



TD 3: Les Cycles de Puissance à Gaz

Exercice No.1. Dérivation de l'efficacité du cycle de Carnot

Montrer que l'efficacité thermique d'un cycle de Carnot opérant entre les limites de température de T_H et T_L est uniquement fonction de ces deux températures.

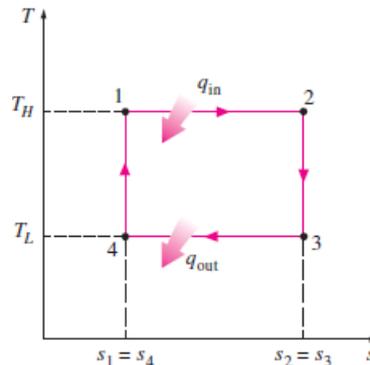


Figure 1. Diagramme T-s

Solution Exercice No.1

Il est à démontrer que l'efficacité d'un cycle de Carnot dépend uniquement des températures de source et de puits.

Analyse Le diagramme T-s d'un cycle de Carnot est redessiné à la Fig. 1. Les quatre processus qui composent le cycle de Carnot sont réversibles, et donc l'aire sous chaque courbe de processus représente le transfert de chaleur pour ce processus. La chaleur est transférée au système pendant le processus 1-2 et rejetée pendant le processus 3-4. Par conséquent, la quantité de chaleur et de chaleur produite pour le cycle peut être exprimée

$$q_{in} = T_H(s_2 - s_1) \quad \text{and} \quad q_{out} = T_L(s_3 - s_4) = T_L(s_2 - s_1)$$

Puisque les processus 2-3 et 4-1 sont isentropiques, et donc $s_2 = s_3$ et $s_4 = s_1$. Substituer ceux-ci dans l'Equation. ci-dessous, nous voyons que l'efficacité thermique d'un cycle de Carnot est

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{T_L(s_2 - s_1)}{T_H(s_2 - s_1)} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Discussion Notez que l'efficacité thermique d'un cycle de Carnot est indépendante du type de fluide de travail utilisé (un gaz idéal, de la vapeur, etc.) ou si le cycle est exécuté dans un système fermé ou à débit constant.

Exercice No.2. The Ideal Otto Cycle

Un cycle idéal d'Otto a un taux de compression de 8. Au début du processus de compression, l'air est à 100 kPa et 17 °C et 800 kJ/kg de chaleur sont transférés à l'air pendant le processus d'addition de chaleur à volume constant. Compte tenu de la variation des chaleurs spécifiques de l'air avec la température, déterminer

- (a) la température et la pression maximales qui se produisent pendant le cycle,
- (b) le travail net à la sortie, (c) le rendement thermique et (d) la pression effective moyenne pour le cycle.

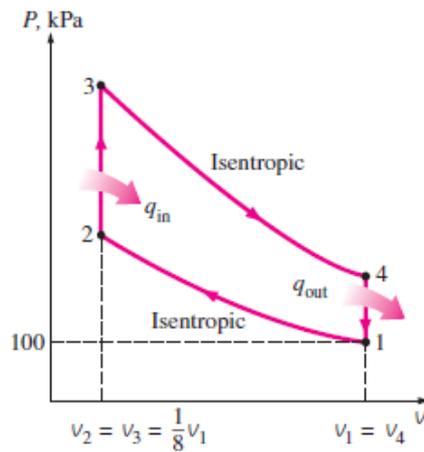


Figure 2. Diagramme P-v du cycle d'Otto de l'exercice 2.

Solution Exercice No.2

Un cycle idéal d'Otto est considéré. La température et la pression maximale, la puissance de travail nette, le rendement thermique et la pression effective moyenne doivent être déterminés.

Hypothèses 1 Les hypothèses relatives à l'air sont applicables. 2 Les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables. 3 La variation des chaleurs spécifiques avec la température doit être prise en compte.

Analyse Le diagramme P-V du cycle idéal d'Otto décrit est représenté sur la figure 2. Nous notons que l'air contenu dans le cylindre forme un système fermé.

