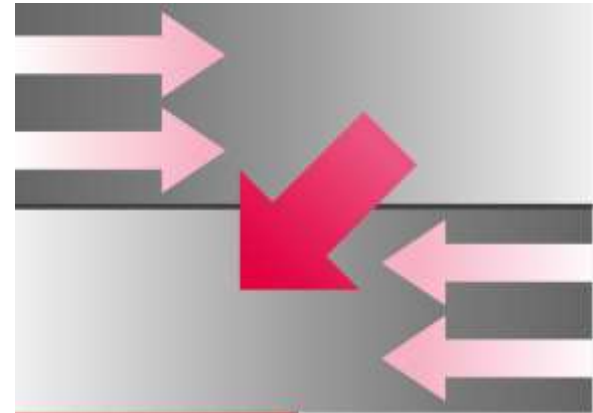
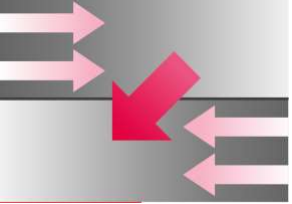


# Chapitre 4

## ECHANGEURS DE CHALEUR



Prof. Cherif OULD LAHOUCINE



# Préambule

- Le processus d'échange de chaleur entre deux fluides à différentes températures et séparées par une paroi solide, se produit dans de nombreuses applications d'ingénierie. Le dispositif utilisé pour mettre en œuvre cet échange est appelé un échangeur de chaleur, et des applications spécifiques peuvent être trouvées dans divers domaines tels que le chauffage et la climatisation, la production d'énergie, la récupération de chaleur perdue ainsi que le traitement chimique.
- Dans ce chapitre, nos objectifs sont d'introduire des paramètres de performance pour évaluer l'efficacité d'un échangeur de chaleur et d'élaborer des méthodologies de conception d'un échangeur de chaleur pour prédire la performance d'un échangeur existant et opérant dans des conditions prescrites.

# Différents Types d'Echangeurs de Chaleur

## Différents Types d'Echangeurs de Chaleur

1. Échangeurs de chaleur à tubes concentriques (échangeur de chaleur le plus simple, disposition parallèle ou à contre-courant, Fig.1).

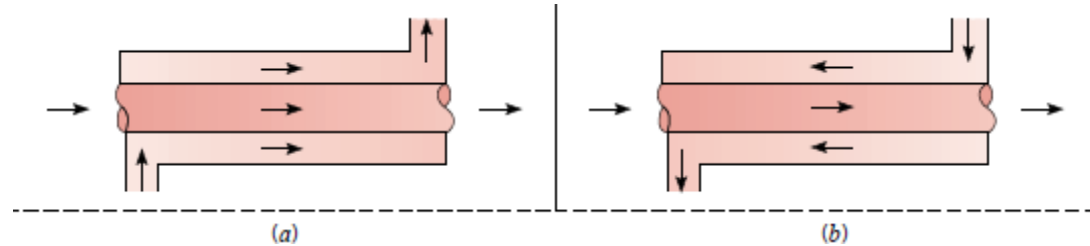


Fig .1 Échangeurs de chaleur à tubes concentriques.  
(a) Flux parallèle. (b) Contre-flux.

# Différents Types d'Echangeurs de Chaleur

## 2. Échangeurs de chaleur à courants croisés.

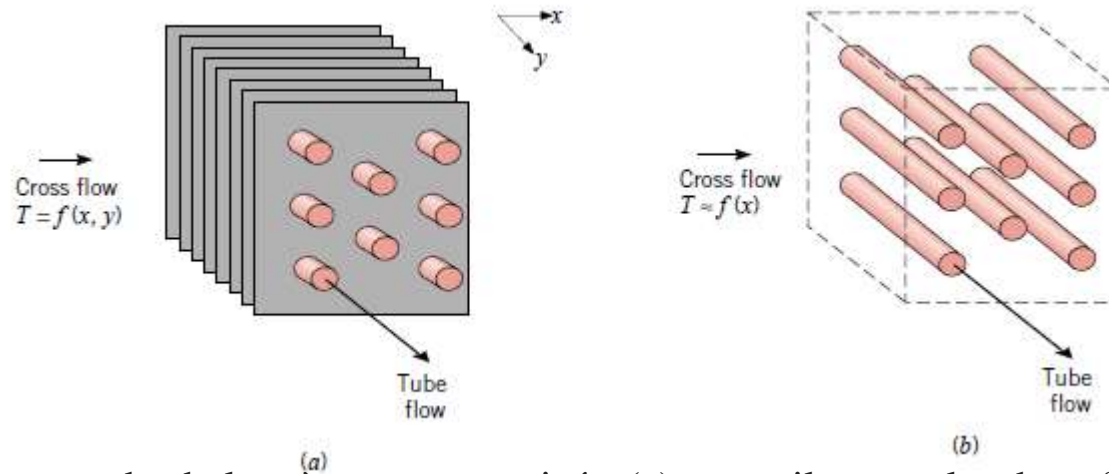


Fig.2 Échangeurs de chaleur à courants croisés. (a) avec ailettes et les deux fluides non mélangés. (b) sans ailettes avec un fluide mélangé et l'autre non mélangé.

