2025 / 2024

جامعـــــة 8 مــــــاي 1945 قالـــمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

سنة أولى جذع مشترك - مقياس: إحصاء 2 - السلسة الثانية

2025 / 2024

التمرين رقم 1: صندوق يحتوي على 6 كرات مرقمة من 1 إلى 6. نسحب منه:

I. كرة واحدة. ما احتمال أن تكون: 1. تحمل رقماً زوجيا؟ 2. تحمل رقماً فرديا؟

II. كرتين معاً. ما احتمال أن تكونا: 1. تحملان رقمين زوجيين؟ 2. تحملان رقمين فرديين؟ 3. تشكلان عددا زوجيا؟

III. كرتين على التوالي دون ارجاع، ما احتمال أن: 1. يكون مجموعهما يساوي 8؟ 2. تشكلان عددا أكبر من 40؟

IV. كرتين على التوالي مع الارجاع: ما احتمال أن: 1. تشكلان عددا فرديا يقل عن 40؟ 2. مجموع الرقمين الظاهرين زوجي؟

التمرين رقم 2: صندوق به 3 كرات زرقاء، 4 كرات حمراء و5 كرات بيضاء. نسحب منه 3 كرات معاً، أحسب احتمال سحب: 1. ثلاثة كرات زرقاء؟ 2. كرة حمراء وكرتان باللون الأبيض؟ 3. ثلاثة كرات من نفس اللون؟ 4. كرة بيضاء على الأقل؟ 5. كرتان زرقاوتان على الأكثر؟ 6.ثلاثة كرات من ألوان مختلفة؟.

التمرين رقم 3: في جيب "أنس" يوجد 5 قطع نقدية من فئة 20 دج وقطعتان نقديتان من فئة 10 دج. قام بسحب 3 قطع نقدية على التوالي دون ارجاع. (نفرض أنه لا يمكن التمييز بينها باللمس)

1. ما هو عدد طرق اجراء السحب؟
2. ما هو احتمال حصوله على مبلغ يساوي 60 دج؟
3. ما هو احتمال حصوله على مبلغ يساوي 50 دج؟

التمرين رقم 4: في مسابقة للرماية تنافس راميان، يُطلق كل منهما طلقة واحدة على هدف معين، احتمال اصابة الرامي الأول (A) للهدف هو 0,6 واحتمال اصابة الرامي الثاني (B) للهدف هو 0,8. أحسب احتمال: 1. اصابة كليهما للهدف؟ 2. اصابة الهدف بطلقة واحدة فقط؟ 3. اصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل؟ 4. اصابة الهدف من طرف الرامي الثاني فقط؟

التمرين رقم 5: لوحظ أنه في إحدى أماكن الاستراحة 30% من الأشخاص يطالعون جريدة الخبر، و20% يطالعون جريدة النصر و10% يطالعون الخبر والنصر معاً. اخترنا شخصا بصفة عشوائية، فما احتمال أن يكون:

1. يطالع الخبر أو النصر؟ 2. يطالع الخبر علماً أنه يطالع النصر؟ 3. يطالع النصر علماً أنه يطالع الخبر؟

التمرين رقم 6: نسحب مصباحين من عُلبة بها 8 مصابيح جيّدة "B" و4 مصابيح تالفة "E". أحسب الاحتمالات التالية:

I. حالة سحب مصباحين معاً: 1. سحب مصباحين جيّدين؟ 2. سحب مصباحين تالفين؟ 3. سحب مصباح جيّد وآخر تالف؟ 4. سحب مصباح جيّد على الأكثر؟

II. حالة سحب مصباحين على التوالي دون ارجاع: 1. سحب مصباحين جيّدين؟ 2. أن يكون المصباح الثاني جيّد؟ 3. أن يكون المصباح الأوّل جيّد علماً أن المصباح الثاني جيّد؟

التمرين رقم 7: في قاعة للمطالعة لاحدي كليات الجامعة لوحظ أن 60% من الطلبة اناث و40% ذكور، وقد تبين أن 20% من الاناث يراجعن مقياس الاحصاء و30% من الذكور يراجعون نفس المقياس، نقوم بسحب شخص بطريقة عشوائية، أحسب الاحتمالات التالية:

1 . أن الشخص المسحوب عشوائيا يراجع مقياس الاحصاء؟

2 . إذا كان الشخص المسحوب عشوائيا يراجع الاحصاء، فما احتمال أن يكون ذكر؟

التمرين رقم 8: مصنع فيه ثلاث آلات A، B، C لإنتاج مصابيح كهربائية، تصنع هذه الآلات يومياً: الأولى 3000 وحدة، والثانية 5000 وحدة والثالثة 2000 وحدة، وكانت نسبة المعيب من انتاج الآلة الأولى تساوي 5% ومن انتاج الثانية 2% ومن انتاج الثالثة هو 5%. سحبنا بطريقة عشوائية مصباح واحد من الانتاج اليومي لهذا المصنع.

