



سلسلة التمارين الثانية الخاصة بمقياس إحصاء 1

التمرين رقم 1:

1. أحسب الوسط الحسابي والوسيط لكل من X_i و Y_i حيث:

$$\{X_i: 30; 50; 42; 1; 35; 25; 15\}$$

$$\{Y_i: 21; 4; 40; 10; 15; 3; 30; 7\}$$

2. أحسب الوسط الحسابي، الوسيط، والمنوال Z_i : ($\sum F_i = 120$)

Z_i	2	4	6	8	10
$Fr(\%)$	20	15	30	10	25

التمرين رقم 2: بالعودة إلى معطيات التمرين 5 من السلسلة رقم 1.

$Classes$	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60
F_i	8	2	3	3	11	13

أحسب: متوسط الأجور (بالاعتماد على قيم Fr)، الأجر الوسيط، والأجر المنوال.

التمرين رقم 3: ليكن لدينا الجدول التكراري التالي:

$Classes$	160 - 180	180 – 200	200 - 220	220 – 240	240 – 260	260 – 280
F_i	7	20	33	25	11	4

1. أحسب الوسط الحسابي بالطريقة المباشرة، طريقة الوسط الفرضي، وطريقة الانحرافات المختصرة؛

2. أحسب الوسيط بالطريقة الرياضية (بالاعتماد على قيم F_{cc} ثم قيم F_{cd}) والطريقة البيانية؛

3. أحسب القيمة الأكثر شيوعاً (المنوال)؛

4. أحسب قيمة المتوسط الهندسي، المتوسط التوافقي والمتوسط التربيعي.

التمرين رقم 4: الجدول التالي يعرض التوزيع التكرار النسبي لـ 160 عامل حسب الأجر اليومي بالدولار:

40 – 35	35 – 25	25 – X	X – 10	10 – 5	5 – 0	الأجر اليومي
0,05	0,10	0,20	0,30	0,20	0,15	التكرار النسبي

1. أوجد قيمة X علماً أن قيمة الوسيط $Me = 15$ ؛

2. أحسب قيم التكرار المعدل (المصحح) ثم حدد قيمة المنوال حسابياً وبيانياً.

3. أحسب الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$ ، الانحراف الوسيط e_{Me} ، الانحراف الربيعي e_Q ، الانحراف المعياري للعينة

S_x وللمجتمع σ_x ، ثم قيمة معاملي الاختلاف الأول CV_1 والثاني CV_2 .

التمرين رقم 5: ليكن لدينا الجدول التكراري التالي:

5	4	3	2	1	القيم (x_i)
60	52	40	20	8	F_{cc} المجموعة الأولى
4	15	22	49	60	F_{cd} المجموعة الثانية

1. أحسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة لكلتا المجموعتين؛

2. أي المجموعتين أكثر تشتتاً؛

3. إذا علمت أن توزيع المجموعة الأولى متماثل استنتج قيمة الوسيط والمنوال.



الحل النموذجي لسلسلة التمارين الثانية الخاصة بمقياس إحصاء 1

حل التمرين رقم 1:

1. حساب الوسط الحسابي والوسيط لـ Y_i و X_i :

$Y_i: 21; 4; 40; 10; 15; 3; 30; 7$	$X_i: 30; 50; 42; 1; 35; 25; 15$	
$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{130}{8} = 16,25$	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{198}{7} = 28,29$	الوسط الحسابي $\bar{x}$
نرتب القيم تصاعديا كما يلي: $Y_i: 3; 4; 7; 10; 15; 21; 30; 40$ زوجي $n = 8$ $\begin{cases} Rme1 = \frac{n}{2} = 4 \Rightarrow Me1 = 10 \\ Rme2 = \frac{n}{2} + 1 = 5 \Rightarrow Me2 = 15 \end{cases}$ $\Rightarrow Me = \frac{Me1 + Me2}{2} = \frac{10 + 15}{2} = 12,5$	نرتب القيم تصاعديا كما يلي: $X_i: 1; 15; 25; 30; 35; 42; 50$ فردى $n = 7$ $Rme = \frac{n + 1}{2} = 4 \Rightarrow Me = 30$	الوسيط Me