- (a) La température et la pression maximales dans un cycle d'Otto se produisent à la fin du processus d'addition de chaleur à volume constant (état 3). Mais nous devons d'abord déterminer la température et la pression de l'air à la fin du processus de compression isentropique (état 2), en utilisant les données du tableau ci-dessous

$$T_1 = 290 \text{ K} \rightarrow u_1 = 206.91 \text{ kJ/kg}$$

$$v_{r1} = 676.1$$

Transformation 1-2 (compression isentropique d'un gaz parfait):

$$\frac{v_{r2}}{v_{r1}} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1}{r} \rightarrow v_{r2} = \frac{v_{r1}}{r} = \frac{676.1}{8} = 84.51 \rightarrow T_2 = 652.4 \text{ K}$$

$$u_2 = 475.11 \text{ kJ/kg}$$

$$\frac{P_2 v_2}{T_2} = \frac{P_1 v_1}{T_1} \rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{v_1}{v_2} \right)$$

$$= (100 \text{ kPa}) \left(\frac{652.4 \text{ K}}{290 \text{ K}} \right) (8) = 1799.7 \text{ kPa}$$

Transformation 2-3 (addition de chaleur à volume constant):

$$q_{in} = u_3 - u_2$$

$$800 \text{ kJ/kg} = u_3 - 475.11 \text{ kJ/kg}$$

$$u_3 = 1275.11 \text{ kJ/kg} \rightarrow T_3 = 1575.1 \text{ K}$$

$$v_{r3} = 6.108$$

$$\frac{P_3 v_3}{T_3} = \frac{P_2 v_2}{T_2} \rightarrow P_3 = P_2 \left(\frac{T_3}{T_2} \right) \left(\frac{v_2}{v_3} \right)$$

$$= (1.7997 \text{ MPa}) \left(\frac{1575.1 \text{ K}}{652.4 \text{ K}} \right) (1) = \mathbf{4.345 \text{ MPa}}$$

(b) Le travail net à la sortie pour le cycle est déterminée soit en trouvant le travail limite (PdV) impliqué dans chaque processus par intégration et en les additionnant soit en trouvant le transfert de chaleur net qui est équivalent au travail net effectué pendant le cycle. Nous adoptons la dernière approche. Cependant, nous devons d'abord trouver l'énergie interne de l'air à l'état 4:

Transformation 3-4 (expansion isentropique d'un gaz idéal):

$$\frac{v_{r4}}{v_{r3}} = \frac{v_4}{v_3} = r \rightarrow v_{r4} = r v_{r3} = (8)(6.108) = 48.864 \rightarrow T_4 = 795.6 \text{ K}$$

$$u_4 = 588.74 \text{ kJ/kg}$$

Transformation 4-1 (rejet ou dégagement de chaleur à volume constant):

$$-q_{\text{out}} = u_1 - u_4 \rightarrow q_{\text{out}} = u_4 - u_1$$

$$q_{\text{out}} = 588.74 - 206.91 = 381.83 \text{ kJ/kg}$$

Alors

$$w_{\text{net}} = q_{\text{net}} = q_{\text{in}} - q_{\text{out}} = 800 - 381.83 = \mathbf{418.17 \text{ kJ/kg}}$$

(c) L'efficacité thermique du cycle est déterminée à partir de sa définition:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{w_{\text{net}}}{q_{\text{in}}} = \frac{418.17 \text{ kJ/kg}}{800 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.523 \text{ or } 52.3\%}$$

Sous les hypothèses de l'air standard froid (valeurs de chaleur spécifique constante à température ambiante), l'efficacité thermique serait (voir cours chapitre 3)

$$\eta_{\text{th, Otto}} = 1 - \frac{1}{r^{k-1}} = 1 - r^{1-k} = 1 - (8)^{1-1.4} = 0.565 \text{ or } 56.5\%$$

ce qui est considérablement différent de la valeur obtenue ci-dessus. Par conséquent, il faut faire attention en utilisant les hypothèses de l'air froid standard.

(d) La pression effective moyenne est déterminée à partir de sa définition:

$$\text{MEP} = \frac{w_{\text{net}}}{v_1 - v_2} = \frac{w_{\text{net}}}{v_1 - v_1/r} = \frac{w_{\text{net}}}{v_1(1 - 1/r)}$$

où

$$v_1 = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{(0.287 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})(290 \text{ K})}{100 \text{ kPa}} = 0.832 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Alors

$$\text{MEP} = \frac{418.17 \text{ kJ/kg}}{(0.832 \text{ m}^3/\text{kg})(1 - \frac{1}{8})} \left(\frac{1 \text{ kPa} \cdot \text{m}^3}{1 \text{ kJ}} \right) = \mathbf{574 \text{ kPa}}$$

