التمرين رقم 1: ليكن لدينا A مجموعة أرقام العدد 3265 وB مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية الأقل من 8.

1 . أكتب المجموعتين A وB؛

2 . أوجد $A \cup B$ و $A \cap B$.

التمرين رقم 2: ليكن لدينا المجموعات التالية:

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10\}$$
$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$
$$B = \{4, 5, 6, 7\}$$
$$C = \{ 6, 7, 8\}$$
$$D = \{ 9\}$$

المطلوب: أرسم مخطط لهذه المجموعات ثم أوجد ما يلي:

$$\bar{A}, \quad \bar{B}, \quad \bar{C}, \quad A \cup B, \quad A \cap B, \quad B \cup C, \quad B \cap C, \quad A \cap D, \quad \overline{B \cup C}, \quad \overline{B \cap C}$$

التمرين رقم 3: ما هو عدد لوحات ترقيم السيارات التي يُمكن الحصول عليها باستعمال حرفين من الحروف الهجائية العربية (28 حرف) وثلاثة أرقام إلى يمين الأحرف في الحالات التالية:

1 . عدم تكرار الرقم والحرف؛

2 . تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم؛

3 . تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم على أن يختلف الرقم الأول عن الصفر.

التمرين رقم 4: ليكن لدينا قائمة الأرقام التالية: 0، 1، 4، 7، 8، 9 كم عدد من أربعة أرقام يمكن تشكيله في الحالات التالية:

I. 1. امكانية تكرار الرقم، 2. عدم امكانية تكرار الرقم، 3. رقم الآلاف يختلف عن 7 دون تكرار؛

II. 1. العدد أقل من 5000 والأرقام متمايزة مثنى مثنى، 2. العدد أكبر من 7000 مع عدم امكانية تكرار الرقم.

التمرين رقم 5: ليكن لدينا قائمة الأرقام التالية: 1، 2، 3، 4، 5، 6. كم عدد زوجي مكون من أربعة أرقام يمكن تشكيله دون تكرار الرقم ويكون أكبر من 3000.

التمرين رقم 6: هناك 7 أجزاء من موسوعة علمية رُتبت بشكل عشوائي في المكتبة.

1 . بكم طريقة يُمكن ترتيب هذه الأجزاء؛

2 . بكم طريقة يُمكن ترتيبها إذا كانت الأجزاء 1، 2، 3 توجد جنباً إلى جنب.

التمرين رقم 7: كم كلمة بمعنى أو دون معنى يُمكن تشكيلها باستخدام حروف كلمة "**STATISTIQUE**"؟

التمرين رقم 8: من بين الأرقام التالية: 1، 2، 3، 4، 5 كم توجد من طريقة لتكوين كلمة السر المشكلة من ثلاثة أرقام في الحالتين التاليتين:

1 . حالة عدم تكرار الرقم؛

2 . حالة تكرار الرقم.

التمرين رقم 9: وعاء يحتوي على 10 كرات موزعة كما يلي: 3 سوداء و 7 بيضاء.

I. نقوم بسحب 3 كرات معاً.

1. بكم طريقة يُمكن إجراء هذا السحب؛
2. بكم طريقة يُمكن سحب الكرات بشرط أن تكون اثنتان باللون الأبيض؛
3. بكم طريقة يُمكن إجراء السحب بشرط وجود على الأكثر كرتان باللون الأسود.

II. نقوم بسحب 3 كرات على التوالي دون ارجاع.

1. بكم طريقة يُمكن إجراء هذا السحب؛
2. بكم طريقة يُمكن سحب الكرات بشرط أن تكون اثنتان باللون الأبيض.

التمرين رقم 10: يتكون قسم دراسي من 15 تلميذ و8 تلميذات، يُراد تشكيل لجنة مؤلفة من 3 أعضاء لتمثيل ذلك القسم في الاجتماعات الادارية وقد حددت لهم المناصب التالية: رئيس لجنة، نائب أول ونائب ثاني.

1 . كم لجنة يُمكن تشكيلها؛

2 . كم لجنة يُمكن تشكيلها بحيث يكون فيها تلميذة كرئيس لجنة وتلميذان كنائب أول وثاني؛

3 . كم لجنة يُمكن تشكيلها بحيث يكون فيها تلميذ كرئيس لجنة وتلميذة على الأكثر للنيابة؛

التمرين رقم 11: مؤسسة صناعية صغيرة تُشغل 8 عمال و4 عاملات يُراد تشكيل وفد من 3 عمال لتمثيل هذه المؤسسة في معرض للإنتاج المحلي.

