

## Corrigé-type de Série N°2 de Statistiques Appliquées

### Exercice 1 :

Le staff médical d'une grande entreprise fait ses petites statistiques sur la pratique du sport par mois de ses employés ; des observations sur 88 employés tirés au sort sont les suivantes :

$x_i =$ Nombre de séances par mois	8	12	16	20	24	28
$n_i =$ effectifs	7	20	23	19	14	5

- 1) Donner la population, le caractère, la nature du caractère et son type.
- 2) Représenter graphiquement la série statistique.
- 3) Calculer le mode ( $M_0$ ), la médiane ( $Me$ ) et l'écart interquartile  $I_Q$ .
- 4) Calculer la moyenne, la variance, l'écart type et le coefficient de variation.

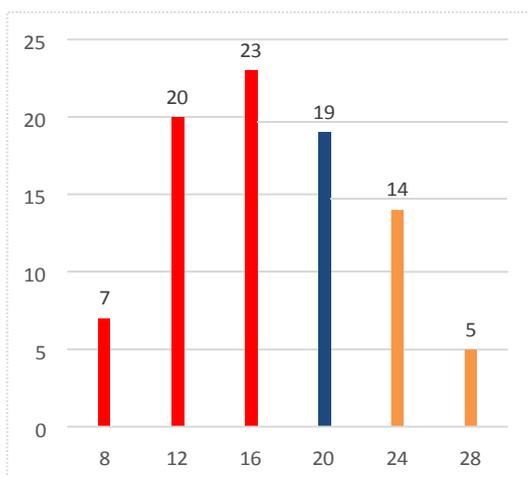
### Solution :

**Population :** Des employés

**Caractère :** Nombre de séances de sport par mois

**Nature :** quantitatif      **Type :** discret

- 1) La représentation graphique convenable pour le cas quantitatif discret c'est un **diagramme en bâtons**



2) **Le mode** : C'est la valeur dominante, qui correspond à l'effectif le plus élevé  
 $M_0 = 16$

Modalités $x_i$	Effectifs $n_i$	Effectifs cumulés croissants $n_i \uparrow$
8	7	7
12	20	27} observation d'ordre 27 observation d'ordre 27
16	<b>23</b> <b>Le plus élevé</b>	50} observation d'ordre 28 observation d'ordre 50
20	19	69} observation d'ordre 51 observation d'ordre 69
24	14	83
28	5	88
Total N	88	

**La médiane :**

Avant de calculer la médiane et les quartiles vous devez calculer les effectifs cumulés  
 $N = 88$  Pair, alors

$$M_e = \frac{\text{obs d'ordre } (\frac{N}{2}) + \text{obs d'ordre } (\frac{N}{2} + 1)}{2} = \frac{\text{obs d'ordre } (44) + \text{obs d'ordre } (45)}{2} = \frac{16 + 16}{2} = 16$$

**Les quartiles :**

**Le 1<sup>er</sup> quartile :  $Q_1$**

$$\frac{N}{4} = 22, \text{ Alors } Q_1 = (22)^{\text{ième}} \text{ observation} = 12$$

**Le 3<sup>ème</sup> quartile :  $Q_3$**

$$\frac{3N}{4} = 66, \text{ Alors } Q_3 = (66)^{\text{ième}} \text{ observation} = 20$$

$$I_Q = Q_3 - Q_1 = 8$$

$$\text{La moyenne : } \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i x_i}{N} = 17.27$$

$$\text{La variance : } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = 28,92$$

$$\text{L'écart-type : } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 n_i x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = 5.378$$

$$\text{Le coefficient de variation : } V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.311$$

### Exercice 02 :

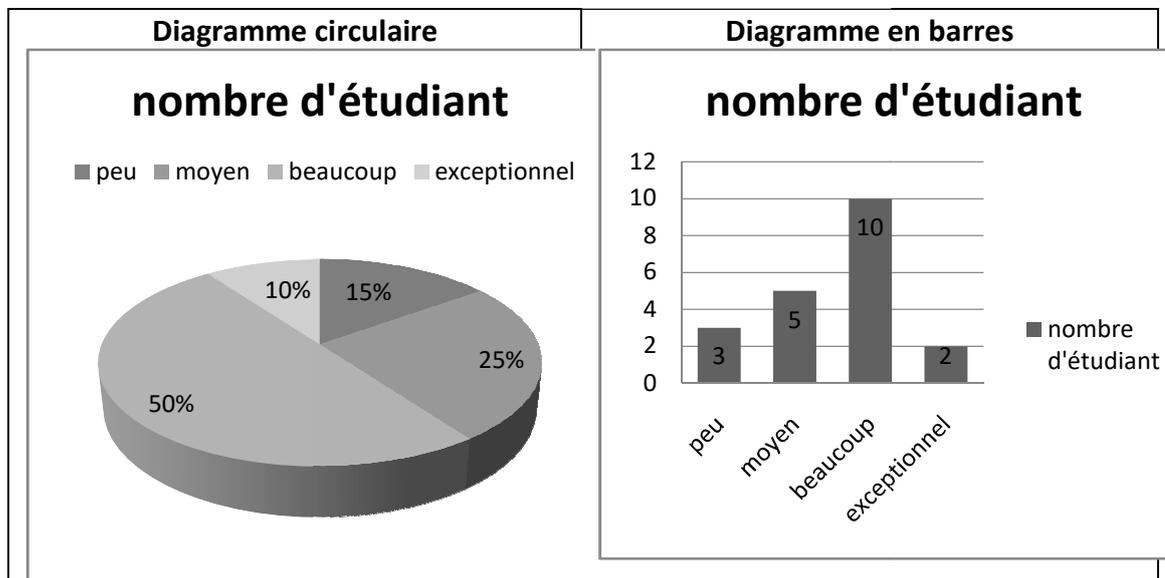
La répartition d'un groupe de 20 étudiants classés par degré de lecture est donnée dans le tableau suivant :