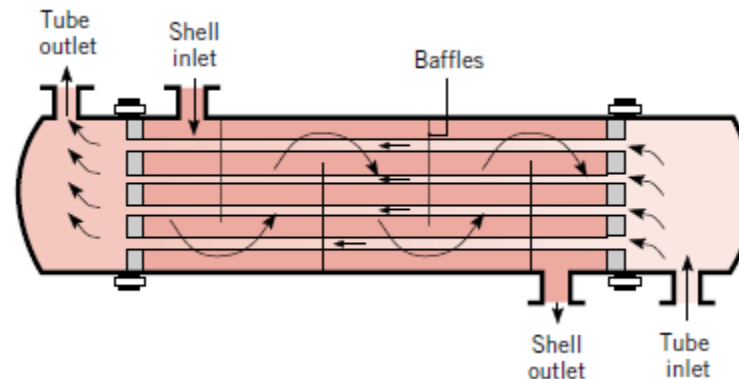


Fig.3 Échangeur de chaleur à faisceau tubulaire avec un passage de la coquille passe et un passage de tube (mode de contre-courant de opération).

# Différents Types d'Echangeurs de Chaleur

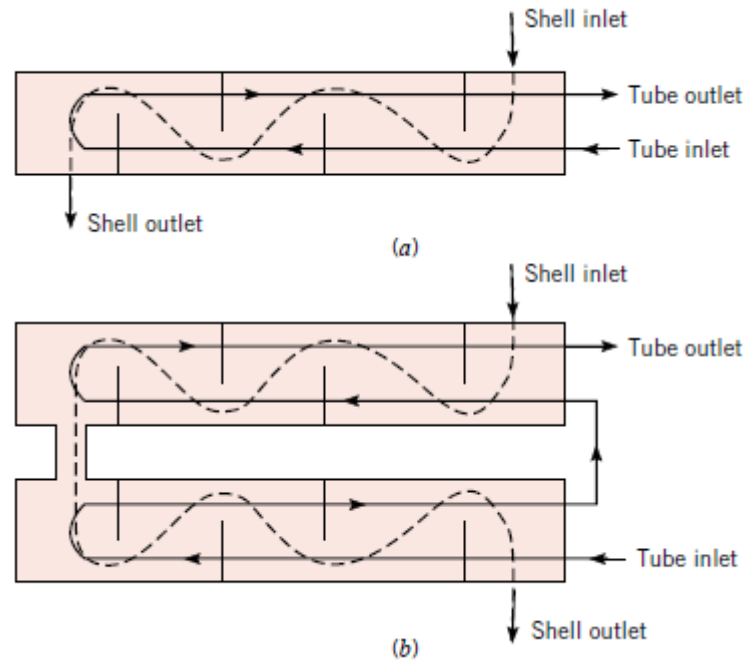


Fig.4 Échangeurs de chaleur à faisceau tubulaire. (a) une passe de coquille et deux passes de tube. (b) Deux passes dans la coquille et quatre passes de tube.

# Différents Types d'Echangeurs de Chaleur

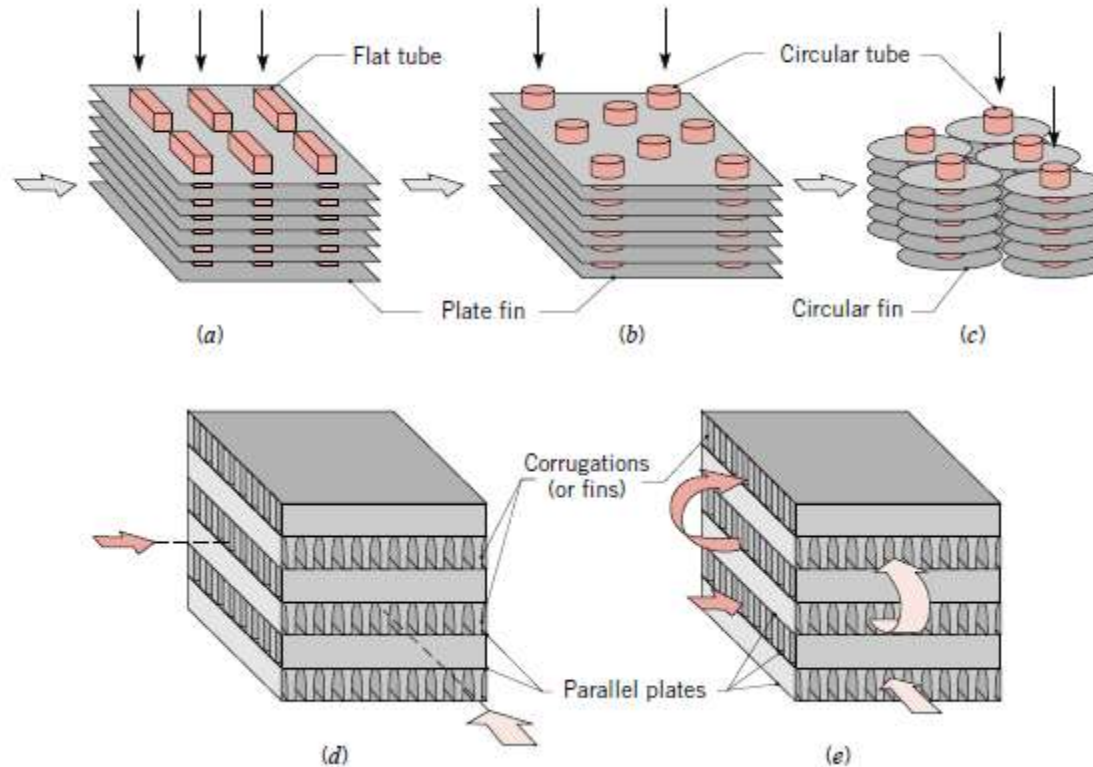


Fig.5 Échangeurs de chaleur compacts. (a) Tubes à ailettes (tubes plats, ailettes à plaques continues). (b) Tubes à ailettes (tubes circulaires, ailettes à plaques continues). (c) Tube à ailettes (tubes circulaires, ailettes circulaires). (d) Ailette plaque (passe unique). (e) Ailette plaque (multipass).