1 . ترجم معطيات هذا التمرين إلى شجرة احتمالية؟

2 . أوجد احتمال أن يكون المصباح المسحوب من انتاج الألة A أو B وهو معيب؟

3 . أوجد احتمال أن يكون هذا المصباح معيباً؟ واحتمال أن يكون صالحاً؟

4 . بعد السحب تأكد أن هذا المصباح معيباً، ما احتمال أن يكون من انتاج الآلة C؟

التمرين رقم 9: لدينا 3 أكياس A_1، A_2، A_3 وحجر نرد. الكيس الأول يحتوي على 3 كرات حمراء، كرتين باللون الأبيض وكرة سوداء. الكيس الثاني يحتوي على 4 كرات حمراء، 3 كرات بيضاء وكرتين باللون الأسود. الكيس الثالث يحتوي على 5 كرات حمراء، 4 بيضاء و3 سوداء. نرمي حجر النرد: فإذا ظهر الرقم 1 أو 2 نختار الكيس الأول، إذا ظهر الرقم 3 نختار الكيس الثاني وإذا ظهر الرقم 4 أو 5 أو 6 نختار الكيس الثالث. بعد رمي حجر النرد واختيار الكيس المناسب نسحب منه كرتين معاً:

1 . ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون؟

2 . إذا كانت الكرتان باللون الأسود، فما احتمال أن تكونا من الكيس الأول؟

3 . إذا كانت الكرتان من نفس اللون، فما احتمال أن تكونا من الكيس الأول؟

التمرين رقم 10: (الحل في حصة المحاضرة) تشكلت لجنة مكونة من 18 عضواً لتمثيل الأقسام الأربعة A_1، A_2، A_3، A_4 في إحدى الكليات على التوالي كما يلي:

3 أعضاء من القسم الأول منهم طالبتـــــان	5 أعضاء من القسم الثاني منهم طالبتـــــان
6 أعضاء من القسم الثالث منهم 3 طالبـات	4 أعضاء من القسم الرابع منهم طالبتـــــان

نسحب بصورة عشوائية عضو من هذه اللجنة، المطلوب:

1 . ترجم معطيات هذا التمرين إلى شجرة احتمالية؟

2 . أوجد احتمال أن يكون هذا العضو من القسم الثالث أو الرابع وهو طالب؟

3 . أوجد احتمال أن يكون هذا العضو طالب؟ واحتمال أن يكون طالبة؟

4 . بعد السحب تأكد أن هذا العضو طالب، ما احتمال أن يكون من القسم الأول؟

5 . ما احتمال أن يكون العضو من القسم الرابع علماً أنها طالبة؟

التمرين رقم 11: (الحل في حصة المحاضرة) ليكن لدينا ثلاثة صناديق متماثلة الأول فيه 5 كرات بيضاء و3سوداء، الثاني فيه 8بيضاء و4 سوداء والثالث فيه 6 بيضاء و2 سوداء. نرمي قطعة نقود متزنة ثلاثة مرات متتالية فإذا ظهر الوجه (P) ثلاثة مرات نختار الصندوق الأول، وإذا ظهر مزيج بين الوجوه والصور نختار الصندوق الثاني وإذا ظهرت الصورة (F) ثلاثة مرات نختار الصندوق الثالث. يتم اختيار الصندوق المناسب ثم نسحب منه كرتين على التوالي دون ارجاع. ترجم معطيات هذا التمرين في شكل شجرة احتمالية ثم أحسب احتمال أن تكونا الكرتان المسحوبتان سوداوتان؟

حل التمرين رقم 1: صندوق يحتوي على 6 كرات مرقمة من 1 إلى 6

I. نسحب منه كرة واحدة. احتمال سحب كرة:

1. تحمل رقماً زوجيا: نفرض أن A حدث سحب كرة تحمل رقماً زوجياً

$$P(\mathrm{A}) = \frac{\text{عدد الحالات الملائمة}}{\text{عدد الحالات الممكنة}} = \frac{nombre\ de\ cas\ favorables}{nombre\ de\ cas\ possibles} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \mathbf{0,5}$$

2. تحمل رقماً فرديا: حدث سحب رقماً فرديا هو حدث متمم (عكسي) لسحب رقماً زوجياً.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}5 = \mathbf{0,5}$$

II. نسحب منه كرتين معاً. احتمال أن: (السحب معاً معناه الترتيب غير مهم)

1. تحملان رقمين زوجيين: نفرض أن B هو حدث سحب كرتان تحملان رقمان زوجيان:

$$P(B) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{\frac{3\times 2}{2}}{\frac{6\times 5}{2}} = \frac{3}{15} = \mathbf{0,20}$$

(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,4); (3,5); (3,6); (4,5); (4,6); (5,6)

2. تحملان رقمين فرديين: نفرض أن C هو حدث سحب كرتان تحملان رقمان فرديان: (الحدثان B و C ليسا متتامان)

$$P(C) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{\frac{3\times 2}{2}}{\frac{6\times 5}{2}} = \frac{3}{15} = \mathbf{0,20}$$

(1,2); (1,3); (1,4); (1,5); (1,6); (2,3); (2,4); (2,5); (2,6); (3,4); (3,5); (3,6); (4,5); (4,6); (5,6)

3. تشكلان عددا زوجيا: عند تشكيل الأعداد الترتيب مهم رغم أن السحب معا. نفرض أن D هو حدث تشكيل عدد زوجي.

$$P(D) = \frac{A_3^1 \times A_5^1}{A_6^2} = \frac{3\times 5}{6\times 5} = \frac{15}{30} = \mathbf{0,50}$$

رقم الآحاد: 2 أو 4 أو 6	رقم العشرات: جميع الأرقام ما عدا رقم الآحاد
3 امكانيات	5 امكانيات