1 . بكم طريقة يُمكن تشكيل هذا الوفد؛

2 . بكم طريقة يُمكن تشكيل هذا الوفد إذا كان من بينهم 2 عمال ذكور؛

3 . بكم طريقة يُمكن تشكيل هذا الوفد إذا كان من بينهم عاملتان على الأقل.

التمرين رقم 12: ما هو عدد عناصر المجموعة التي يمكن تجزئتها إلى 72 مجموعة جزئية ذات عنصران في حالة ما إذا كان الترتيب مهم ومن دون تكرار، أي قم بحساب n في هذه الحالة :

$$A_n^2 = 72$$

حل سلسلة التمارين الأولى في مقياس إحصاء 2

حل التمرين رقم 1: نظرية المجموعات

1. كتابة المجموعتين A وB:

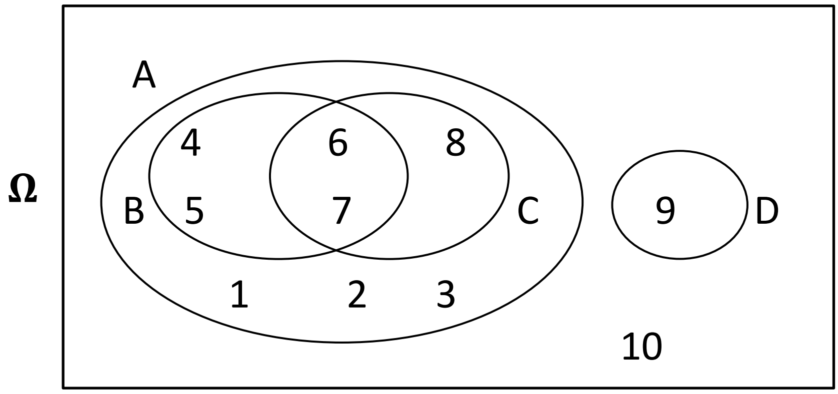
$$A = \{2,3,5,6\} \qquad B = \{1,3,5,7\}$$

2. ايجاد: $A \cup B$ و $A \cap B$

$$A \cup B = \{1,2,3,5,6,7\}$$
$$A \cap B = \{3,5\}$$

حل التمرين رقم 2: نظرية المجموعات

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\} \qquad A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$$
$$B = \{4,5,6,7\} \qquad C = \{6,7,8,\} \qquad D = \{9\}$$



$$\bar{A}, \quad \bar{B}, \quad \bar{C}, \quad A \cup B, \quad A \cap B, \quad B \cup C, \quad B \cap C, \quad A \cap D, \quad \overline{B \cup C}, \quad \overline{B \cap C}$$

- $\bar{A} = \{9,10\}$
- $\bar{B} = \{1,2,3,8,9,10\}$
- $\bar{C} = \{1,2,3,4,5,9,10\}$
- $A \cup B = A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- $A \cap B = B = \{4,5,6,7\}$
- $B \cup C = \{4,5,6,7,8\}$
- $B \cap C = \{6,7\}$
- $A \cap D = \emptyset$
- $\overline{B \cup C} = \bar{B} \cap \bar{C} = \{1,2,3,9,10\}$
- $\overline{B \cap C} = \bar{B} \cup \bar{C} = \{1,2,3,4,5,8,9,10\}$

حل التمرين رقم 3: (المبدأ الأساسي للعد)

عملية تكوين لوحة ترقيم السيارات في هذه الحالة هي عملية مركبة تنقسم إلى 5 عمليات جزئية.

1/ عدم تكرار الحرف والرقم:

الرقم الثالث	الرقم الثاني	الرقم الأول	الحرف الثاني	الحرف الأول
8 امكانيات	9 امكانيات	10 امكانيات	27 امكانية	28 امكانية

وفقاً للمبدأ الأساسي للعد فإن عدد اللوحات التي يُمكن تشكيلها في هذه الحالة هي:

$$28 \times 27 \times 10 \times 9 \times 8 = 544320$$ لوحة

2/ تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم:

الحرف الأول	الحرف الثاني	الرقم الأول	الرقم الثاني	الرقم الثالث
28 امكانية	28 امكانية	10 امكانيات	9 امكانيات	8 امكانيات

$$28 \times 28 \times 10 \times 9 \times 8 = 564480$$ لوحة

3/ تكرار الحرف وعدم تكرار الرقم على أن يختلف الرقم الأول عن الصفر:

الحرف الأول	الحرف الثاني	الرقم الأول	الرقم الثاني	الرقم الثالث
28 امكانية	28 امكانية	9 امكانيات	9 امكانيات	8 امكانيات

$$28 \times 28 \times 9 \times 9 \times 8 = 508032$$ لوحة

حل التمرين رقم 4: المبدأ الأساسي للعد:

لدينا قائمة الأرقام التالية: 0، 1، 4، 7، 8، 9 عدد الأعداد المكونة من أربعة أرقام التي يمكن تشكيلها هي:

I.1. امكانية تكرار الرقم: الصفر لا يكون في رقم الآلاف، أي عدد امكانيات تشكيل الآلاف كل الأرقام ما عدا الصفر.

$$5 \times 6 \times 6 \times 6 = 1080$$ عدد

I.2. عدم امكانية تكرار الرقم:

$$5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$$ عدد

I.3. رقم الآلاف يختلف عن 7: لتشكيل الآلاف نستخدم الأرقام 1 أو 4 أو 8 أو 9.

$$4 \times 5 \times 4 \times 3 = 240$$ عدد

II.1. العدد أقل من 5000 والأرقام متمايزة مثنى مثنى (دون تكرار): لتشكيل الآلاف نستخدم الرقمين 1 أو 4

$$2 \times 5 \times 4 \times 3 = 120$$ عدد

II.2. العدد أكبر من 7000 مع عدم امكانية تكرار الرقم: لتشكيل الآلاف نستخدم الأرقام 7 أو 8 أو 9

$$3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$$ عدد

حل التمرين رقم 5: المبدأ الأساسي للعد

عدد الأعداد الزوجية المكونة من 4 أرقام دون تكرار والأكبر من 3000 باستخدام الأرقام: 1، 2، 3، 4، 5، 6 هي:

بما أن العدد زوجي فانه لتشكيل رقم الآحاد يجب اختيار الأرقام 2 أو 4 أو 6 وبما أنه لدينا شرط آخر يجب أن يكون العدد أكبر من 3000 أي أن لتشكيل رقم الالاف يجب اختيار الأرقام 3 أو 4 أو 5 أو 6، ومنه يكون لدينا حالتين:

- إذا كان رقم الآحاد 2:

رقم الآلاف	رقم المئات	رقم العشرات	رقم الآحاد
4 امكانيات	4 امكانيات	3 امكانيات	1 امكانية

$$4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$$ عدد

- إذا كان رقم الآحاد 4 أو 6:

رقم الآلاف	رقم المئات	رقم العشرات	رقم الآحاد
3 امكانيات	4 امكانيات	3 امكانيات	2 امكانية

$3 \times 4 \times 3 \times 2 = 72$ عدد

ومنه عدد الأعداد الاجمالي هو: عدد $48 + 72 = 120$

حل التمرين رقم 6: (تبديلة دون تكرار)

1/ عدد طرق ترتيب الأجزاء السبعة للموسوعة: بما أننا بصدد ترتيب جميع أجزاء الموسوعة فنتحدث هنا عن التبديلات، وبما أنه لا يُمكن وضع جزء معين في مكانين مختلفين فتصبح لدينا تبديلة دون تكرار.

$$P_n = n! \Longrightarrow P_7 = 7! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040 \text{ طريقة}$$

2/ إذا كانت الأجزاء 1، 2، 3 توجد جنبا إلى جنب يمكن اعتبارهم كجزء واحد وبالتالي نكون بصدد ترتيب 5 أجزاء عوض 7 أجزاء، ومنه:

$$P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ طريقة}$$

حل التمرين رقم 7: (تبديلة بتكرار أو تبديلة مع تشابه بعض عناصرها)

كلمة "STATISTIQUE" فيها بعض الحروف مكررة: حرف "S" (2)، حرف "T"(3)، حرف "I" (2)، وبقية الحروف مرة واحدة.

بما أننا سنستخدم جميع الحروف مع وجود تشابه في بعضها فتصبح لدينا تبديلة بتكرار:

$$\widehat{P}_n = \frac{n!}{\alpha! \times \beta! \times \dots \times \gamma!} \Longrightarrow \widehat{P}_{11} = \frac{11!}{2! \times 3! \times 2!} = \frac{11!}{24} = 1663200 \text{ كلمة}$$

حل التمرين رقم 8: (الترتيبة بتكرار ودون تكرار)

من بين الأرقام التالية: 1، 2، 3، 4، 5 عدد الطرق الممكنة لتكوين كلمة السر المكونة من ثلاثة أرقام:

1/ في حالة عدم تكرار الرقم: ترتيبة (اختيار 3 أرقام من بين 5) دون تكرار، ومنه:

$$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!} \Longrightarrow A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 60 \text{ طريقة}$$

