



TD I: Les Centrales à Vapeur (les Cycles de Rankine)

Exercice No.1. Le cycle de Hirn idéal simple

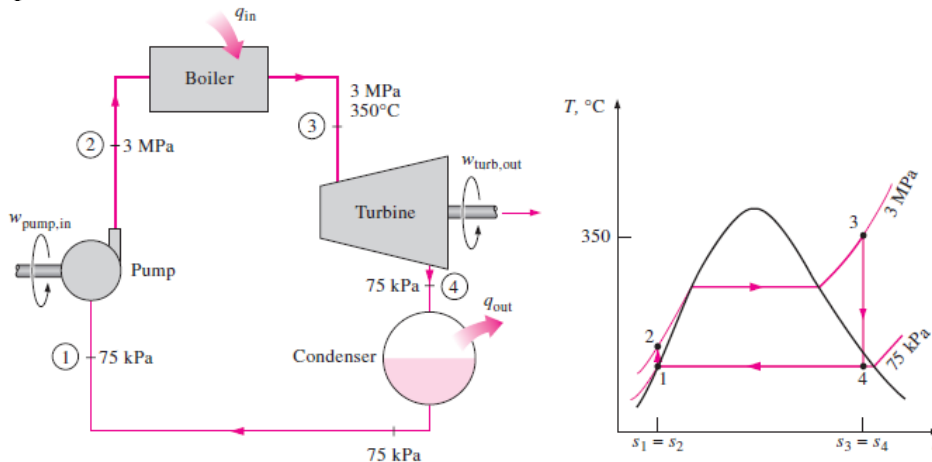
Prenons l'exemple d'une centrale à vapeur fonctionnant selon le cycle idéal de Rankine. La vapeur entre dans la turbine à 3 MPa et 350 °C et est condensée dans le condenseur à une pression de 75 kPa. Déterminer l'efficacité thermique de ce cycle.

Solution Exercice No.1

Une centrale à vapeur fonctionnant sur le cycle Rankine idéal simple est considérée. L'efficacité thermique du cycle doit être déterminée.

Hypothèse 1 Des conditions de fonctionnement stables existent. 2 les variations d'énergies cinétique et potentielle sont négligeables.

Analyse Le schéma de la centrale et le diagramme T-s du cycle sont représentés sur la figure ci-dessous. Nous notons que la centrale fonctionne suivant le *Cycle idéal de Rankine*. Par conséquent, la pompe et la turbine sont isentropiques, il y a pas de perte de pression dans la chaudière et le condenseur, de plus, la vapeur quitte le condenseur et entre dans la pompe sous forme de liquide saturé à la pression du condenseur.



Puisque le *cycle idéal de Rankine* consiste entièrement en des processus réversibles en interne, une expression pour l'efficacité thermique peut être obtenue en termes de températures moyennes au cours des processus d'interactions thermiques.

Un rappel thermodynamique de l'entropie nous donne pour *un processus réversible* que la quantité de chaleur échangée au cours d'une transformation est égale à la température moyenne multipliée par la variation d'entropie au cours de cette transformation, c'est-à-dire :

$$Q_{\text{échangée}} = T_{\text{moy}} \cdot \Delta S$$

En appliquant cette équation pour l'échange de chaleur au niveau de la chaudière on aura :

$$Q_{\text{chaud}} = T_{\text{chaud}} \cdot (s_3 - s_2)$$

T_{chaud} est la température d'évaporation au niveau de la chaudière (changement de phase liquide→vapeur).

De même on peut déterminer la quantité de chaleur échangée au niveau du condenseur de la centrale à vapeur, on a :

$Q_{cond} = T_{cond} \cdot (s_4 - s_1)$ (ici c'est une chaleur perdue donc on multiplie par le signe - pour avoir une valeur positive)

On remarquera que par suite des transformations isentropiques ($s = \text{constante}$) dans la turbine et la pompe, on a $s_3 = s_4$ et $s_1 = s_2$.