2. حساب الوسط الحسابي، الوسيط، والمنوال لـ Z_i : ($\sum F_i = 120$)

Z_i	2	4	6	8	10	$\sum$
$Fr(\%)$	20	15	30	10	25	100%
Fr	0,2	0,15	0,3	0,1	0,25	1
F_i	24	18	36	12	30	120
$F_i \times Z_i$	48	72	216	96	300	732
F_{cc}	0	24	42	78	90	120 -

1.2 الوسط الحسابي:

$$\bar{Z} = \frac{\sum F_i Z_i}{\sum F_i} = \frac{732}{120} = 6,1$$

يمكن حساب الوسط الحسابي أيضا بالاعتماد على التكرارات النسبية (القانون المختصر) $\bar{Z} = \sum Fr Z_i$

2.2 الوسيط: نجعل أولا التوزيع توزيعا صاعدا ثم نقوم بحساب رتبة الوسيط.

$$Rme = \frac{\sum F_i}{2} = 60 \Rightarrow Me = 6 \text{ (تقابل قيمة } Rme \text{)}$$

ملاحظة: في حالة ما إذا كانت رتبة الوسيط مساوية لأحد قيم F_{cc} فإن قيمة الوسيط هي متوسط القيمتين

$$Me = \frac{6 + 8}{2} = 7 \text{ فإن } Rme = 78 \text{ فمثلا لو أن}$$

3.2 المنوال: من خلال ملاحظة ومقارنة قيم التكرار المطلق يمكن استخراج قيمة المنوال.

$$Mo = 6 \text{ (تقابل أكبر تكرار)}$$

حل التمرين رقم 2: حساب متوسط الأجور، الأجر الوسيط والأجر المتوسط. (الوحدة 1000 دج)

<i>Classes</i>	<i>Fi</i>	<i>Fr</i>	<i>Ci</i>	<i>Fr × Ci</i>	<i>Fcc</i>
[30 – 35[	8	0,200	32,5	6,50	8
[35 – 40[	2	0,050	37,5	1,875	10
[40 – 45[	3	0,075	42,5	3,1875	13
[45 – 50[	3	0,075	47,5	3,5625	16
[50 – 55[	11	0,275	52,5	14,4375	27
[55 – 60]	13	0,325	57,5	18,6875	40
Σ	40	1	-	48,25	-

1. متوسط الأجور:

$$\bar{x} = \sum FrCi = 48,25$$

2. الأجر الوسيط:

$$Rme = \frac{\sum Fi}{2} = \frac{40}{2} = 20 \Rightarrow [50 - 55[\text{ فئة وسيطة}$$

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum Fi}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 50 + \frac{20 - 16}{27 - 16} \times 5 = 51,82$$

3. الأجر المتوسط:

الفئة [55 – 60] تعتبر فئة منوالية لأنها تقابل أكبر تكرار

$$Mo = L_0 + \frac{(F_0 - F_1)}{(F_0 - F_1) + (F_0 - F_2)} \times K = 55 + \frac{(13 - 11)}{(13 - 11) + (13 - 0)} \times 5 = 55,67$$

حل التمرين رقم 3:

1. حساب المتوسط باستخدام الطريقة المباشرة، طريقة الوسط الفرضي، وطريقة الانحرافات المختصرة:

<i>Classes</i>	<i>Fi</i>	<i>Ci</i>	<i>Fi × Ci</i>	<i>Wi</i>	<i>Fi × Wi</i>	<i>K</i>	<i>Wi'</i>	<i>Fi × Wi'</i>
160 – 180	7	170	1190	-40	-280	20	-2	-14
180 – 200	20	190	3800	-20	-400	20	-1	-20
200 – 220	33	210	6930	0	0	20	0	0
220 – 240	25	230	5750	20	500	20	1	25
240 – 260	11	250	2750	40	440	20	2	22
260 – 280	4	270	1080	60	240	20	3	12
Σ	100	-	21500	-	500	-	-	25

