

جامعة 8 ماي 1945 قالمة
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
قسم العلوم التجارية

الموسم الجامعي 2019 - 2020

السنة الأولى جذع مشترك

سلسلة التمارين الثالثة للإحصاء 2

- 1-** في تجربة رمي زهرتي نرد، نفرض أن الرقمين الظاهرين مختلفين. أوجد الاحتمالات التالية: أ- المجموع=6 ب- أن يظهر الرقم 1 ج- المجموع 4 وأقل
- 2-** كيس يحتوي على 12 كرة مرقمة من 1 إلى 12، نسحب منه كرة واحدة. ما احتمال سحب كرة: أ- تحمل رقما زوجيا ب- تحمل رقما فرديا ج- تحمل رقما يقبل القسمة على 3
- 3-** إناء به 10 كرات مرقمة من 0 إلى 9، أحسب احتمالات سحب: أ- كرة تحمل رقما يقبل القسمة على 3 ب- كرتان مجموع رقمهما 10 ج- كرتان لا تحمل أي منهما الرقم 0
- 4-** كيس به 3 كرات زرقاء، 4 كرات حمراء و5 كرات بيضاء. نسحب 3 كرات في آن واحد، ما احتمال سحب: أ- 3 كرات زرقاء ب- كرة حمراء وكرتان بيضاوتان ج- 3 كرات من نفس اللون د- كرة بيضاء على الأقل هـ- 3 كرات من ألوان مختلفة
- 5-** إذا علمت أن احتمال النجاح في مقياس ما هو 0.6 بالنسبة لـ 120 طالب ممتحن. سحبنا عشوائيا 5 طلبة، ما احتمال: أ- أن يكونوا جميعا من الناجحين ب- أن يكون 3 طلبة فقط من بين الناجحين
- 6-** أطلق أحد الرماة طلقة واحدة على هدف معين مؤلف من 3 مناطق مرقمة 1، 2 و3. فإذا علمت أن احتمال وقوع الإصابة في هذه المناطق هو على التوالي 0.15، 0.23 و0.14 فما هو احتمال عدم إصابة هذا الهدف
- 7-** في إحدى الجامعات رسب 25% من الطلبة في مقياس الرياضيات، 15% في الإحصاء و10% في الرياضيات والإحصاء. اخترنا طالب بصفة عشوائية، فما احتمال أن يكون: أ- راسب في الإحصاء أو الرياضيات ب- راسب في الرياضيات علما انه راسب في الإحصاء ج- راسب في الإحصاء مع العلم انه راسب في الرياضيات
- 8-** شمل فحص طبي إحدى كليات الجامعة، فتبين أن 2% من الذكور مصابين بمرض X وأن 3% من الإناث مصابات بنفس المرض. إذا علمت أن 40% من طلبة الكلية هم إناث، احسب الاحتمالات التالية: أ- أن الشخص المسحوب عشوائيا مصاب بهذا المرض ب- إذا كان الشخص المسحوب مصابا بالمرض، فما احتمال أن يكون ذكر
- 9-** لدينا 3 أكياس مرقمة 1، 2 و3 تحتوي على التوالي على كرتين حمراوتين و4 كرات بيضاء، كرة حمراء وكرتين بيضاوتين، كرتين حمراوتين و5 كرات بيضاء. نختار كيس بطريقة عشوائية ونسحب منه كرة، إذا علمت أنها حمراء فما احتمال أن تكون مسحوبة من الكيس الذي يحمل الرقم 2
- 10-** تستأجر جمعية سياحية سيارات تابعة لثلاث وكالات خاصة A, B وC حيث 60% من السيارات تتبع الوكالة A، 30% تتبع الوكالة B و10% يستأجر من الوكالة C. إذا علمت أن 9%، 20% و6% من السيارات المستأجرة على التوالي من الوكالات A, B وC بحاجة إلى مراجعة ميكانيكية
- أ- ما احتمال أن تكون السيارة المستأجرة من الوكالة A بحاجة إلى مراجعة
- ب- إذا كانت السيارة تحتاج إلى مراجعة ميكانيكية، فما احتمال أن تكون تابعة للوكالة B
- 11-** لدينا ثلاث مجموعات إنتاج A_1 ، A_2 و A_3 تحتوي كل منها على قطع غيار مصنوعة في شركتين مختلفتين F_1 و F_2 . إذا علمت أن 30% من قطع المجموعة الأولى من صنع F_1 ، 45% من قطع المجموعة الثانية من صنع F_2 و60% من قطع المجموعة الثالثة من صنع F_1 . نختار مجموعة إنتاج بصفة عشوائية ونسحب منها قطعة غيار
- أ- ما احتمال أن تكون من صنع F_1
- ب- إذا علمت أن هذه القطعة من صنع F_2 ، فما احتمال أن تكون تابعة للمجموعة الثالثة