Maintenant en utilisant l'expression de l'efficacité thermique du cycle de Rankine idéal, on a :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_{cond}}{Q_{chaud}} = 1 - \frac{T_{cond}(s_4 - s_1)}{T_{chaud}(s_3 - s_2)} = 1 - \frac{T_{cond}}{T_{chaud}}$$

$$T_{chaud} = 350^\circ\text{C} + 273.15 = 623.15 \text{ K}$$

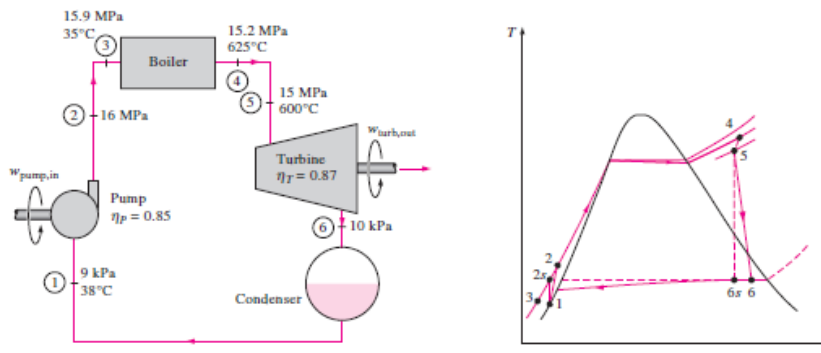
Pour déterminer T_{cond} il faudra utiliser le diagramme de la vapeur d'eau pour le point 1 situé sur la courbe de saturation à une pression de condensation de 75 kPa et un titre $x = 0$, on trouve $T_{cond} = 91.76^\circ\text{C}$.

$$\eta_{th} = 1 - \frac{364.91}{623.15} = 0.4144 \text{ ou bien } (41.44\%)$$

Exercice No.2. Un cycle de puissance de vapeur réel

Une centrale à vapeur fonctionne selon le cycle illustré à la figure ci-dessous. Si l'efficacité isentropique de la turbine est de 87% et l'efficacité isentropique de la pompe est de 85 %, déterminer

- (a) l'efficacité thermique du cycle
et b) la puissance nette de sortie de l'installation pour un débit massique de 15 kg/s.



Solution Exercice No.2

Le schéma de la centrale et le diagramme T-s du cycle sont représentés sur la figure. Les températures et pressions de la vapeur à divers les points sont également indiqués sur la figure. Nous notons que la centrale électrique implique composants à débit constant et fonctionne suivant le cycle de Rankine, mais les imperfections à divers composants sont comptabilisés.

a) L'efficacité thermique d'un cycle est le rapport de la production nette de travail à l'apport de chaleur, et il est déterminé comme suit:

Travail reçu par la pompe:

$$w_{pump,in} = \frac{w_{2,pump,in}}{\eta_p} = \frac{v_1(P_2 - P_1)}{\eta_p} = \frac{(0.001009 \text{ m}^3/\text{kg})[(16,000 - 9) \text{ kPa}]}{0.85} \left(\frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) = 19.0 \text{ kJ/kg}$$

Travail fourni par la turbine

$$\begin{aligned}
 w_{\text{turb,out}} &= \eta_T w_{s,\text{turb,out}} \\
 &= \eta_T (h_5 - h_{6s}) = 0.87(3583.1 - 2115.3) \text{ kJ/kg} \\
 &= 1277.0 \text{ kJ/kg}
 \end{aligned}$$

Chaleur fournie à la chaudière

$$q_{\text{in}} = h_4 - h_3 = (3647.6 - 160.1) \text{ kJ/kg} = 3487.5 \text{ kJ/kg}$$

Aussi

$$\begin{aligned}
 w_{\text{net}} &= w_{\text{turb,out}} - w_{\text{pump,in}} = (1277.0 - 19.0) \text{ kJ/kg} = 1258.0 \text{ kJ/kg} \\
 \eta_{\text{th}} &= \frac{w_{\text{net}}}{q_{\text{in}}} = \frac{1258.0 \text{ kJ/kg}}{3487.5 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.361 \text{ or } 36.1\%}
 \end{aligned}$$