## Le coefficient global de transfert de chaleur

- **Remarque importante:** Une partie essentielle, et souvent la plus incertaine, de toute analyse d'échangeur de chaleur est la détermination du coefficient global de transfert de chaleur. Rappelez-vous du module de transfert de chaleur que ce coefficient est défini en termes de la résistance thermique totale au transfert de chaleur entre deux fluides. Dans ces équations, le coefficient a été déterminé que pour des résistances de conduction et de convection entre des fluides séparés par un plan composite et des parois cylindriques, respectivement. *Il est important de reconnaître, cependant, que les résultats s'appliquent uniquement aux surfaces propres et sans ailettes.*





## Le coefficient global de transfert de chaleur

- **Cas réel:** Pendant le fonctionnement normal de l'échangeur de chaleur, les surfaces sont souvent sujettes à l'encrassement par impuretés de fluide, la formation de rouille ou autres réactions entre le fluide et le matériau de la paroi. Le dépôt ultérieur d'un film ou d'une impureté sur la surface peut augmenter considérablement la résistance au transfert de chaleur entre les fluides. Pour tenir compte de cet effet, on introduit une résistance thermique supplémentaire, appelée facteur d'encrassement,  $R_f$ . (en anglais fouling factor) Sa valeur dépend de la température de fonctionnement, de la vitesse du fluide et de la durée de service de l'échangeur de chaleur.

# Le coefficient global de transfert de chaleur

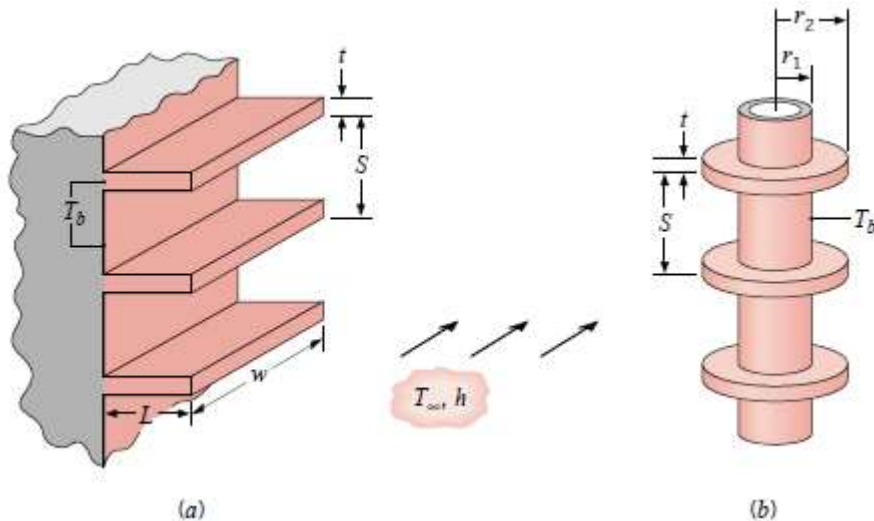
- **Cas des surfaces avec ailettes:** En outre, nous savons que les ailettes sont souvent ajoutées aux surfaces en contact avec des fluides et que, en augmentant la surface, ils réduisent la résistance au transfert de chaleur par convection ( $R_c = 1/hS$ ). Par conséquent, avec l'inclusion de l'encrassement de surface et de l'ailette (surface étendue), le coefficient global de transfert de chaleur peut être exprimé comme:

$$\frac{1}{UA} = \frac{1}{U_c A_c} = \frac{1}{U_h A_h}$$
$$= \frac{1}{(\eta_o h A)_c} + \frac{R''_{f,c}}{(\eta_o A)_c} + R_w + \frac{R''_{f,h}}{(\eta_o A)_h} + \frac{1}{(\eta_o h A)_h}$$

# Le coefficient global de transfert de chaleur

- La quantité  $\eta_0$  de l'équation précédente est appelée *efficacité globale de la surface* ou *efficacité effective* d'une surface avec ailettes. Elle est défini de telle sorte que, pour une surface froide sans encrassement, le taux de transfert de chaleur est

$$q = \eta_0 h A (T_b - T_\infty)$$



$T_b$  est la température de surface de base (Figure de gauche) et  $A$  est la surface totale (ailette plus base exposée).

# Le coefficient global de transfert de chaleur

- L'expression suivante a été dérivée:

$$\eta_o = 1 - \frac{A_f}{A} (1 - \eta_f)$$

- où  $A_f$  est la surface totale des ailettes,  $A$  est la surface totale (tube + ailettes) et  $\eta_f$  est l'efficacité d'une seule ailette.
- Bien que les facteurs d'encrassement représentatifs soient énumérés au tableau 1., ce facteur varie pendant le fonctionnement de l'échangeur de chaleur (augmentation de zéro pour une surface propre, à mesure que les dépôts s'accumulent sur la surface).