(12); (13); (14); (15); (16); (23); (24); (25); (26); (34); (35); (36); (45); (46); (56)
(21); (31); (41); (51); (61); (32); (42); (52); (62); (43); (53); (53); (54); (64); (65)

III. نسحب منه كرتين على التوالي دون ارجاع: 1. احتمال سحب كرتين مجموعهما يساوي 8: الحدث E

$$E = \{(2,6); (6,2); (3,5); (5,2)\} \Longrightarrow P(E) = \frac{4}{A_6^2} = \frac{4}{6\times 5} = \frac{4}{30} = \mathbf{0,13}$$

2. احتمال سحب كرتين تشكلان عددا أكبر من 40: الحدث F

$$P(F) = \frac{A_3^1 \times A_3^1 + A_3^1 \times A_2^1}{A_6^2} = \frac{3\times 3 + 3\times 2}{6\times 5} = \frac{15}{30} = \mathbf{0,50}$$

رقم الآحاد: 1 أو 2 أو 3 أو 4 أو 5 أو 6	رقم العشرات: 4 أو 5 أو 6
الحالة الأولى: الآحاد 1 أو 2 أو 3 (3 إمكانيات)	3 إمكانيات
الحالة الثانية: الآحاد 4 أو 5 أو 6 (3 إمكانيات)	2 إمكانيات

(12); (13); (14); (15); (16); (23); (24); (25); (26); (34); (35); (36); (45); (46); (56)
(21); (31); (41); (51); (61); (32); (42); (52); (62); (43); (53); (53); (54); (64); (65)

IV. نسحب منه كرتين على التوالي مع الارجاع:

1. احتمال سحب كرتين تشكلان عددا فرديا يقل عن 40: الحدث G

$$P(G) = \frac{\hat{A}_3^1 \times \hat{A}_3^1}{\hat{A}_6^2} = \frac{3 \times 3}{6^2} = \frac{9}{36} = \mathbf{0,25}$$

رقم الآحاد: 1 أو 3 أو 5	رقم العشرات: 1 أو 2 أو 3
3 امكانيات	3 امكانيات

(12); (13); (14); (15); (16); (23); (24); (25); (26); (34); (35); (36); (45); (46); (56)
(21); (31); (41); (51); (61); (32); (42); (52); (62); (43); (53); (53); (54); (64); (65)
(11); (22); (33); (44); (55); (66)

2. احتمال سحب كرتين تحملان رقمان مجموعهما زوجي: عدد مجموع رقميه زوجي معناه الآحاد فردي والعشرات فردي أو الآحاد زوجي والعشرات زوجي. الحدث H

$$P(H) = \frac{\hat{A}_3^1 \times \hat{A}_3^1 + \hat{A}_3^1 \times \hat{A}_3^1}{\hat{A}_6^2} = \frac{3 \times 3 + 3 \times 3}{6^2} = \frac{18}{36} = \mathbf{0,5}$$

رقم الآحاد:	رقم العشرات:
الحالة الأولى: الآحاد زوجي (3 إمكانيات)	العشرات: زوجي (3 إمكانيات)
الحالة الثانية: الآحاد فردي (3 إمكانيات)	العشرات: فردي (3 إمكانيات)

(12); (13); (14); (15); (16); (23); (24); (25); (26); (34); (35); (36); (45); (46); (56)
(21); (31); (41); (51); (61); (32); (42); (52); (62); (43); (53); (53); (54); (64); (65)
(11); (22); (33); (44); (55); (66)

حل التمرين رقم 2: صندوق به 3 كرات زرقاء، 4 كرات حمراء و5 كرات بيضاء. نسحب منه 3 كرات معاً، احتمال سحب:

1. ثلاثة كرات زرقاء: نرمز بـ A لحدث سحب ثلاثة كرات زرقاء

$$P(\mathrm{A}) = \frac{C_3^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{220} = \mathbf{0,0045}$$

2. كرة حمراء وكرتان باللون الأبيض: نرمز بـ B لحدث سحب كرة حمراء وكرتان باللون الأبيض

$$P(\mathrm{B}) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_{12}^3} = \frac{4 \times 10}{220} = \frac{40}{220} = \mathbf{0,18}$$

3. ثلاثة كرات من نفس اللون: نرمز بـ C لحدث سحب ثلاثة كرات من نفس اللون

$$P(\mathrm{C}) = \frac{C_3^3 + C_4^3 + C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{1 + 4 + 10}{220} = \frac{15}{220} = \mathbf{0,068}$$

4. كرة بيضاء على الأقل: نرمز بـ D لحدث سحب كرة بيضاء على الأقل

$$P(\mathrm{D}) = \frac{C_5^1 \times C_7^2 + C_5^2 \times C_7^1 + C_5^3 \times C_7^0}{C_{12}^3} = \frac{5 \times 21 + 10 \times 7 + 10}{220} = \frac{185}{220} = \mathbf{0,84}$$

5. كرتان زرقاوتان على الأكثر: نرمز بـ E لحدث سحب كرتان زرقاوتان على الأكثر

$$P(\mathrm{E}) = \frac{C_3^2 \times C_9^1 + C_3^1 \times C_9^2 + C_3^0 \times C_9^3}{C_{12}^3} = \frac{3 \times 9 + 3 \times 36 + 84}{220} = \frac{219}{220} = \mathbf{0,99}$$

6. ثلاثة كرات من ألوان مختلفة: نرمز بـ F لحدث سحب ثلاثة كرات من ألوان مختلفة

$$P(\mathrm{E})=\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_5^1}{C_{12}^3}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{60}{220}=\mathbf{0,27}$$

حالات كثيرة الاستخدام: $C_n^0=1\ \ ;\ \ C_n^n=1\ \ ;\ \ C_n^1=n\ \ ;\ \ C_n^{n-1}=n\ \ ;\ \ C_n^2=\frac{n(n-1)}{2}$

حل التمرين رقم 3: السحب على التوالي الترتيب مهم.

