن الكمية المنتجة تتزايد بنسبة أكبر من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج، ومنه فان غلة الحجم متزايدة، والمؤسسة تحقق اقتصاديات الحجم.
- **المرحلة II**: CM_L ثابتة وهذا يعني أن الإنتاجية المتوسطة لرأس المال وللعمل تكون ثابتة، أي أن الكمية المنتجة تتزايد بنفس نسبة الزيادة في عوامل الإنتاج، ومنه فان غلة الحجم ثابتة.
- **المرحلة III**: CM_L تتزايد وهذا يعني أن الإنتاجيات المتوسطة للعمل PM_L ولرأس المال PM_K تتناقص، أي أن الكمية المنتجة تتزايد بنسبة أقل من نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج، ومنه فان غلة الحجم متناقصة والمؤسسة تحقق "لا اقتصاديات الحجم".