Fluid	$R_f''$ ( $\text{m}^2 \cdot \text{K}/\text{W}$ )
Seawater and treated boiler feedwater (below 50°C)	0.0001
Seawater and treated boiler feedwater (above 50°C)	0.0002
River water (below 50°C)	0.0002–0.001
Fuel oil	0.0009
Refrigerating liquids	0.0002
Steam (nonoil bearing)	0.0001



## Le coefficient global de transfert de chaleur

- Cette représentation diffère de celle utilisée lors du cours de transfert de chaleur de l'année dernière, où le rapport est exprimé comme  $NA_f/At$ , avec  $A_f$  représentant la surface d'une seule ailette et  $At$  la surface totale.
- Si une ailette de section droite rectangulaire ou une épingle de longueur  $L$  est utilisée et qu'une pointe adiabatique est supposée, on a:

$$\eta_f = \frac{\tanh(mL)}{mL}$$

## Détails des calculs du coefficient global de transfert de chaleur

Pour une plaque sans ailettes:  $q = A_b h (T_b - T_\infty) = \frac{T_b - T_\infty}{1/A_b h}$

Pour une surface avec ailettes:  $q = \eta_o A_t h (T_b - T_\infty) = \frac{T_b - T_\infty}{1/\eta_o A_t h}$

Ainsi, dans les expressions pour une surface plane, remplaçant  $A_b$  par  $\eta_o A_t$

pour obtenir l'expression d'une surface avec ailettes:

$$\therefore U_h A_h = \frac{1}{R_{tot}} \quad \text{or} \quad \frac{1}{U_h A_h} = R_{tot} = \frac{1}{(hA_t \eta_o)_h} + R_w + \frac{1}{(hA_t \eta_o)_c}$$

$$\text{or} \quad \frac{1}{U_c A_c} = R_{tot} = \frac{1}{(hA_t \eta_o)_h} + R_w + \frac{1}{(hA_t \eta_o)_c} = \frac{1}{U_h A_h}$$

Pour l'encrassement, introduire une résistance thermique supplémentaire, appelée facteur d'encrassement,  $R''_f$

$$\frac{1}{U_c A_c} = \frac{1}{U_h A_h} = R_{tot} = \frac{1}{(hA_t \eta_o)_h} + \frac{R''_{f,h}}{(A_t \eta_o)_h} + R_w + \frac{R''_{f,c}}{(A_t \eta_o)_c} + \frac{1}{(hA_t \eta_o)_c}$$



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- **Préambule:** Pour concevoir ou prédire la performance d'un échangeur de chaleur, il est essentiel de relier le taux de transfert de chaleur total à des quantités telles que les températures du fluide d'entrée et de sortie, le coefficient global de transfert de chaleur et la surface totale de transfert de chaleur. En particulier, si  $q$  est le taux total de transfert de chaleur entre les fluides chauds et froids et qu'il y a un transfert de chaleur négligeable entre l'échangeur et son environnement, ainsi que des changements négligeables des énergies potentielle et cinétique, l'application de l'équation d'énergie (enthalpie) en régime permanent donne:

$$q = \dot{m}_h(i_{h,i} - i_{h,o})$$

# Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

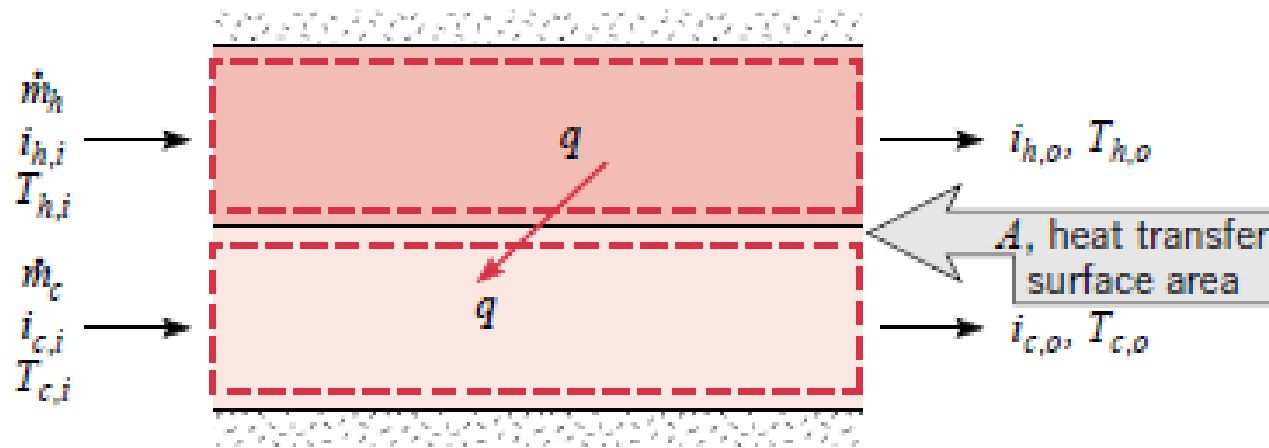


Fig.6 Bilans globaux d'énergie pour les fluides chauds et froids d'un échangeur de chaleur à deux fluides.