12- لدينا 3 أكياس مرقمة 1، 2 و 3 وحجر نرد. الكيس الأول يحتوي على 3 كرات حمراء، كرتين بيضاويتين وكرة سوداء. الكيس الثاني يحتوي على 4 كرات حمراء، 3 بيضاء وكرتين سوداويتين. الكيس الثالث يحتوي على 5 كرات حمراء، 4 بيضاء و 3 سوداء. نرمي حجر النرد: فإذا ظهر الرقم 1 أو 2 نختار الكيس الأول، إذا ظهر الرقم 3 نختار الكيس الثاني وإذا ظهر الرقم 4 أو 5 أو 6 نختار الكيس الثالث. نسحب في كل تجربة كرتين

أ- ما احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون

ب- إذا كانت الكرتان سودوتان، فما احتمال أن تكون من الكيس الأول

الحل النموذجي للسلسلة الثالثة

حل التمرين الأول

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (6,5), (6,6)\}$$

الحالات التي يكون فيها الرقمان متشابهان عددها 6 حالات وبالتالي ستكون غير معنية بالحساب. وعليه، فعدد الحالات الكلية سيصبح 30 عوض 36 حالة

أ. عندما يكون المجموع يساوي 6 فالحالات المعنية هي

$$A = \{(1,5), (5,1), (2,4), (4,2)\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{30} = 0.133$$

ب. الحالات التي يظهر فيها الرقم 1 هي

$$B = \{(1,2), (2,1), (1,3), (3,1), \dots, (1,6), (6,1)\} \Rightarrow P(B) = \frac{10}{30} = 0.333$$

ج. الحالات التي يكون فيها المجموع 4 وأقل هي

$$C = \{(1,2), (2,1), (1,3), (3,1)\} \Rightarrow P(C) = \frac{4}{30} = 0.133$$

حل التمرين الثاني

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$$

أ. نفرض أن A الحادث الممثل لظهور كرة تحمل رقما زوجيا

$$A = \{2,4,6,8,10,12\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{12} = 0.5$$

ب. نفرض أن B الحادث الممثل لظهور كرة تحمل رقما فرديا

$$B = \{1,3,5,7,9,11\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{12} = 0.5$$

ج. نفرض أن C الحادث الممثل لظهور كرة تحمل رقما يقبل القسمة على 3

$$C = \{3,6,9,12\} \Rightarrow P(C) = \frac{4}{12} = 0.333$$

حل التمرين الثالث

$$\Omega = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

أ. A: "حادث ظهور كرية تحمل رقما يقبل القسمة على 3"

$$A = \{0,3,6,9\} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{10} = 0.4$$

ب. B: "حادث ظهور كرتان مجموع رقمهما 10"

$$B = \{(1,9), (2,8), (3,7), (4,6)\} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{C_{10}^2} = \frac{4}{45} = 0.089$$