$x_i$ = Degré de lecture	Peu	Moyen	Beaucoup	Exceptionnel
$n_i$ = Nombre d'étudiants	3	5	10	2

- 1) Quelle est la population étudiée ; le caractère étudié ainsi que sa nature?  
Représenter cette série par un graphe adéquat.
- 2) Si le caractère est mesuré par le nombre de livres lus, comment se présenterait le tableau statistique.

### Solution

- 1) **Population** : 20 étudiants  
**Caractère** : Degré de la pratique de lecture.  
**Nature** : qualitatif    **Type** : ordinal
- 2) **Représentation adéquate** :



3) Si le caractère présente le nombre de livres lus, donc il s'agit dans ce cas d'un caractère quantitatif.

✓ Soit par des nombres isolés : **Exemple 2, 4, 6, 10...**

**Caractère quantitatif discret.**

✓ Soit par des classes : **Exemple moins de 2 livres, entre 2 et 5, entre 5 et 10, plus de 10...**

**Caractère quantitatif continu.**

**Exercice 03 :**

Voici les résultats R obtenues dans un exercice par des étudiants lors d'un examen

14	10.1	17.3	14.8	16	9	12.3	7.9	7	15	6	19
6.3	10.7	5	8.4	7	12	9.6	2.4	13	10.6	17	15
8	3.1	10.5	11	18	3.5	12	9.4	3.4	13.2	11	14
14	5	6	11	11	12	16	8	4			

Compléter le tableau suivant :

<b><math>x_i = \text{note}</math></b>	[0 ; 4[	[4 ; 8[	[8 ; 12[	[12 ; 16[	[16 ; 20[	Total
<b><math>n_i = \text{effectifs}</math></b>						

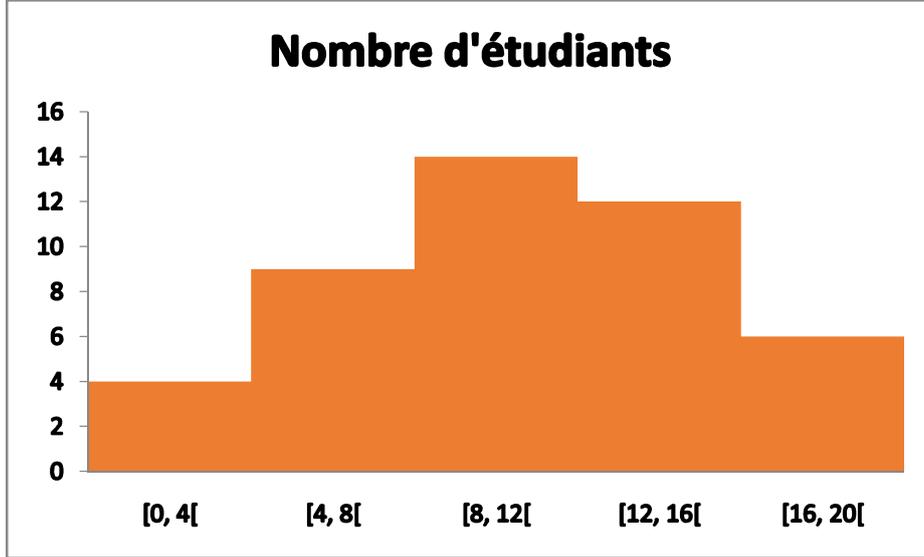
- 1) Représenter graphiquement la série statistique.
- 2) Calculer la classe modale et la médiane (Me) par interpolation linéaire.
- 3) Calculer la moyenne, la variance, l'écart type et le coefficient de variation.