$$q = \dot{m}_c(i_{c,o} - i_{c,i})$$

où  $i$  est l'enthalpie fluide. Les indices  $h$  et  $c$  se rapportent aux fluides chauds et froids, alors que les indices  $i$  et  $o$  désignent les conditions d'entrée et de sortie du fluide. Si les fluides ne subissent pas de changement de phase et que des chaleurs spécifiques constantes sont supposées, ces expressions se réduisent à:





## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

$$q = \dot{m}_h c_{p,h} (T_{h,i} - T_{h,o})$$

$$q = \dot{m}_c c_{p,c} (T_{c,o} - T_{c,i})$$

- où les températures apparaissant dans les expressions se réfèrent aux températures moyennes du fluide aux endroits désignés. Notez que les équations ci-dessus sont indépendantes du type d'écoulement et du type d'échangeur de chaleur.
- Une autre expression utile peut être obtenue en rapportant le taux de transfert thermique total  $q$  à la différence de température  $\Delta T$  entre les fluides chaud et froid, où

$$\Delta T \equiv T_h - T_c$$



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- Une telle expression serait une extension de la loi de refroidissement de Newton, avec le coefficient global de transfert de chaleur  $U$  utilisé à la place du coefficient de convection unique  $h$ . Cependant, puisque  $\Delta T$  *varie avec la position dans l'échangeur de chaleur*, il est nécessaire de travailler plutôt avec une équation de bilan de la forme:

$$q = UA \Delta T_m$$

où  $\Delta T_m$  est une différence de température moyenne appropriée. L'équation ci-dessus peut être utilisée avec les équations précédentes pour effectuer une analyse d'échangeur de chaleur. Avant que cela puisse être fait, la forme spécifique de  $\Delta T_m$  doit être établie.



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- **L'échangeur de chaleur à écoulement parallèle**
- Les distributions de température du fluide chaud et froid associées à un échangeur de chaleur à écoulement parallèle sont illustrées à la Figure suivante. La différence de température  $\Delta T$  est initialement grande mais décroît avec  $x$ , se rapprochant de zéro asymptotiquement. Il est important de noter que, pour un tel échangeur, la température de sortie du fluide froid ne dépasse jamais celle du fluide chaud. Dans la figure, les indices 1 et 2 désignent les extrémités opposées de l'échangeur de chaleur. Cette convention est utilisée pour tous les types d'échangeurs de chaleur considérés.

# Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

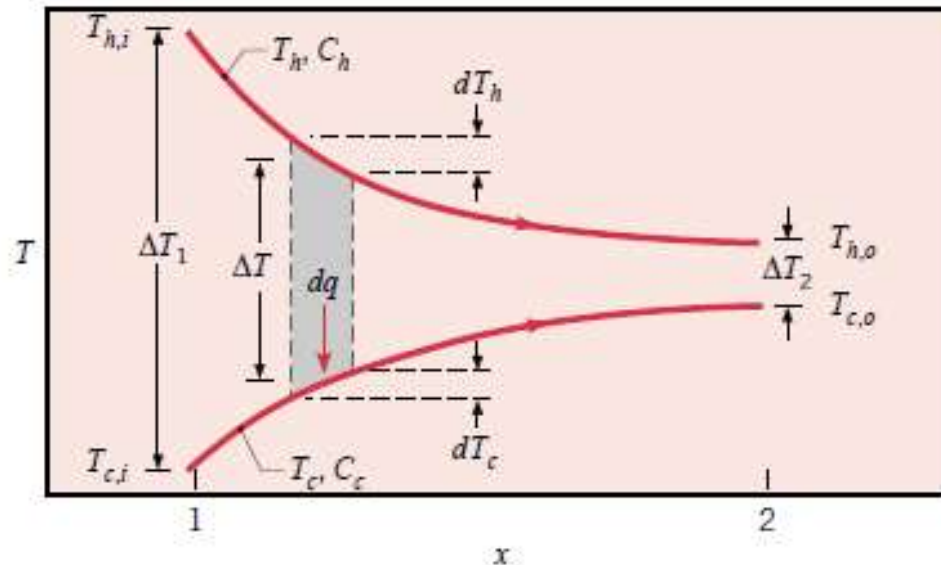
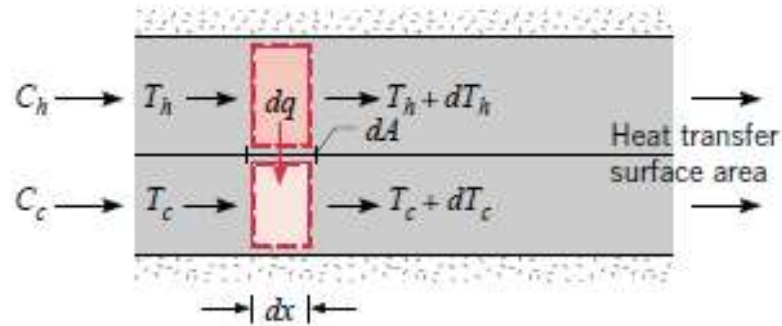


Fig.7 Distributions des températures pour un échangeur de chaleur à courant parallèle.