ج. C: "حادث ظهور كرتان لا تحمل أي منهما الرقم 0"

$$P(C) = \frac{C_9^2}{C_{10}^2} = \frac{36}{45} = 0.8$$

حل التمرين الرابع

أ. احتمال سحب 3 كرات زرقاء

$$P(A) = \frac{C_3^3}{C_{12}^3} = \frac{1}{220} = 0.005$$

ب. احتمال سحب كرة حمراء وكرتان بيضاوتان

$$P(B) = \frac{C_4^1 \times C_5^2}{C_{12}^3} = \frac{40}{220} = 0.182$$

ج. احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون

$$P(C) = \frac{C_3^3 + C_4^3 + C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{15}{220} = 0.068$$

د. احتمال سحب كرة بيضاء على الأقل

$$P(D) = \frac{C_5^1 \times C_7^2 + C_5^2 \times C_7^1 + C_5^3 \times C_7^0}{C_{12}^3} = \frac{185}{220} = 0.841$$

هـ. احتمال سحب 3 كرات من ألوان مختلفة

$$P(E) = \frac{C_3^1 \times C_4^1 \times C_5^1}{C_{12}^3} = \frac{60}{220} = 0.273$$

حل التمرين الخامس

بما أن 60% من الطلبة سينجحون في المقياس، فعدد هؤلاء الطلبة هو: $72 = 120 \times 0.6$ طالب. وبالتالي، فباقي الطلبة (48 طالب) سوف يرسبون في المقياس
أ. احتمال نجاح الـ 5 طلبة المسحوبين

$$P(A) = \frac{C_{72}^5}{C_{120}^5} = 0.073$$

ب. احتمال نجاح 3 طلبة فقط

$$P(B) = \frac{C_{72}^3 \times C_{48}^2}{C_{120}^5} = 0.353$$

حل التمرين السادس

بفرض A_1 حادث إصابة المنطقة رقم 1 ومنه

$$P(A_1) = 0.15 \Rightarrow P(\bar{A}_1) = 0.85$$

بفرض A_2 حادث إصابة المنطقة رقم 2 ومنه

$$P(A_2) = 0.23 \Rightarrow P(\bar{A}_2) = 0.77$$

بفرض A_3 حادث إصابة المنطقة رقم 3 ومنه

$$P(A_3) = 0.14 \Rightarrow P(\bar{A}_3) = 0.86$$

الاحتمال المطلوب حسابه هو

$$P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3) = ?$$

$$\begin{aligned} P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3) &= P(\bar{A}_1) + P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_3) - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2) - P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_3) - P(\bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3) \\ &= P(\bar{A}_1) + P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_3) - [P(\bar{A}_1) \times P(\bar{A}_2)] - [P(\bar{A}_1) \times P(\bar{A}_3)] - [P(\bar{A}_2) \times P(\bar{A}_3)] \\ &\quad + [P(\bar{A}_1) \times P(\bar{A}_2) \times P(\bar{A}_3)] = 0.995 \end{aligned}$$

ملاحظة

لو افترضنا في هذه الحالة أن الحوادث الثلاث هي حوادث متنافية فإن

$$P(\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) + P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_3) = 2.48 > 1 \text{ (غير منطقي)}$$

حل التمرين السابع

أ. احتمال رسوب طالب في الإحصاء أو الرياضيات

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S) = 0.25 + 0.15 - 0.1 = 0.3$$

ب. احتمال رسوب طالب في الرياضيات علماً أنه راسب في الإحصاء

$$P(M/S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{0.1}{0.15} = 0.667$$

ج. احتمال رسوب طالب في الإحصاء علماً أنه راسب في الرياضيات

$$P(S/M) = \frac{P(M \cap S)}{P(M)} = \frac{0.1}{0.25} = 0.4$$

حل التمرين الثامن

$$P(F) = 0.4 \Rightarrow P(G) = 0.6 \quad P(X/G) = 0.02 \quad P(X/F) = 0.03$$

أ. احتمال أن الشخص المسحوب مصاب بالمرض X

$$P(X) = P(G)P(X/G) + P(F)P(X/F) = 0.024$$

ب. احتمال أن يكون الشخص ذكر علماً أنه مصاب بالمرض X

$$P(G/X) = \frac{P(G \cap X)}{P(X)} = \frac{P(G)P(X/G)}{P(X)} = \frac{0.6(0.02)}{0.024} = 0.5$$