1.1 الطريقة المباشرة:

$$\bar{x} = \frac{\sum FiCi}{\sum Fi} = \frac{21500}{100} = 215$$

2.1 طريقة الوسط الفرضي: نقوم باختيار مركز الفئة التي تقابل أكبر تكرار $\alpha = 210$ حيث $Wi = Ci - \alpha$

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum FiWi}{\sum Fi} = 210 + \frac{500}{100} = 215$$

3.1 طريقة الانحرافات المختصرة: $\alpha = 210$ ، $Wi' = \frac{Wi}{K}$

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum F_i w'_i}{\sum F_i} \times k = 210 + \frac{25}{100} \times 20 = 215$$

2. حساب الوسيط:

Classes	F_i	F_{cc}	F_{cd}
160 – 180	7	7	93
180 – 200	20	27	73
200 – 220	33	$Rme = 50$	$Rme = 50$
220 – 240	25	60	40
240 – 260	11	85	15
260 – 280	4	96	4
Σ	100	100	0

1.2 بالاعتماد على قيم F_{cc}

$$Rme = \frac{\sum F_i}{2} = 50 \Rightarrow [200 - 220] \text{ الفئة الوسيطة}$$

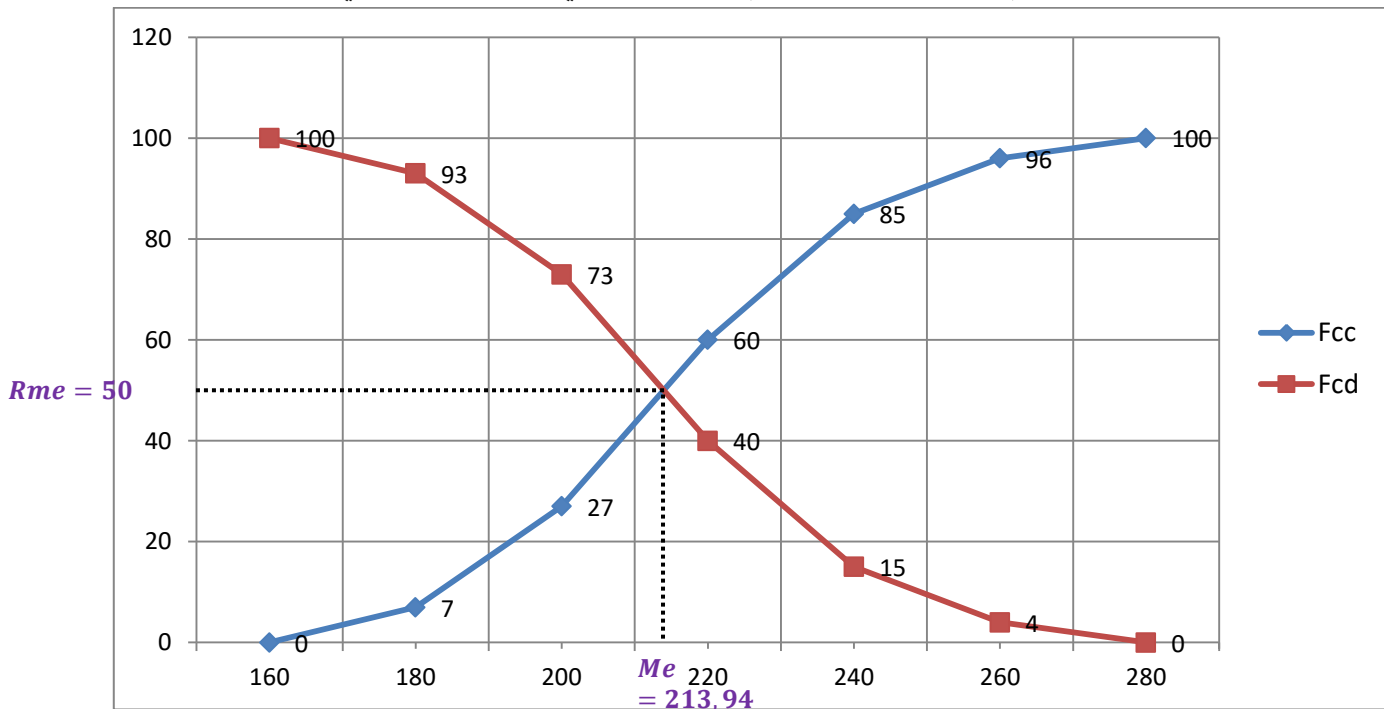
$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 200 + \frac{50 - 27}{60 - 27} \times 20 = 213,94$$