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- Pour le courant parallèle, il s'ensuit que

$$T_{hj} = T_{h,1}, T_{h,o} = T_{h,2}, T_{cj} = T_{c,1}, \text{ and } T_{c,o} = T_{c,2}.$$

- La forme de  $\Delta T_m$  peut être déterminée en appliquant un bilan énergétique aux éléments différentiels dans les fluides chauds et froids. Chaque élément est de longueur  $dx$  et de surface de transfert de chaleur  $dA$ , comme indiqué sur la figure précédente. Les bilans énergétiques et l'analyse subséquente sont sujets aux hypothèses suivantes:
  1. L'échangeur de chaleur est isolé de son environnement, auquel cas le seul l'échange de chaleur se fait entre les fluides chauds et froids.
  2. La conduction axiale le long des tubes est négligeable.
  3. Les changements d'énergie potentielle et cinétique sont négligeables.
  4. Les chaleurs spécifiques au fluide sont constantes.
  5. Le coefficient global de transfert de chaleur est constant.



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- En appliquant un bilan énergétique à chacun des éléments différentiels de la figure, il s'ensuit que:

$$dq = -\dot{m}_h c_{p,h} dT_h \equiv -C_h dT_h$$

$$dq = \dot{m}_c c_{p,c} dT_c \equiv C_c dT_c$$

- Le transfert de chaleur à travers l'élément de surface  $dA$  peut également être exprimée comme:

$$dq = U \Delta T dA$$

- où  $\Delta T = T_h - T_c$  est la différence de température locale entre le chaud et le froid fluides.



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- Pour déterminer la forme intégrée de l'équation, nous commençons par substituer les équations précédentes dans la forme différentielle de l'équation

$$d(\Delta T) = dT_h - dT_c$$

$$d(\Delta T) = -dq \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$$

- Substituer pour  $dq$  et en intégrant à travers l'échangeur de chaleur, on obtient

$$\int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) \int_1^2 dA$$

$$\ln \left( \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1} \right) = -UA \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$$



## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- Substitution pour  $C_h$  et  $C_c$

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right) &= -UA\left(\frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{q} + \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{q}\right) \\ &= -\frac{UA}{q}[(T_{h,i} - T_{c,i}) - (T_{h,o} - T_{c,o})]\end{aligned}$$

- Reconnaisant que, pour l'échangeur de chaleur à écoulement parallèle de la figure

$$\Delta T_1 = (T_{h,i} - T_{c,i}) \quad \Delta T_2 = (T_{h,o} - T_{c,o})$$

- nous obtenons ensuite

$$q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)}$$





## Analyse de l'échangeur de chaleur: utilisation de la différence de température moyenne logarithmique

- Nous concluons que la différence de température moyenne appropriée est une *différence de température moyenne logarithmique*,  $\Delta T_{lm}$ . En conséquence, nous pouvons écrire

$$q = UA \Delta T_{lm}$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln(\Delta T_2/\Delta T_1)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)}$$

- Rappelez-vous que, pour l'échangeur à courant parallèle:

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta T_1 \equiv T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,i} \\ \Delta T_2 \equiv T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,o} \end{array} \right]$$



## Différence de température moyenne Logarithmique

En appliquant un bilan énergétique à chacun des éléments différentiels de la figure 7, il s'ensuit que

$$m_h c_{p,h} T_h = dq + m_h c_{p,h} (T_h + dT_h) \quad \text{or} \quad dq = -m_h c_{p,h} dT_h = -C_h dT_h \quad (10)$$

$$\text{D'une manière similaire,} \quad dq = m_c c_{p,c} dT_c = C_c dT_c \quad (11)$$

où  $C_h$  et  $C_c$  sont les capacités thermiques des fluides chaud et froid, respectivement.

Le transfert de chaleur à travers la surface  $dA$  peut également être exprimé comme suit:

$$dq = U \Delta T dA$$

où  $\Delta T = T_h - T_c$  est la différence de température locale entre le fluide chaud et le fluide froid. La forme différentielle de l'équation est:

$$d(\Delta T) = dT_h - dT_c$$

Substituant les Eqs. (10) et (11) dans cette dernière on obtient

$$d(\Delta T) = -dq \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) = -U \Delta T dA \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right), \quad \text{or}$$

$$\frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) dA$$

## Différence de température moyenne Logarithmique

Intégrant à travers l'échangeur de chaleur, nous obtenons

$$\int_1^2 \frac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -U \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right) \int_1^2 dA \quad \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1) = -UA \left( \frac{1}{C_h} + \frac{1}{C_c} \right)$$

Substituant pour  $C_h$  et  $C_c$  à partir de :

$$q = m_h c_{p,h} (T_{h,i} - T_{h,o}) = C_h (T_{h,i} - T_{h,o})$$

$$q = m_c c_{p,c} (T_{c,o} - T_{c,i}) = C_c (T_{c,o} - T_{c,i})$$

Respectivement, il vient que

$$\begin{aligned} \ln(\Delta T_2 / \Delta T_1) &= -UA \left( \frac{T_{h,i} - T_{h,o}}{q} + \frac{T_{c,o} - T_{c,i}}{q} \right) \\ &= -\frac{UA}{q} \left[ (T_{h,i} - T_{c,i}) - (T_{h,o} - T_{c,o}) \right] = -(UA/q)(\Delta T_1 - \Delta T_2) \end{aligned}$$

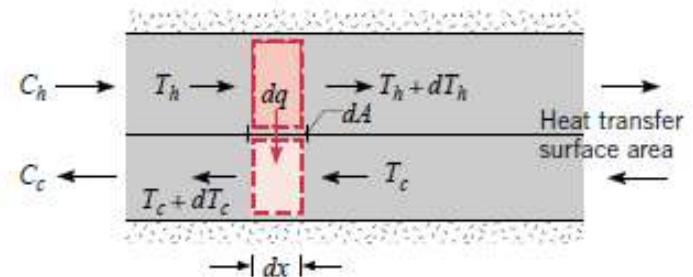
$$q = UA \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} \quad \Delta T_{lm} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln\left(\frac{\Delta T_1}{\Delta T_2}\right)}$$