حل التمرين التاسع

الاحتمال المطلوب حسابه هو $P(A_2/R)$ حيث A_2 يمثل الكيس رقم 2 و R يمثل الكرة الحمراء المسحوبة. وهنا، نطبق قانون بايز (الحالة العامة)

$$P(A_2/R) = \frac{P(A_2)P(R/A_2)}{\sum P(A_i)P(R/A_i)}$$

لدينا ما يلي:

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(R/A_1) = \frac{C_2^1}{C_6^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(R/A_2) = \frac{C_1^1}{C_3^1} = \frac{1}{3}$$

$$P(R/A_3) = \frac{C_2^1}{C_7^1} = \frac{2}{7}$$

$$P(A_2/R) = \frac{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{7}} = 0.35$$

حل التمرين العاشر

$$P(A) = 0.6 \quad P(B) = 0.3 \quad P(C) = 0.1 \quad P(R/A) = 0.09$$

$$P(R/B) = 0.2 \quad P(R/C) = 0.06$$

أ. احتمال أن تكون السيارة المستأجرة من الوكالة A بحاجة إلى مراجعة ميكانيكية

$$P(R) = P(A)P(R/A) = 0.054$$

ب. احتمال أن تكون السيارة تابعة للوكالة B مع العلم أنها بحاجة لمراجعة ميكانيكية

$$P(B/R) = \frac{P(B)P(R/B)}{P(A)P(R/A) + P(B)P(R/B) + P(C)P(R/C)} = 0.5$$

حل التمرين الحادي عشر

$$P(A_1) = P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(F_1/A_1) = 0.3$$

$$P(F_2/A_2) = 0.45 \Rightarrow P(F_1/A_2) = 0.55$$

$$P(F_1/A_3) = 0.6$$

أ. احتمال أن تكون القطعة المسحوبة من صنع 1

$$P(F_1) = P(A_1)P(F_1/A_1) + P(A_2)P(F_1/A_2) + P(A_3)P(F_1/A_3) = 0.483$$

ب. احتمال أن تكون القطعة تابعة لـ 3 مع العلم أنها من صنع 2

$$P(A_3/F_2) = \frac{P(A_3)P(F_2/A_3)}{P(A_1)P(F_2/A_1) + P(A_2)P(F_2/A_2) + P(A_3)P(F_2/A_3)} = 0.258$$

حل التمرين الثاني عشر

أ. احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتان من نفس اللون

$$P(A_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

احتمال اختيار الكيس الأول / ظهور الرقم 1 أو 2 من حجر النرد

$$P(A_2) = \frac{1}{6}$$

احتمال اختيار الكيس الثاني / ظهور الرقم 3 من حجر النرد

$$P(A_3) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

احتمال اختيار الكيس الثالث / ظهور الرقم 4 أو 5 أو 6 من حجر النرد

$$P(B/A_1) = \frac{C_2^2 + C_3^2}{C_6^2} = \frac{4}{15}$$

$$P(B/A_2) = \frac{C_4^2 + C_3^2 + C_2^2}{C_9^2} = \frac{10}{36}$$

$$P(B/A_3) = \frac{C_5^2 + C_4^2 + C_3^2}{C_{12}^2} = \frac{19}{66}$$

$$P(B) = P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + P(A_3)P(B/A_3) = 0.279$$

ب. احتمال أن تكون الكرتان من الكيس الأول مع العلم أنهما سودوتان

$$P(A_1/N) = 0$$

هذا الحادث يعد مستحيلا كون الكيس الأول لا يحتوي سوى على كرة واحدة سوداء