1. عدد طرق إجراء السحب:

$$A_7^3=\frac{7!}{4!}=7\times6\times5=\mathbf{210}$$ طريقة

2. احتمال الحصول على مبلغ يساوي 60 دج: معناه سحب ثلاثة قطع من فئة 20 دج، نرمز ب A لهذا الحدث ومنه:

$$P(\mathrm{A})=\frac{A_5^3}{A_7^3}=\frac{5\times4\times3}{210}=\frac{60}{210}=\mathbf{0,29}$$

3. احتمال الحصول على مبلغ يساوي 50 دج: معناه سحب قطعتان من فئة 20 دج وقطعة من فئة 10 دج، نرمز بـ B لهذا الحدث.

السحب يكون بهذا الترتيب: 20 دج⟵20دج⟵10 دج **أو** 20 دج⟵10دج⟵20دج **أو** 10 دج⟵20دج⟵20 دج، ومنه:

$$P(\mathrm{B})=\frac{3(A_5^2\times A_2^1)}{A_7^3}=\frac{3(5\times4\times2)}{210}=\frac{120}{210}=\mathbf{0,57}$$

حل التمرين رقم 4: ليكن لدينا الحدث A "الرامي الأول يصيب الهدف" والحدث B "الرامي الثاني يصيب الهدف"

$P(\mathrm{A})=0{,}6\Longrightarrow P(\bar{A})=0{,}4$ **-2-** $P(\mathrm{B})=0{,}8\Longrightarrow P(\bar{B})=0{,}2$

1. احتمال اصابة كليهما للهدف: حسب قانون الضرب في حالة حدثان مستقلان نجد:

$$P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=P(A)\times P(B)=0{,}6\times0{,}8=\mathbf{0,48}$$

2. احتمال اصابة الهدف بطلقة واحدة فقط:

$$P(\mathrm{A}\cap\bar{\mathrm{B}})+P(\bar{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})=P(A)\times P(\bar{B})+P(\bar{A})\times P(B)=0{,}6\times0{,}2+0{,}4\times0{,}8=\mathbf{0,44}$$

3. اصابة الهدف بطلقة واحدة على الأقل:

$$P(\mathrm{A}\cap\bar{\mathrm{B}})+P(\bar{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})+P(\mathrm{A}\cap\mathrm{B})=P(A)\times P(\bar{B})+P(\bar{A})\times P(B)+P(A)\times P(B)=0{,}44+0{,}48=\mathbf{0,92}$$

أو باستعمال قانون الجمع في حالة حدثان غير متنافيان نجد:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=0{,}6+0{,}8-0{,}48=\mathbf{0,92}$$

4. احتمال اصابة الهدف من طرف الرامي الثاني فقط:

$$P(\bar{\mathrm{A}}\cap\mathrm{B})=P(\bar{A})\times P(B)=0{,}4\times0{,}8=\mathbf{0,32}$$

حل التمرين رقم 5: نرمز بـ K لحدث اختيار شخص يطالع الخبر ونرمز بـ N لحدث اختيار شخص يطالع النصر

$P(K)=0{,}30\qquad P(N)=0{,}20\qquad P(K\cap N)=0{,}10$

1. احتمال أن يكون الشخص يطالع الخبر أو النصر: الحدثان غير متنافيان لان احتمال التقاطع يختلف عن الصفر ومنه حسب قانون الجمع نجد:

$$P(K\cup N)=P(K)+P(N)-P(K\cap N)=0{,}30+0{,}20-0{,}10=\mathbf{0,40}$$

2. احتمال أن يكون الشخص يطالع الخبر علماً أنه يطالع النصر: الاحتمال الشرطي

$$P(K/N)=\frac{P(K\cap N)}{P(N)}=\frac{0{,}10}{0{,}20}=\mathbf{0,50}$$

أي أن 50% من الأشخاص الذين يطالعون النصر هم أيضا يطالعون الخبر.

3. احتمال أن يكون الشخص يطالع النصر علماً أنه يطالع الخبر: الاحتمال الشرطي

$$P(N/K)=\frac{P(K\cap N)}{P(K)}=\frac{0{,}10}{0{,}30}=\mathbf{0,33}$$

أي أن 33% من الأشخاص الذين يطالعون الخبر هم أيضا يطالعون النصر.