# Différence de température moyenne Logarithmique

$$q = UA \Delta T_{lm}$$

Pour l'échangeur à courants parallèles,

$$\Delta T_2 = T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,0} - T_{c,0}$$



## L'Echangeur de chaleur à contre-courant

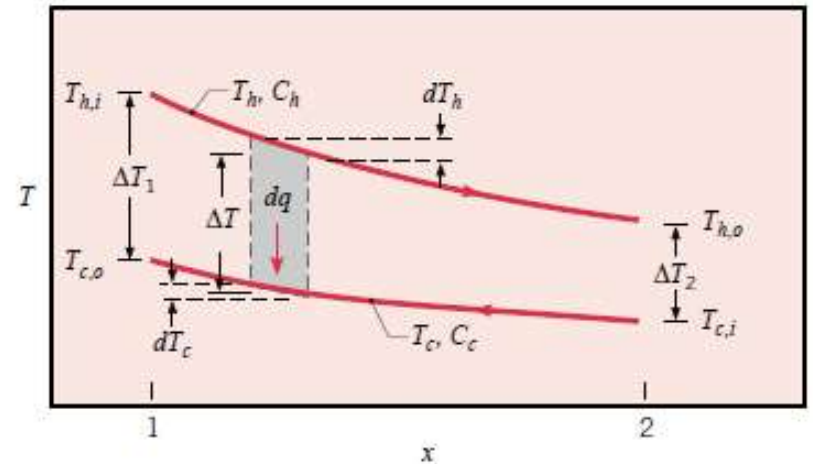
$$\Delta T_1 = T_{h,1} - T_{c,1} = T_{h,i} - T_{c,o}$$

$$\Delta T_2 = T_{h,2} - T_{c,2} = T_{h,o} - T_{c,i}$$

Pour les mêmes températures d'entrée et de sortie,

$$\Delta T_{lm,CF} > \Delta T_{lm,PF}$$

Aussi  $T_{c,o}$  peut dépasser  $T_{h,o}$  pour un écoulement à contre courant mais pas pour un écoulement parallèle.



Distributions de température pour un échangeur de chaleur à contre-courant

# Différence de température moyenne Logarithmique

## Conditions spéciales d'utilisation - Évaporateurs et condenseurs

Lorsque l'un des fluides circulant dans un échangeur de chaleur change de phase, ce fluide reste à température constante, à condition que sa pression ne change pas et qu'il n'y ait pas de surchauffe ou de sous-refroidissement.

$$q = UA \Delta T_{lm} = UA \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln \left( \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2} \right)} = UA \frac{(T_c - T_i) - (T_c - T_o)}{\ln[(T_c - T_i)/(T_c - T_o)]}$$
$$= \dot{m} c_p (T_o - T_i)$$

$$UA / \dot{m} c_p = \ln[(T_c - T_i)/(T_c - T_o)] = -\ln[(T_c - T_o)/(T_c - T_i)]$$

Prendre l'inverse du log donne:

$$e^{-UA/\dot{m}c_p} = (T_c - T_o)/(T_c - T_i) = (T_c - T_o + T_i - T_i)/(T_c - T_i)$$

$$T_o = T_i + (T_c - T_i)(1 - e^{-UA/\dot{m}c_p})$$



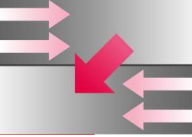
## Différence de température moyenne Logarithmique

Avec un tube circulaire pour le fluide froid circulant dans le tube,

$$A = \pi D x$$

$$T(x) = T_i + (T_c - T_i)(1 - e^{-U\pi D x / \dot{m} c_p})$$

Si  $U = h$ ,  $T_c = T_s$ , la solution du haut est la solution pour une surface à température constante .



## Analyse de l'échangeur de chaleur: méthode efficacité $\varepsilon$ -NTU

Lorsque les températures d'entrée de fluide sont connues et que les températures de sortie sont spécifiées ou facilement déterminées à partir des expressions de bilans énergétiques, il est simple d'utiliser la méthode de différence de température moyenne logarithmique (LMTD). Si seules les températures d'entrée sont connues, l'utilisation de la méthode LMTD nécessite une procédure itérative. La méthode efficacité  $\varepsilon$ - NTU est plus pratique.



# Méthode efficacité $\varepsilon$ -NTU

Pour définir *l'efficacité d'un échangeur de chaleur*, il faut d'abord déterminer le taux de transfert de chaleur maximum possible,  $q_{\max}$ , pour l'échangeur. Ce taux de transfert de chaleur pourrait, en principe, être réalisé dans un échangeur de chaleur à contre-courant de longueur infinie. Dans un tel échangeur, l'un des fluides connaîtrait la différence de température maximum possible ( $T_{h,i} - T_{c,i}$ ).