2.2 بالاعتماد على قيم F_{cd}

$$Rme = \frac{\sum F_i}{2} = 50 \Rightarrow [200 - 220] \text{ الفئة الوسيطة}$$

$$Me = L_0 + \frac{F_2 - \frac{\sum F_i}{2}}{F_2 - F_1} \times K = 200 + \frac{73 - 50}{73 - 40} \times 20 = 213,94$$

3.2 بالاعتماد على الطريقة البيانية: يتم حسابه من خلال رسم المنحنى التكاملي (F_{cc}) والتفاضلي (F_{cd}).



3. حساب المنوال: الفئة المنوالية هي [200 – 220] لأنها تقابل أكبر تكرار، ومنه:

$$Mo = L_0 + \frac{(F_0 - F_1)}{(F_0 - F_1) + (F_0 - F_2)} \times K = 200 + \frac{(33 - 20)}{(33 - 20) + (33 - 25)} \times 20 = 212,38$$

4. حساب المتوسطات: الهندسي، التوافقي والتربيعي.

Classes	F_i	C_i	$\log C_i$	$F_i \times \log C_i$	$\frac{F_i}{C_i}$	C_i^2	$F_i \times C_i^2$
160 – 180	7	170	2,23	15,61	0,04	28900	202300
180 – 200	20	190	2,28	45,60	0,11	36100	722000
200 – 220	33	210	2,32	76,56	0,16	44100	1455300
220 – 240	25	230	2,36	59	0,11	52900	1322500
240 – 260	11	250	2,40	26,40	0,04	62500	687500
260 – 280	4	270	2,43	9,72	0,01	72900	291600
Σ	100	-	-	232,89	0,47	-	4681200

1.4 المتوسط الهندسي:

$$\log G = \frac{\sum F_i \log c_i}{\sum F_i} = \frac{232,89}{100} = 2,33 \Rightarrow G = 10^{\log G} = 10^{2,33} = 213,80$$

2.4 المتوسط التوافقي:

$$H = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{c_i}} = \frac{100}{0,47} = 212,77$$

3.4 المتوسط التربيعي:

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum F_i C_i^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\frac{4681200}{100}} = \sqrt{46812} = 216,36$$

حل التمرين رقم 4:

1. إيجاد قيمة X علماً أن قيمة الوسيط $Me = 15$.

$\sum$	40 – 35	35 – 25	25 – X	X – 10	10 – 5	5 – 0	الأجر اليومي
1	0,05	0,10	0,20	0,30	0,20	0,15	Fr
160	8	16	32	48	32	24	Fi
- 160	152	136	104	56	24	0	Fcc

$$Rme = \frac{\sum Fi}{2} = 80 \Rightarrow [10 - X] \text{ الفئة الوسيطة}$$

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 10 + \frac{80 - 56}{104 - 56} \times K = 15$$

$$(80 - 56) \times K = (15 - 10)(104 - 56) \Leftrightarrow K = \frac{240}{24} = 10 \Rightarrow X = L_0 + K = 10 + 10 = 20$$

2. حساب التكرار المعدل (المصحح) وتحديد قيمة المنوال حسابياً وبيانياً: قبل حساب المنوال أو رسم المدرج التكراري يمكن

ملاحظة أن طول الفئات غير متساوي وبالتالي لا بد من حساب التكرار المعدل. حيث: $Fi^* = \frac{Fi}{K}$

40 – 35	35 – 25	25 – 20	20 – 10	10 – 5	5 – 0	الأجر اليومي
8	16	32	48	32	24	Fi التكرار المطلق
5	10	5	10	5	5	طول الفئة K
1,6	1,6	6,4	4,8	6,4	4,8	التكرار المعدل Fi^*
16	16	64	48	64	48	$Fi^* \times 10$

ملاحظة: يجب ضرب قيم التكرار المعدل في الثابت 10 للتخلص من الفاصلة.