**Solution :**

1)

Classes $[x_{i-1}; x_i[$	Effectifs $n_i$	Effectifs cumulés croissants $n_i \uparrow$
[0 ; 4[	4	4
[4 ; 8[	9	13
[8 ; 12[	<b>14</b> <b>Le plus élevé</b>	27 } <i>observation d'ordre 14</i> <i>observation d'ordre 27</i>
[12 ; 16[	12	39
[16 ; 20[	6	45
Total N	45	

2) Représentation graphique : Histogramme



3) La classe modale c'est la classe ayant l'effectif le plus élevé :  $M_0 \in [8; 12[$ .  
Toujours avant de calculer le mode, on calcule les effectifs cumulés croissants

La classe médiane :  $M_e \in [8 ; 12[$

$$M_e = x_{i-1} + k \frac{N/2 - n_{i-1}^{\uparrow}}{n_i^{\uparrow} - n_{i-1}^{\uparrow}} = 8 + 4 \frac{22.5 - 13}{27 - 13} = 10.714$$

4) Centre de la classe  $[e_{i-1}, e_i[$       $c_i = \frac{e_{i-1} + e_i}{2} = e_{i-1} + \frac{k}{2} = e_i - \frac{k}{2}$

La moyenne :  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i}{N} = 10.62$

La variance :  $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i^2}{N} - \bar{x}^2 = 21.3$

L'écart-type :  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 n_i c_i^2}{N} - \bar{x}^2} = 4.615$

Le coefficient de variation :  $V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = 0.435$

#### Exercice 04 :

Dans un centre de renseignements téléphoniques, une enquête est effectuée sur un échantillon de 320 clients, afin de diminuer le temps d'attente subi par la clientèle. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Temps secondes	[0 ; 5[	[5 ; 10[	[10 ; 15[	[15 ; 20[	[20 ; 25[	[25 ; 30[	[30 ; 35]	Total
Nb clients $n_i$	32	56	74	78	36	30	14	
Effectif cumulé croissant								
Centre de classe								
Effectif cumulé décroissant								
$n_i \cdot X_i$								

- 1) Quelle est la population étudiée?
- 2) Quel est le caractère étudié?
- 3) Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants du tableau précédent.
- 4) Déterminer la classe modale de cette série.
- 5) Quelle est l'étendue de cette série?
- 6) Calculer le temps d'attente moyen.
- 7) Construire l'histogramme de cette série et calculer la valeur de la variance.

- 8) Quel est le pourcentage de clients qui attendent au moins 20 secondes?  
 9) Quel est le pourcentage de clients qui attendent moins de 10 secondes?

**Solution :**

**Population :** Des clients

**Caractère :** Temps d'attente

**Nature :** quantitatif    **Type :** Continu

2)

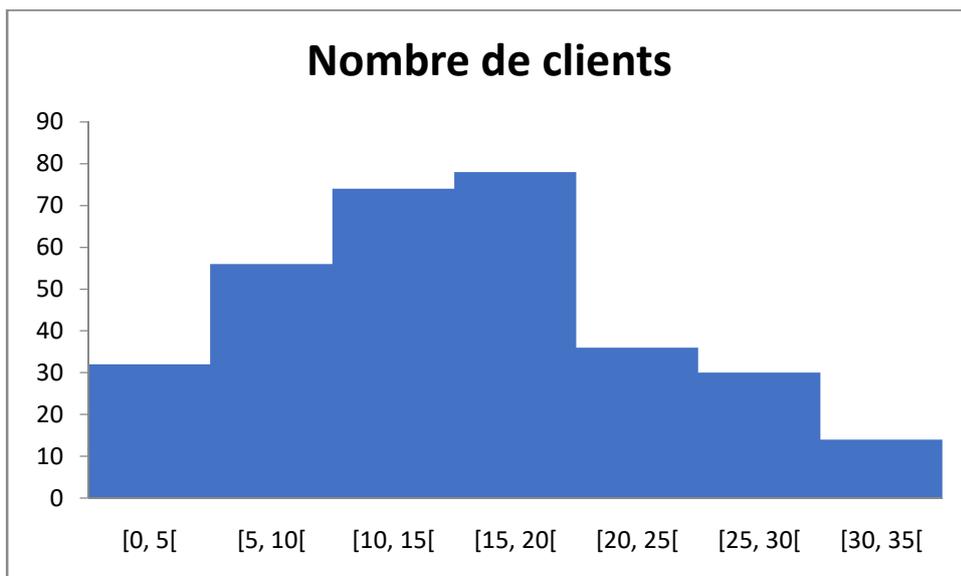
Classes	Effectifs	Effectifs cumulés croissants	Effectifs cumulés décroissants	Centres de classes
[0, 5[	32	32	320	2.5
[5, 10[	56	88	288	7.5
[10, 15[	74	162	232	12.5
[15, 20[	78 Le plus élevé	240	158	17.5
[20, 25[	36	276	80	22.5
[25, 30[	30	306	44	27.5
[30, 35[	14	320	14	32.5
Total N	320			

La classe modale c'est la classe ayant l'effectif le plus élevé:  $M_0 \in [15; 20[$ .

L'étendue de la série :  $E = e_p - e_1 = 35 - 0 = 35$

Le temps d'attente moyen :  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i c_i}{N} = 15.25$

L'histogramme :



**Le pourcentage des clients attendant au moins 20 secondes est :**

**(Au moins 20 signifie  $\geq 20$ )**

$$\frac{36 + 30 + 14}{320} \times 100 = 25\%$$

**Le pourcentage des clients attendant moins de 10 secondes est :**

**(Moins de 10 signifie  $< 10$ )**

$$\frac{32 + 56}{320} \times 100 = 27.5\%$$