Pour illustrer ce point, considérons la situation pour laquelle  $C_c < C_h$ , dans ce cas, à partir des équations 10 et 11,  $dT_c > dT_h$ . Le fluide froid subirait alors le plus grand changement de température, et puisque  $L \rightarrow \infty$ , il serait chauffé à la température d'entrée du fluide chaud ( $T_{c,o} = T_{h,i}$ ). Par conséquent,

$$C_c < C_h: \quad q_{\max} = C_c(T_{h,i} - T_{c,i})$$

De même, si  $C_h < C_c$ , le fluide chaud subirait le changement de température le plus important et serait refroidi à la température d'entrée du fluide froid ( $T_{h,o} = T_{c,i}$ ). De l'équation 11, nous obtenons alors

$$C_h < C_c: \quad q_{\max} = C_h(T_{h,i} - T_{c,i})$$

A partir des résultats précédents, nous sommes en mesure d'écrire l'expression générale:

$$q_{\max} = C_{\min}(T_{h,i} - T_{c,i})$$



# Méthode efficacité $\varepsilon$ -NTU

Il est maintenant logique de définir l'efficacité pour un échangeur de chaleur, comme le rapport du taux de transfert de chaleur réel au taux de transfert de chaleur maximum possible:

$$\varepsilon \equiv \frac{q}{q_{\max}}$$

$$\varepsilon = \frac{C_h(T_{h,j} - T_{h,o})}{C_{\min}(T_{h,j} - T_{c,i})} \quad \text{ou bien} \quad \varepsilon = \frac{C_c(T_{c,o} - T_{c,i})}{C_{\min}(T_{h,j} - T_{c,i})}$$

Pour tout échangeur de chaleur, il peut être montré que

$$\varepsilon = f\left(\text{NTU}, \frac{C_{\min}}{C_{\max}}\right)$$

où  $C_{\min}/C_{\max}$  est égal à  $C_c/C_h$  ou  $C_h/C_c$ , en fonction des grandeurs relatives du taux des capacités calorifiques du fluide chaud et froid. Le nombre d'unités de transfert (NTU) est un paramètre sans dimension qui est largement utilisé pour l'analyse des échangeurs de chaleur et est défini comme:

$$\text{NTU} \equiv \frac{UA}{C_{\min}}$$

# Relations d'efficacité des échangeurs de chaleur

Flow Arrangement	Relation
<b>Concentric tube</b>	
Parallel flow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 + C_r)]}{1 + C_r}$
Counterflow	$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - C_r)]}{1 - C_r \exp[-NTU(1 - C_r)]} \quad (C_r < 1)$
	$\varepsilon = \frac{NTU}{1 + NTU} \quad (C_r = 1)$
<b>Shell-and-tube</b>	
One shell pass (2, 4, ... tube passes)	$\varepsilon_1 = 2 \left\{ 1 + C_r + (1 + C_r^2)^{1/2} \times \frac{1 + \exp[-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]}{1 - \exp[-(NTU)_1(1 + C_r^2)^{1/2}]} \right\}^{-1}$
n Shell passes (2n, 4n, ... tube passes)	$\varepsilon = \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - 1 \right] \left[ \left( \frac{1 - \varepsilon_1 C_r}{1 - \varepsilon_1} \right)^n - C_r \right]^{-1}$
<b>Cross-flow (single pass)</b>	
Both fluids unmixed	$\varepsilon = 1 - \exp \left[ \left( \frac{1}{C_r} \right) (NTU)^{0.22} \{ \exp[-C_r(NTU)^{0.78}] - 1 \} \right]$
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$\varepsilon = \left( \frac{1}{C_r} \right) (1 - \exp \{ -C_r [1 - \exp(-NTU)] \})$
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$\varepsilon = 1 - \exp(-C_r^{-1} \{ 1 - \exp[-C_r(NTU)] \})$
<b>All exchangers (<math>C_r = 0</math>)</b>	$\varepsilon = 1 - \exp(-NTU)$

# Relations NTU d'un échangeur de chaleur

Flow Arrangement	Relation
<b>Concentric tube</b>	
Parallel flow	$NTU = - \frac{\ln [1 - \varepsilon(1 + C_r)]}{1 + C_r}$
Counterflow	$NTU = \frac{1}{C_r - 1} \ln \left( \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon C_r - 1} \right) \quad (C_r < 1)$
	$NTU = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} \quad (C_r = 1)$
<b>Shell-and-tube</b>	
One shell pass (2, 4, ... tube passes)	$(NTU)_1 = - (1 + C_r^2)^{-1/2} \ln \left( \frac{E - 1}{E + 1} \right)$ $E = \frac{2/\varepsilon_1 - (1 + C_r)}{(1 + C_r^2)^{1/2}}$
$n$ Shell passes ( $2n, 4n, \dots$ tube passes)	Use Equations 11.30b and 11.30c with $\varepsilon_1 = \frac{F - 1}{F - C_r} \quad F = \left( \frac{\varepsilon C_r - 1}{\varepsilon - 1} \right)^{1/n} \quad NTU = n(NTU)_1$
<b>Cross-flow (single pass)</b>	
$C_{\max}$ (mixed), $C_{\min}$ (unmixed)	$NTU = - \ln \left[ 1 + \left( \frac{1}{C_r} \right) \ln(1 - \varepsilon C_r) \right]$
$C_{\min}$ (mixed), $C_{\max}$ (unmixed)	$NTU = - \left( \frac{1}{C_r} \right) \ln [C_r \ln(1 - \varepsilon) + 1]$
<b>All exchangers (<math>C_r = 0</math>)</b>	$NTU = - \ln(1 - \varepsilon)$