- قبل التعديل كان يبدو لنا من المنظور الخاطئ أن الفئة المنوالية هي $[10 - 20]$ كونها تقابل أكبر تكرار مطلق، لكن بعد

التعديل تبين لنا أن هناك فئتين منواليتين، وعليه يصبح لدينا:

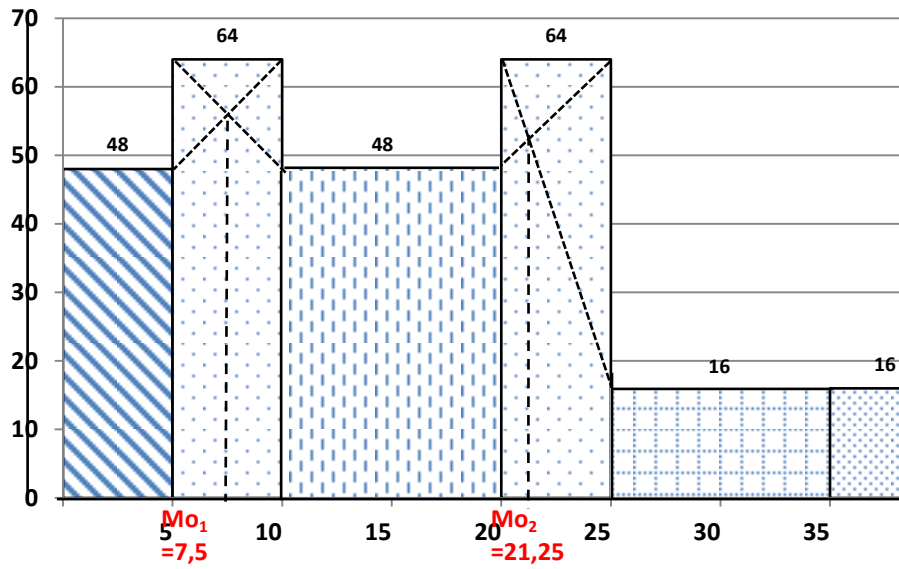
المنوال الأول: الفئة المنوالية هي $[5 - 10]$

$$Mo_1 = L_0 + \frac{(F_0^* - F_1^*)}{(F_0^* - F_1^*) + (F_0^* - F_2^*)} \times K = 5 + \frac{(64 - 48)}{(64 - 48) + (64 - 48)} \times 5 = 7,5$$

المنوال الثاني: الفئة المنوالية هي $[20 - 25]$

$$Mo_2 = L_0 + \frac{(F_0^* - F_1^*)}{(F_0^* - F_1^*) + (F_0^* - F_2^*)} \times K = 20 + \frac{(64 - 48)}{(64 - 48) + (64 - 16)} \times 5 = 21,25$$

تحديد المنوال بيانياً:



ملاحظة هامة: في حالة عدم تساوي أطوال الفئات فإن التكرار المعدل (المصحح) يُستخدم لحساب المنوال ورسم المدرج التكراري فقط، بقية المقاييس نستخدم لحسابها التكرار المطلق.

3. حساب: الانحراف المتوسط $e_{\bar{x}}$ ، الانحراف الوسيط e_{Me} ، الانحراف الربيعي e_Q ، الانحراف المعياري للعينة S_x وللمجتمع σ_x ، ثم قيمة معاملي الاختلاف الأول CV_1 والثاني CV_2 .