(b) L'énergie produite par cette centrale est

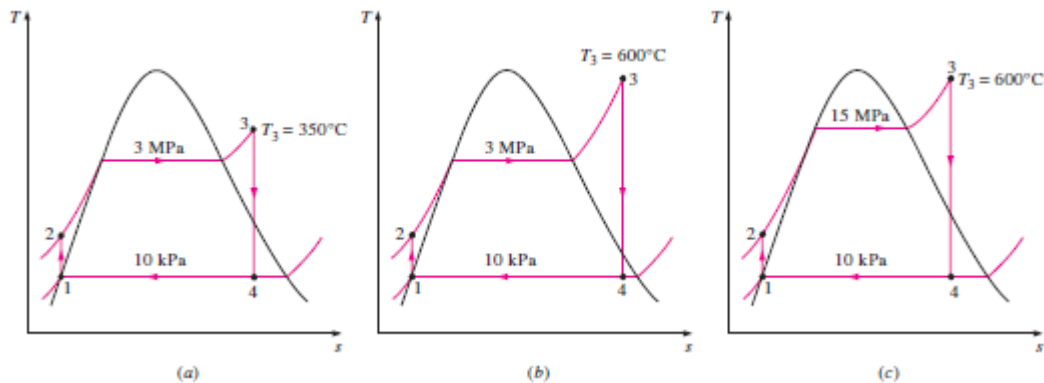
$$W_{\text{net}} = \dot{m}(w_{\text{net}}) = (15 \text{ kg/s})(1258.0 \text{ kJ/kg}) = \mathbf{18.9 \text{ MW}}$$

Sans les irréversibilités, l'efficacité thermique de ce cycle serait de 43,0%.

Exercice No.3. Effet de la pression de la chaudière et température sur l'efficacité

Considérons une centrale à vapeur fonctionnant selon le cycle idéal de Rankine. La vapeur entre dans la turbine à 3 MPa et 350 °C et est condensée dans le condenseur à une pression de 10 kPa. Déterminer

- l'efficacité thermique de cette centrale,
- l'efficacité thermique si la vapeur est surchauffée à 600 °C au lieu de 350 °C, et
- le rendement thermique si la pression de la chaudière est augmentée à 15 MPa pendant que la température d'entrée de la turbine est maintenue à 600 °C.



Solution Exercice No.3

Une centrale à vapeur fonctionnant selon le cycle idéal de Rankine est envisagée. Les effets de la surchauffe de la vapeur à une température plus élevée et l'augmentation de la pression de la chaudière sur le rendement thermique doit être étudiée.

- C'est la centrale à vapeur décrite dans *l'exercice 1*, sauf que la pression du condenseur est abaissée à 10 kPa. L'efficacité thermique est déterminée de la même manière:

Etat 1

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = 10 \text{ kPa} \\ \text{Sat. liquid} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_1 = h_f @ 10 \text{ kPa} = 191.81 \text{ kJ/kg} \\ v_1 = v_f @ 10 \text{ kPa} = 0.00101 \text{ m}^3/\text{kg} \end{array}$$

Etat 2

$$\begin{array}{l} P_2 = 3 \text{ MPa} \\ s_2 = s_1 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 w_{\text{pump,in}} &= v_1(P_2 - P_1) = (0.00101 \text{ m}^3/\text{kg})[(3000 - 10) \text{ kPa}] \left(\frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3} \right) \\
 &= 3.02 \text{ kJ/kg}
 \end{aligned}$$

$$h_2 = h_1 + w_{\text{pump,in}} = (191.81 + 3.02) \text{ kJ/kg} = 194.83 \text{ kJ/kg}$$

Etat 3

$$\left. \begin{array}{l} P_3 = 3 \text{ MPa} \\ T_3 = 350^\circ\text{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_3 = 3116.1 \text{ kJ/kg} \\ s_3 = 6.7450 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} \end{array}$$