حل التمرين رقم 6: نسحب مصباحين من عُلبة بها 8 مصابيح جيّدة "B" و4 مصابيح تالفة "E". حساب الاحتمالات التالية:

I. حالة سحب مصباحين معاً:

1. سحب مصباحين جيّدين: نرمز لهذا الحدث بـ BB

$$P(BB) = \frac{C_8^2}{C_{12}^2} = \frac{28}{66} = \mathbf{0,42}$$

2. سحب مصباحين تالفين: نرمز لهذا الحدث بـ EE

$$P(EE) = \frac{C_4^2}{C_{12}^2} = \frac{6}{66} = \mathbf{0,09}$$

3. سحب مصباح جيّد وآخر تالف: نرمز لهذا الحدث بـ BE

$$P(BE) = \frac{C_8^1 \times C_4^1}{C_{12}^2} = \frac{8 \times 4}{66} = \frac{32}{66} = \mathbf{0,48}$$

4. سحب مصباح جيّد على الأكثر:

$$P(BE \cup EE) = \frac{C_8^1 \times C_4^1 + C_8^0 \times C_4^2}{C_{12}^2} = \frac{38}{66} = \mathbf{0,58}$$

II. حالة سحب مصباحين على التوالي دون ارجاع: نفرض أن لدينا الأحداث التالية: B_1: المصباح الأول جيد، B_2: المصباح الثاني جيد، E_1: المصباح الأول معيب، E_2: المصباح الثاني معيب.

1. سحب مصباحين جيّدين:

$$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1)P\left({B_2}/{B_1}\right) = \frac{8}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{56}{132} = \mathbf{0,42}$$

أو يُمكن استخدام قانون الترتيبة دون تكرار

$$P(B_1 \cap B_2) = \frac{A_8^2}{A_{12}^2} = \frac{56}{132} = \mathbf{0,42}$$

2. أن يكون المصباح الثاني جيّد:

$$P(B_2) = P(B_1)P\left({B_2}/{B_1}\right) + P(E_1)P\left({B_2}/{E_1}\right) = \frac{8}{12} \times \frac{7}{11} + \frac{4}{12} \times \frac{8}{11} = \frac{88}{132} = \mathbf{0,67}$$

3. أن يكون المصباح الأوّل جيّد علماً أن المصباح الثاني جيّد:

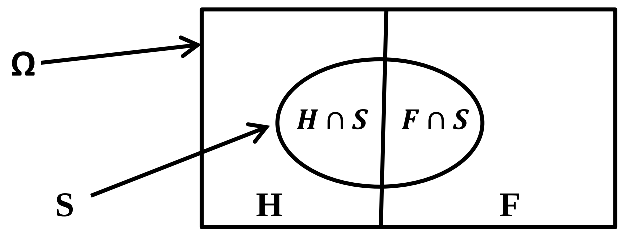
$$P\left({B_1}/{B_2}\right) = \frac{P(B_1 \cap B_2)}{P(B_2)} = \frac{0{,}42}{0{,}67} = \mathbf{0,63}$$

حل التمرين رقم 7: نفرض أن لدينا الأحداث التالية:

F: الشخص المسحوب أنثى، H: الشخص المسحوب ذكر، S: الشخص المسحوب يراجع مقياس الاحصاء، ومنه:

$$P(F) = 0{,}60 \qquad P\left({S}/{F}\right) = 0{,}20$$
$$P(H) = 0{,}40 \qquad P\left({S}/{H}\right) = 0{,}30$$

1. احتمال أن يكون الشخص المسحوب عشوائيا يراجع مقياس الاحصاء: اي حساب الاحتمال الكلي $P(S)$



$$S = (F \cap S) \cup (H \cap S) \Longrightarrow P(S) = P(F \cap S) + P(H \cap S)$$
$$P(S) = P(F) \times P\left(S/_F\right) + P(H) \times P\left(S/_H\right) = 0{,}60 \times 0{,}20 + 0{,}40 \times 0{,}30 = \mathbf{0{,}24}$$

2.إذا كان الشخص المسحوب عشوائيا يراجع مقياس الاحصاء، احتمال أن يكون ذكر: نظرية بايز

يمكن طرح هذا السؤال بطريقة أخرى: ما احتمال أن يكون الشخص ذكر علماً أنه يراجع مقياس الاحصاء.

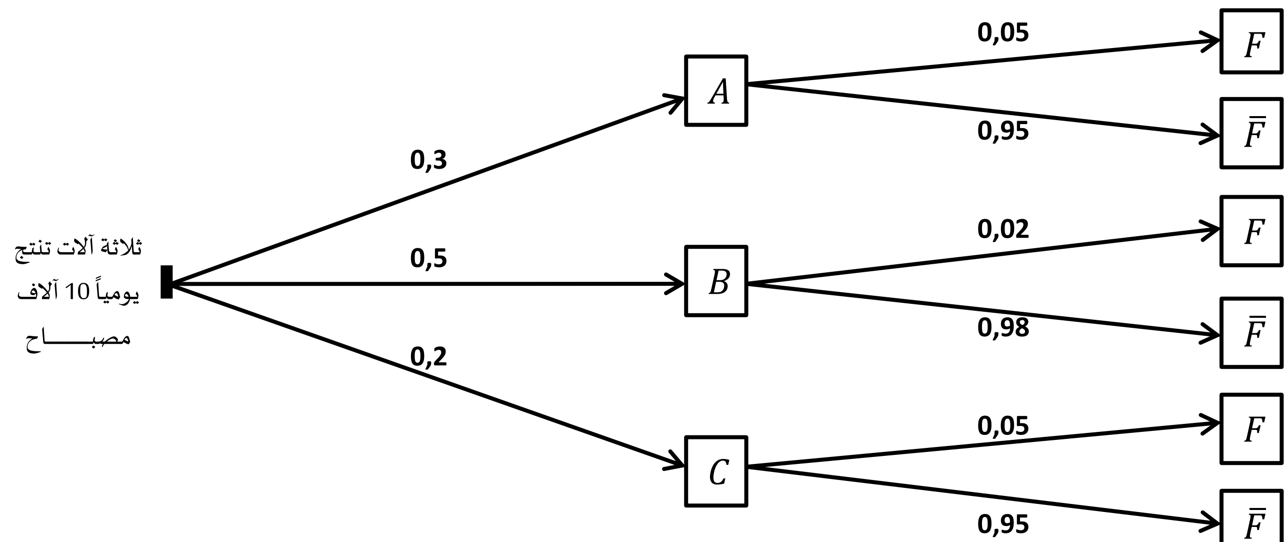
$$P\left(H/_S\right) = \frac{P(H \cap S)}{P(S)} = \frac{P(H) \times P\left(S/_H\right)}{P(S)} = \frac{0{,}40 \times 0{,}30}{0{,}24} = \mathbf{0{,}5}$$