Classes	F_i	C_i	$F_i \times C_i$	$ C_i - \bar{x} $	$F_i C_i - \bar{x} $	$ C_i - Me $	$F_i C_i - Me $	$(C_i - \bar{x})^2$	$F_i (C_i - \bar{x})^2$
0 - 5	24	2,5	60	13,25	318	12,5	300	175,5625	4213,5
5 - 10	32	7,5	240	8,25	264	7,5	240	68,0625	2178
10 - 20	48	15	720	0,75	36	0	0	0,5625	27
20 - 25	32	22,5	720	6,75	216	7,5	240	45,5625	1458
25 - 35	16	30	480	14,25	228	15	240	203,0625	3249
35 - 40	8	37,5	300	21,75	174	22,5	180	473,0625	3784,5
Σ	160	-	2520	-	1236	-	1200	-	14910

1.3 الانحراف المتوسط: بداية يجب حساب قيمة الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i C_i}{\sum F_i} = \frac{2520}{160} = 15,75$$

$$e_{\bar{x}} = \frac{\sum F_i |C_i - \bar{x}|}{\sum F_i} = \frac{1236}{160} = 7,73$$

2.3 الانحراف الوسيط: $Me = 15$

$$e_{Me} = \frac{\sum F_i |C_i - Me|}{\sum F_i} = \frac{1200}{160} = 7,5$$

3.3 الانحراف المعياري للعينة:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum F_i (C_i - \bar{x})^2}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{14910}{159}} = \sqrt{93,77} = 9,68$$

4.3 الانحراف المعياري للمجتمع:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum F_i (C_i - \bar{x})^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\frac{14910}{160}} = \sqrt{93,19} = 9,65$$

5.3 الانحراف الربيعي:

$$e_Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{22,5 - 7,5}{2} = 7,5$$

Classes	Fi	Fcc
0 - 5	24	0
5 - 10	32	24
10 - 20	48	56
20 - 25	32	104
25 - 35	16	136
35 - 40	8	152
Σ	160	160

الربيع الأول:

$$RQ_1 = \frac{\sum F_i}{4} = 40 \Rightarrow [5 - 10] \text{ الفئة الربيعية الأولى}$$

$$Q_1 = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{4} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 5 + \frac{40 - 24}{56 - 24} \times 5 = 7,5$$

الربيع الثالث:

$$RQ_3 = \frac{3 \sum F_i}{4} = 120 \Rightarrow [20 - 25] \text{ الفئة الربيعية الثالثة}$$

$$Q_3 = L_0 + \frac{\frac{3 \sum F_i}{4} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 20 + \frac{120 - 104}{136 - 104} \times 5 = 22,5$$

6.3 معامل الاختلاف الأول:

$$CV_1 = \frac{S_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{9,68}{15,75} \times 100 = 61,46\%$$

7.3 معامل الاختلاف الثاني:

$$CV_2 = \frac{Q_3 - Q_1}{Me} \times 100 = \frac{22,5 - 7,5}{15} \times 100 = 100\%$$

حل التمرين رقم 5: بداية يجب حساب التكرارات المطلقة لكلا المجموعتين.

القيم (x_i)	1	2	3	4	5
Fcc المجموعة الأولى	8	20	40	52	60
Fi المجموعة الأولى	8	12	20	12	8
Fcd المجموعة الثانية	60	49	22	15	4
Fi المجموعة الثانية	11	27	7	11	4

1. حساب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للعينة لكلا المجموعتين:

المجموعة الأولى:	المجموعة الثانية:
الوسط الحسابي: $\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{180}{60} = 3$	الوسط الحسابي: $\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \frac{150}{60} = 2,5$
الانحراف المعياري للعينة: $S_x = \sqrt{\frac{\sum F_i (x_i - \bar{x})^2}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{88}{59}} = 1,22$	الانحراف المعياري للعينة: $S_x = \sqrt{\frac{\sum F_i (x_i - \bar{x})^2}{(\sum F_i) - 1}} = \sqrt{\frac{83}{59}} = 1,19$
معامل الاختلاف الأول: $CV_1 = \frac{S_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1,22}{3} \times 100 = 40,67\%$	معامل الاختلاف الأول: $CV_1 = \frac{S_x}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1,19}{2,5} \times 100 = 47,6\%$

2. من خلال النتائج المتحصل عليها نستنتج أن مفردات المجموعة الثانية أكثر تشتتاً مقارنة بمفردات المجموعة الأولى

لأن: $CV_1(\text{Groupe 2}) > CV_1(\text{Groupe 1})$

3. بما أن توزيع المجموعة الأولى متماثل فإن: $\bar{x} = Me = Mo = 3$