Etat 4

$$\begin{array}{l} P_4 = 10 \text{ kPa} \quad (\text{sat. mixture}) \\ s_4 = s_3 \\ x_4 = \frac{s_4 - s_f}{s_{fg}} = \frac{6.7450 - 0.6492}{7.4996} = 0.8128 \end{array}$$

On a alors :

$$\begin{array}{l} h_4 = h_f + x_4 h_{fg} = 191.81 + 0.8128(2392.1) = 2136.1 \text{ kJ/kg} \\ q_{in} = h_3 - h_2 = (3116.1 - 194.83) \text{ kJ/kg} = 2921.3 \text{ kJ/kg} \\ q_{out} = h_4 - h_1 = (2136.1 - 191.81) \text{ kJ/kg} = 1944.3 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

Et l'efficacité thermique du cycle est :

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{1944.3 \text{ kJ/kg}}{2921.3 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.334 \text{ or } 33.4\%}$$

Par conséquent, le rendement thermique augmente de 26,0 à 33,4% grâce à l'abaissement de la pression du condenseur de 75 à 10 kPa. Dans le même temps, cependant, la qualité de la vapeur ou le titre diminue de 88,6 à 81,3 pour cent (en d'autres termes, la teneur en humidité augmente de 11,4 à 18,7 pour cent).

- b) Les états 1 et 2 restent les mêmes dans ce cas, et les enthalpies à l'état 3 (3 MPa et 600 ° C) et à l'état 4 (10 kPa et $s_4 = s_3$) sont déterminées comme :

$$\begin{array}{l} h_3 = 3682.8 \text{ kJ/kg} \\ h_4 = 2380.3 \text{ kJ/kg} \quad (x_4 = 0.915) \end{array}$$

On a ainsi :

$$\begin{array}{l} q_{in} = h_3 - h_2 = 3682.8 - 194.83 = 3488.0 \text{ kJ/kg} \\ q_{out} = h_4 - h_1 = 2380.3 - 191.81 = 2188.5 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

Et

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{2188.5 \text{ kJ/kg}}{3488.0 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.373 \text{ or } 37.3\%}$$

Par conséquent, le rendement thermique augmente de 33,4 à 37,3% du fait de la surchauffe de la vapeur de 350 à 600 ° C. Dans le même temps, la qualité de la vapeur ou le titre passe de 81,3 à 91,5% (en d'autres termes, la teneur en humidité diminue de 18,7 à 8,5%).

- c) L'état 1 reste le même dans ce cas, mais les autres états changent. Les enthalpies à l'état 2 (15 MPa et $s_2 = s_1$), état 3 (15 MPa et 600 ° C), et l'état 4 (10 kPa et $s_4 = s_3$) sont déterminés de manière similaire à

$$\begin{array}{l} h_2 = 206.95 \text{ kJ/kg} \\ h_3 = 3583.1 \text{ kJ/kg} \\ h_4 = 2115.3 \text{ kJ/kg} \quad (x_4 = 0.804) \end{array}$$

Ainsi

$$\begin{array}{l} q_{in} = h_3 - h_2 = 3583.1 - 206.95 = 3376.2 \text{ kJ/kg} \\ q_{out} = h_4 - h_1 = 2115.3 - 191.81 = 1923.5 \text{ kJ/kg} \end{array}$$

Et

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{1923.5 \text{ kJ/kg}}{3376.2 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.430 \text{ or } 43.0\%}$$

Le rendement thermique augmente de 37,3 à 43,0% grâce à l'élévation de la pression de la chaudière de 3 à 15 MPa tout en maintenant la température d'entrée de la turbine à 600 ° C. Dans le même temps, cependant, la qualité de la vapeur (ou titre) diminue de 91,5 à 80,4 pour cent (en d'autres termes, la teneur en humidité augmente de 8,5 à 19,6 pour cent).