المحور الأول:

نظرية المجموعات

لدراسة مبادئ العد، الاحتمالات والاحصاء الرياضي يجب التطرق أولا لمفهوم المجموعات، أنواعها وقوانينها.

1/ تعريف المجموعة: المجموعة عبارة عن قائمة من العناصر ترتبط مع بعضها البعض بشكل محدد وبصفات مميزة، مكونات المجموعة تسمى عناصر أو أعضاء وقد تكون هذه العناصر أعداد، أحرف، أشكال، أشخاص، ...الخ، ويُرمز للمجموعة بالحروف اللاتينية الكبيرة ..... A , B , C, ولعناصرها بالحروف اللاتينية الصغيرة .... a , b , c, وتكتب مجموعة الأعداد الأولية الأقل من 20 كما يلي: $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$

2. أنواع المجموعات:

1.2. المجموعة الكلية: نصطلح على تسمية هذه المجموعة بالفضاء، وهي التي تحتوي على كل العناصر المدروسة، نرمز لها عادة بالرمز Ω. عند رمي زهرة النرد نحصل على $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ وهي مجموعة كلية لأنها تحتوي كل العناصر.

2.2. المجموعة الجزئية: إذا كانت جميع عناصر المجموعة A منتمية إلى المجموعة B نقول أن A مجموعة جزئية من B، ونقول أيضا أن المجموعة A محتواة في المجموعة B. ونكتب: $A \subset B$. عند رمي زهرة النرد مجموعة الأرقام الزوجية $A = \{2; 4; 6\}$ هي مجموعة جزئية من Ω.

3.2. المجموعة المتممة: إذا كان A مجموعة جزئية من B، فإن العناصر المنتمية إلى B وغير المنتمية إلى A تسمى متممة المجموعة A بالنسبة للمجموعة B ويرمز لها بالرمز $\bar{A}$. عند رمي زهرة النرد مجموعة الأرقام الفردية هي مجموعة متممة لمجموعة الأرقام الزوجية ونكتب: $\bar{A} = \{1; 3; 5\}$

4.2. المجموعة الخالية: تعرف المجموعة الخالية بأنها تلك المجموعة التي لا تحتوي على أي عنصر، ويرمز للمجموعة الخالية بالرمز $\emptyset$. عند رمي زهرة النرد فإن التقاطع بين مجموعة الأرقام الفردية ومجموعة الأرقام الزوجية هي مجموعة خالية، ونكتب: $A \cap \bar{A} = \emptyset$

3. العمليات على المجموعات: يُمكن التعامل مع المجموعات باستخدام عمليتين، هما التقاطع ويرمز لها بالرمز $\cap$ والاتحاد ويرمز لها بالرمز $\cup$.

- **التقاطع:** تقاطع المجموعتين A و B هو مجموعة العناصر المنتمية إلى A و المنتمية إلى B (العناصر المشتركة) ويرمز للتقاطع بالرمز $A \cap B$.

- **الاتحاد:** : اتحاد المجموعتين A و B هو مجموعة العناصر المنتمية إلى A أو المنتمية إلى B (العناصر المشتركة وغير المشتركة) ويرمز للاتحاد بالرمز $A \cup B$.

مثال 1: ليكن لدينا المجموعتان التاليتان: $A = \{1, 4, 4, 5, 7\}$ $B = \{2, 4, 7, 7, 10\}$.

أحسب المجموعتين التاليتين: $A \cup B$ و $A \cap B$؟

$$A \cap B = \{4, 7\}$$
$$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 7, 10\}$$

4. قوانين نظرية المجموعات: A, B مجموعتان، ومنه:

1. $A \subset B \Longrightarrow A \cap B = A$

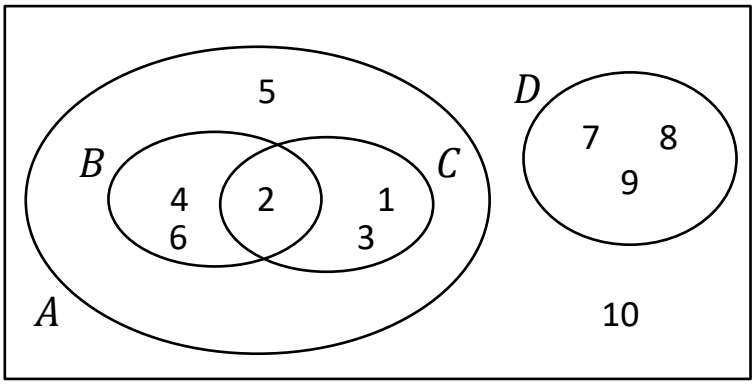
2. $A \subset B \Longrightarrow A \cup B = B$
3. $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}$
4. $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$

مثال 2: ليكن لدينا المجموعات التالية:

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \quad A = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$B = \{2,4,6\} \quad C = \{1,2,3\} \quad D = \{7,8,9\}$$

المطلوب: أرسم مخطط لهذه المجموعات ثم أحسب ما يلي:

$\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $B \cup C$, $B \cap C$, $A \cap D$, $\overline{B \cup C}$, $\overline{B \cap C}$



- $\bar{A} = \{7,8,9,10\}$
- $\bar{B} = \{1,3,5,7,8,9,10\}$
- $\bar{C} = \{4,5,6,7,8,9,10\}$
- $A \cup B = A = \{1,2,3,4,5,6\}$
- $A \cap B = B = \{2,4,6\}$
- $B \cup C = \{1,2,3,4,6\}$
- $B \cap C = \{2\}$
- $A \cap D = \emptyset$
- $\overline{B \cup C} = \bar{B} \cap \bar{C} = \{5,7,8,9,10\}$
- $\overline{B \cap C} = \bar{B} \cup \bar{C} = \{1,3,4,5,6,7,8,9,10\}$