2/ في حالة تكرار الرقم: ترتيبة بتكرار، ومنه:

$$\hat{A}_n^r = n^r \Longrightarrow \hat{A}_5^3 = 5^3 = 125 \text{ طريقة}$$

يُمكن أيضا الاجابة عن سؤالي هذا التمرين بالاعتماد على المبدأ الأساسي للعد

حل التمرين رقم 9: (السحب معاً = توفيقة دون تكرار، السحب على التوالي دون ارجاع = ترتيبة دون تكرار)

وعاء يحتوي على 10 كرات مكون من: 3 سوداء (N)، 7 بيضاء (B)،

I. نقوم بسحب 3 كرات معاً. 1. عدد طرق اجراء السحب:

$$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = \frac{\frac{n!}{(n-r)!}}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!} \Longrightarrow C_{10}^3 = \frac{10!}{3!\,(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{3 \times 2 \times 7!} = 120 \text{ طريقة}$$

2. عدد طرق السحب بشرط أن تكون اثنتان باللون الأبيض:

$$C_7^2 \times C_3^1 = 21 \times 3 = 63 \text{ طريقة}$$

3. عدد طرق السحب بشرط وجود على الأكثر كرتان باللون الأسود:

$$C_3^2 \times C_7^1 + C_3^1 \times C_7^2 + C_3^0 \times C_7^3 = 3 \times 7 + 3 \times 21 + 35 = 119 \text{ طريقة}$$

II. نقوم بسحب 3 كرات على التوالي دون ارجاع. 1. عدد طرق اجراء السحب:

$$A_{10}^3 = \frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7!} = 720 \text{ طريقة}$$

2. عدد طرق السحب بشرط أن تكون اثنتان باللون الأبيض:

$$BBN \cup BNB \cup NBB \Leftrightarrow 3(A_7^2 \times A_3^1) = 3 \times 42 \times 3 = 378 \text{ طريقة}$$

حل التمرين رقم 10: (في حالة تحديد الوظائف أو المناصب أو المهام الترتيب يكون مهم)

1. عدد اللجان التي يُمكن تشكيلها:

$$A_{23}^3 = \frac{23!}{(23-3)!} = \frac{23 \times 22 \times 21 \times 20!}{20!} = 10626 \text{ لجنة}$$

2. عدد اللجان التي يُمكن تشكيلها بحيث يكون فيها تلميذة كرئيس لجنة وتلميذان كنائب أول وثاني:

$$A_8^1 \times A_{15}^2 = 8 \times 210 = 1680 \text{ لجنة}$$

3. عدد اللجان التي يُمكن تشكيلها بحيث يكون فيها تلميذ كرئيس لجنة وتلميذة على الأكثر للنيابة:

$$A_{15}^1 \times A_8^1 \times A_{14}^1 + A_{15}^1 \times A_{14}^1 \times A_8^1 + A_{15}^1 \times A_{14}^2 = 1680 + 1680 + 2730 = 6090 \text{ لجنة}$$

حل التمرين رقم 11: لم يتم تحديد المهام إذن الترتيب غير مهم

1. عدد الوفود المشكلة:

$$C_{12}^3 = \frac{12!}{3!\,(12-3)!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 9!} = 220 \text{ وفد}$$

2. عدد طرق تشكيل الوفد مع وجود 2 عمال ذكور:

$$C_8^2 \times C_4^1 = \frac{8 \times 7}{2} \times 4 = 112 \text{ وفد}$$

3. عدد طرق تشكيل الوفد إذا كان من بينهم عاملتان على الأقل:

$$C_4^2 \times C_8^1 + C_4^3 \times C_8^0 = 6 \times 8 + 4 \times 1 = 52 \text{ وفد}$$

حل التمرين رقم 12: ايجاد القيمة n في الحالة التالية:

$$A_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1) = n^2 - n = 72 \Leftrightarrow n^2 - n - 72 = 0$$

$$\left(\text{معادلة من الدرجة الثانية}\right) ax^2 + \mathrm{b}x + \mathrm{c} = 0$$

لحل هذه المعادلة يجب حساب قيمة المميز Δ

$$\Delta = b^2 - 4 \times a \times c = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-72) = 289$$

قيمة المميز موجبة إذن المعادلة تقبل حلين (جذرين) هما:

$$\begin{cases} n_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{1+17}{2} = 9 \ \left(\text{مقبول}\right) \\ n_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{1-17}{2} = -8 \ (\text{مرفوض لأن } n \geq 2) \end{cases}$$

ومنه

$$A_9^2 = \frac{9!}{7!} = 9 \times 8 = 72$$