أي أن نصف عدد الأشخاص المراجعين لمقياس الاحصاء ذكور والنصف الآخر إناث

حل التمرين رقم 8: نفرض أن لدينا الأحداث التالية: A: المصباح من انتاج الآلة الأولى، B: المصباح من انتاج الآلة الثانية، C: المصباح من انتاج الآلة الثالثة،F: المصباح المسحوب معيب، ومنه:

$$P(A) = \frac{3000}{10000} = 0{,}3 \qquad P\left(F/_A\right) = 0{,}05 \qquad P\left(\bar{F}/_A\right) = 0{,}95$$
$$P(B) = \frac{5000}{10000} = 0{,}5 \qquad P\left(F/_B\right) = 0{,}02 \qquad P\left(\bar{F}/_B\right) = 0{,}98$$
$$P(C) = \frac{2000}{10000} = 0{,}2 \qquad P\left(F/_C\right) = 0{,}05 \qquad P\left(\bar{F}/_C\right) = 0{,}95$$

1. رسم الشجرة الاحتمالية:



2. احتمال أن يكون المصباح المسحوب من انتاج الآلة A أو B وهو معيب:

$$(A \cap F) \cup (B \cap F) \Longrightarrow P(A \cap F) + P(B \cap F) = P(A) \times P\left(F/_A\right) + P(B) \times P\left(F/_B\right)$$
$$= 0{,}3 \times 0{,}05 + 0{,}5 \times 0{,}02 = \mathbf{0{,}025}$$

3. حساب احتمال أن يكون المصباح المسحوب:

1.3. معيباً:

$$P(F) = P(A \cap F) + P(B \cap F) + P(C \cap F)$$
$$P(F) = P(A) \times P\left(F/_A\right) + P(B) \times P\left(F/_B\right) + P(C) \times P\left(F/_C\right)$$
$$P(F) = 0{,}3 \times 0{,}05 + 0{,}5 \times 0{,}02 + 0{,}2 \times 0{,}05 = \mathbf{0{,}035}$$

2.3. صالحاً: الطريقة الأولى:

$$P(\bar{F}) = P(A \cap \bar{F}) + P(B \cap \bar{F}) + P(C \cap \bar{F})$$
$$P(\bar{F}) = P(A) \times P\left(\bar{F}/_A\right) + P(B) \times P\left(\bar{F}/_B\right) + P(C) \times P\left(\bar{F}/_C\right)$$

$$P(F)=0{,}3\times 0{,}95+0{,}5\times 0{,}98+0{,}2\times 0{,}95=\mathbf{0,965}$$

الطريقة الثانية:

$$P(\bar{F})=1-P(F)=1-0{,}035=\mathbf{0,965}$$

4. بعد السحب تأكد أن هذا المصباح معيباً، احتمال أن يكون من انتاج الآلة C: نظرية بايز

$$P\left({C}/{F}\right)=\frac{P(C\cap F)}{P(F)}=\frac{P(C)\times P\left({F}/{C}\right)}{P(F)}=\frac{0{,}2\times 0{,}05}{0{,}035}=\mathbf{0,29}$$

حل التمرين رقم 9: نرمز بـ S لسحب كرتين من نفس اللون، ومنه:

$$P(A_1)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\qquad P\left({S}/{A_1}\right)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_6^2}=\frac{4}{15}$$

$$P(A_2)=\frac{1}{6}\qquad P\left({S}/{A_2}\right)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_2^2}{C_9^2}=\frac{10}{36}$$

$$P(A_3)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}\qquad P\left({S}/{A_3}\right)=\frac{C_5^2+C_4^2+C_3^2}{C_{12}^2}=\frac{19}{66}$$

1. احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون:

$$P(S)=P(A_1)\times P\left({S}/{A_1}\right)+P(A_2)\times P\left({S}/{A_2}\right)+P(A_3)\times P\left({S}/{A_3}\right)$$

$$P(S)=\frac{1}{3}\times\frac{4}{15}+\frac{1}{6}\times\frac{10}{36}+\frac{1}{2}\times\frac{19}{66}=\mathbf{0,28}$$

2. احتمال أن تكون الكرتان مسحوبتان من الكيس الأول علماً أنهما باللون الأسود:

$$P\left({A_1}/{N}\right)=\mathbf{0}$$

هذا الحدث مستحيل الوقوع لأن الكيس الأول يحتوي على كرة سوداء واحدة

3. إذا كانت الكرتان من نفس اللون، احتمال أن تكونا من الكيس الأول هو:

$$P\left({A_1}/{S}\right)=\frac{P(A_1\cap S)}{P(S)}=\frac{P(A_1)\times P\left({S}/{A_1}\right)}{P(S)}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{4}{15}}{0{,}28}=\mathbf{0,32}$$

حل التمرين رقم 10: نفرض أن لدينا الأحداث التالية: A_1: العضو من القسم الأول، A_2: العضو من القسم الثاني، A_3: العضو من القسم الثالث، A_4: العضو من القسم الرابع، H: العضو طالب، F: العضو طالبة ، ومنه:

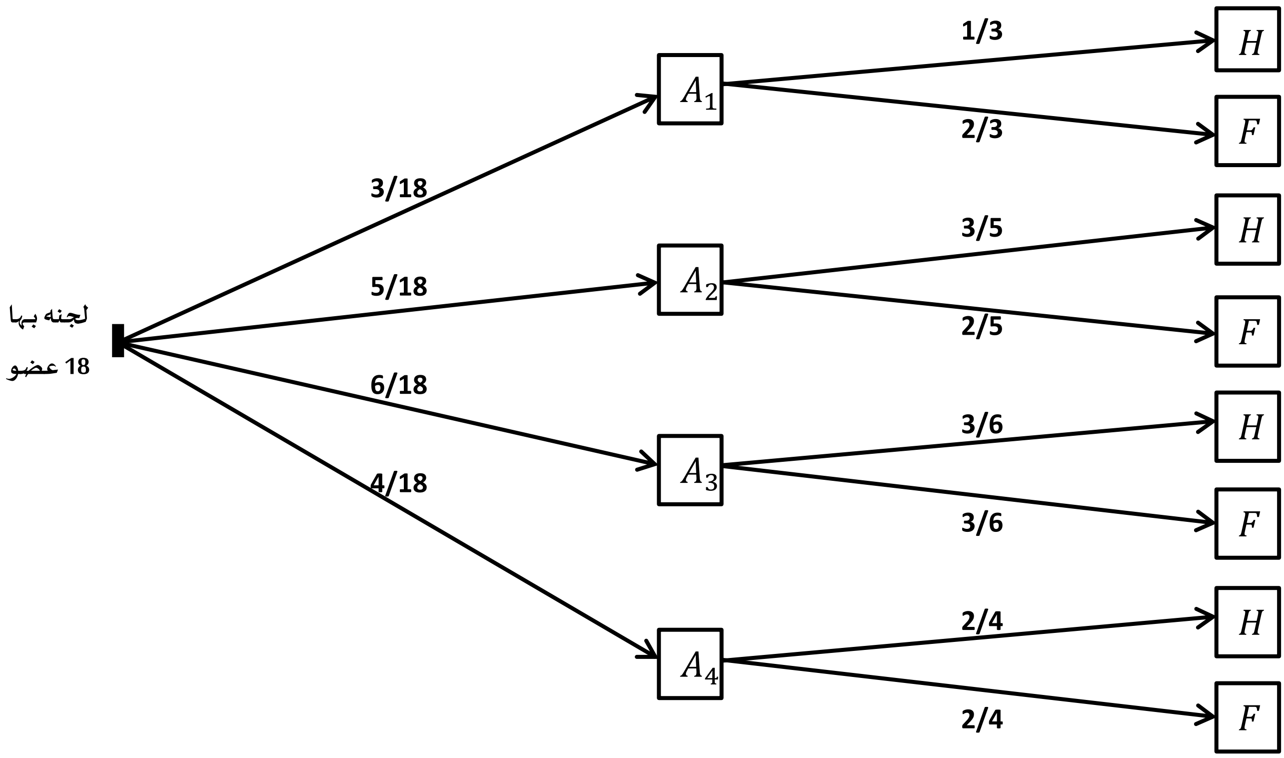
$$P(A_1)=\frac{3}{18}\qquad P\left({H}/{A_1}\right)=\frac{1}{3}\qquad P\left({F}/{A_1}\right)=\frac{2}{3}$$

$$P(A_2)=\frac{5}{18}\qquad P\left({H}/{A_2}\right)=\frac{3}{5}\qquad P\left({F}/{A_2}\right)=\frac{2}{5}$$

$$P(A_3)=\frac{6}{18}\qquad P\left({H}/{A_3}\right)=\frac{3}{6}\qquad P\left({F}/{A_3}\right)=\frac{3}{6}$$

$$P(A_4)=\frac{4}{18}\qquad P\left({H}/{A_4}\right)=\frac{2}{4}\qquad P\left({F}/{A_3}\right)=\frac{2}{4}$$

1. رسم الشجرة الاحتمالية:



2. احتمال أن يكون العضو المسحوب من القسم الثالث أو الرابع وهو طالب:

$$P(A_3 \cap H) + P(A_4 \cap H) = P(A_3)P\left({}^{H}/_{A_3}\right) + P(A_4)P\left({}^{H}/_{A_4}\right) = \frac{6}{18} \times \frac{3}{6} + \frac{4}{18} \times \frac{2}{4} = \mathbf{0,28}$$

1.3. احتمال ان يكون العضو المسحوب طالب:

$$P(H) = P(A_1)P\left({}^{H}/_{A_1}\right) + P(A_2)P\left({}^{H}/_{A_2}\right) + P(A_3)P\left({}^{H}/_{A_3}\right) + P(A_4)P\left({}^{H}/_{A_4}\right) = \mathbf{0,5}$$

2.3. احتمال ان يكون العضو المسحوب طالبة:

$$P(F) = 1 - P(H) = 1 - 0{,}5 = \mathbf{0,5}$$

4. احتمال أن يكون العضو من القسم الأول علماً أنه طالب:

$$P\left({}^{A_1}/_{H}\right) = \frac{P(A_1 \cap H)}{P(H)} = \frac{P(A_1)P\left({}^{H}/_{A_1}\right)}{P(H)} = \frac{\frac{3}{18} \times \frac{1}{3}}{0{,}5} = \mathbf{0,11}$$

4. احتمال أن يكون العضو من القسم الرابع علماً أنها طالبة:

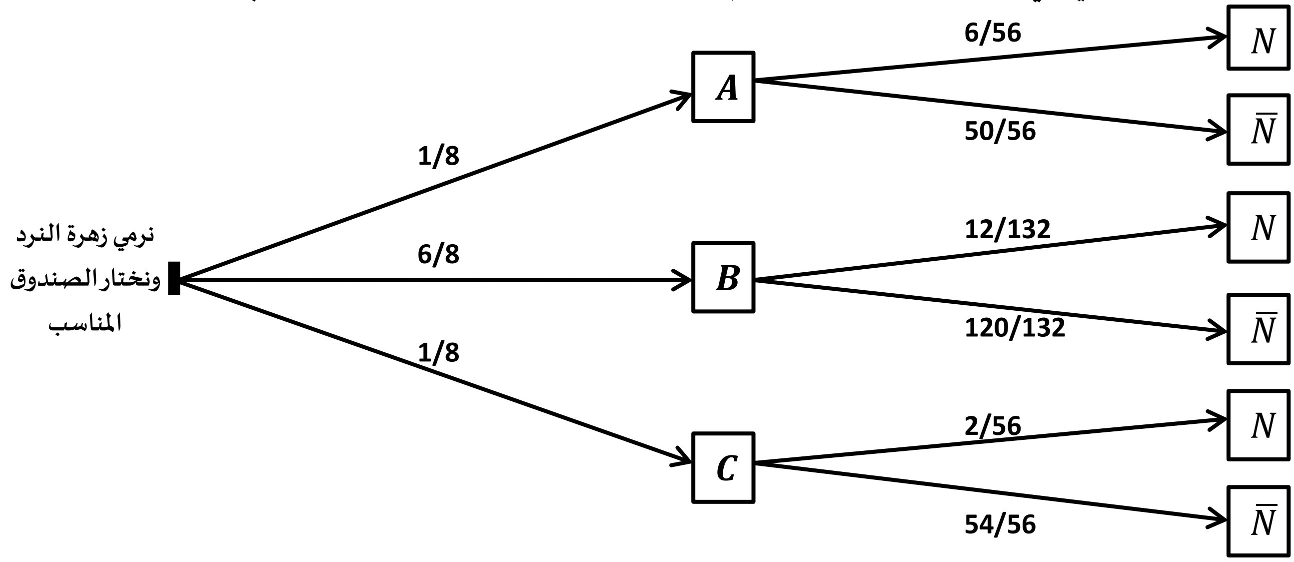
$$P\left({}^{A_4}/_{F}\right) = \frac{P(A_4 \cap F)}{P(F)} = \frac{P(A_4)P\left({}^{F}/_{A_4}\right)}{P(F)} = \frac{\frac{4}{18} \times \frac{2}{4}}{0{,}5} = \mathbf{0,22}$$

حل التمرين رقم 11:

عند رمي قطعة نقود ثلاثة مرات فإن عدد الحالات الاجمالية هو ثمانية، ومنه:

$$\Omega = \begin{Bmatrix} F & F & F \\ F & P & F \\ F & F & P \\ F & P & P \\ P & P & P \\ P & F & P \\ P & P & F \\ P & F & F \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} P(A) = \frac{1}{8} & P(N/A) = \frac{A_3^2}{A_8^2} = \frac{6}{56} \\ P(B) = \frac{6}{8} & P(N/B) = \frac{A_4^2}{A_{12}^2} = \frac{12}{132} \\ P(C) = \frac{1}{8} & P(N/C) = \frac{A_2^2}{A_8^2} = \frac{2}{56} \end{cases}$$

ترجمة معطيات هذا التمرين في شكل شجرة احتمالية ثم حساب احتمال أن تكونا الكرتين المسحوبتين سوداوتان:



بما أن الأحداث A, B, C تشكل تجزئة للمجموعة الكلية والحدث N لا يتحقق إلا بتحقق الأحداث السابقة، ومنه باستخدام قانون الاحتمال الكلي نجد:

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}(N) &= P(A)P(N/A) + P(B)P(N/B) + P(C)P(N/C) \\
&= \frac{1}{8}\times\frac{6}{56} + \frac{6}{8}\times\frac{12}{132} + \frac{1}{8}\times\frac{2}{56} = \frac{3}{224} + \frac{9}{132} + \frac{1}{224} \\
&= \frac{396 + 2016 + 132}{29568} = \mathbf{0,086}
\end{aligned}$$