Ideal-gas properties of air

T K	h kJ/kg	P_r	u kJ/kg	v_r	s° kJ/kg·K	T K	h kJ/kg	P_r	u kJ/kg	v_r	s° kJ/kg·K
200	199.97	0.3363	142.56	1707.0	1.29559	580	586.04	14.38	419.55	115.7	2.37348
210	209.97	0.3987	149.69	1512.0	1.34444	590	596.52	15.31	427.15	110.6	2.39140
220	219.97	0.4690	156.82	1346.0	1.39105	600	607.02	16.28	434.78	105.8	2.40902
230	230.02	0.5477	164.00	1205.0	1.43557	610	617.53	17.30	442.42	101.2	2.42644
240	240.02	0.6355	171.13	1084.0	1.47824	620	628.07	18.36	450.09	96.92	2.44356
250	250.05	0.7329	178.28	979.0	1.51917	630	638.63	19.84	457.78	92.84	2.46048
260	260.09	0.8405	185.45	887.8	1.55848	640	649.22	20.64	465.50	88.99	2.47716
270	270.11	0.9590	192.60	808.0	1.59634	650	659.84	21.86	473.25	85.34	2.49364
280	280.13	1.0889	199.75	738.0	1.63279	660	670.47	23.13	481.01	81.89	2.50985
285	285.14	1.1584	203.33	706.1	1.65055	670	681.14	24.46	488.81	78.61	2.52589
290	290.16	1.2311	206.91	676.1	1.66802	680	691.82	25.85	496.62	75.50	2.54175
295	295.17	1.3068	210.49	647.9	1.68515	690	702.52	27.29	504.45	72.56	2.55731
298	298.18	1.3543	212.64	631.9	1.69528	700	713.27	28.80	512.33	69.76	2.57277
300	300.19	1.3860	214.07	621.2	1.70203	710	724.04	30.38	520.23	67.07	2.58810
305	305.22	1.4686	217.67	596.0	1.71865	720	734.82	32.02	528.14	64.53	2.60319
310	310.24	1.5546	221.25	572.3	1.73498	730	745.62	33.72	536.07	62.13	2.61803
315	315.27	1.6442	224.85	549.8	1.75106	740	756.44	35.50	544.02	59.82	2.63280
320	320.29	1.7375	228.42	528.6	1.76690	750	767.29	37.35	551.99	57.63	2.64737
325	325.31	1.8345	232.02	508.4	1.78249	760	778.18	39.27	560.01	55.54	2.66176
330	330.34	1.9352	235.61	489.4	1.79783	780	800.03	43.35	576.12	51.64	2.69013
340	340.42	2.149	242.82	454.1	1.82790	800	821.95	47.75	592.30	48.08	2.71787
350	350.49	2.379	250.02	422.2	1.85708	820	843.98	52.59	608.59	44.84	2.74504
360	360.58	2.626	257.24	393.4	1.88543	840	866.08	57.60	624.95	41.85	2.77170
370	370.67	2.892	264.46	367.2	1.91313	860	888.27	63.09	641.40	39.12	2.79783
380	380.77	3.176	271.69	343.4	1.94001	880	910.56	68.98	657.95	36.61	2.82344
390	390.88	3.481	278.93	321.5	1.96633	900	932.93	75.29	674.58	34.31	2.84856
400	400.98	3.806	286.16	301.6	1.99194	920	955.38	82.05	691.28	32.18	2.87324
410	411.12	4.153	293.43	283.3	2.01699	940	977.92	89.28	708.08	30.22	2.89748
420	421.26	4.522	300.69	266.6	2.04142	960	1000.55	97.00	725.02	28.40	2.92128
430	431.43	4.915	307.99	251.1	2.06533	980	1023.25	105.2	741.98	26.73	2.94468
440	441.61	5.332	315.30	236.8	2.08870	1000	1046.04	114.0	758.94	25.17	2.96770
450	451.80	5.775	322.62	223.6	2.11161	1020	1068.89	123.4	776.10	23.72	2.99034
460	462.02	6.245	329.97	211.4	2.13407	1040	1091.85	133.3	793.36	23.29	3.01260
470	472.24	6.742	337.32	200.1	2.15604	1060	1114.86	143.9	810.62	21.14	3.03449
480	482.49	7.268	344.70	189.5	2.17760	1080	1137.89	155.2	827.88	19.98	3.05608
490	492.74	7.824	352.08	179.7	2.19876	1100	1161.07	167.1	845.33	18.896	3.07732
500	503.02	8.411	359.49	170.6	2.21952	1120	1184.28	179.7	862.79	17.886	3.09825
510	513.32	9.031	366.92	162.1	2.23993	1140	1207.57	193.1	880.35	16.946	3.11883
520	523.63	9.684	374.36	154.1	2.25997	1160	1230.92	207.2	897.91	16.064	3.13916
530	533.98	10.37	381.84	146.7	2.27967	1180	1254.34	222.2	915.57	15.241	3.15916
540	544.35	11.10	389.34	139.7	2.29906	1200	1277.79	238.0	933.33	14.470	3.17888
550	555.74	11.86	396.86	133.1	2.31809	1220	1301.31	254.7	951.09	13.747	3.19834
560	565.17	12.66	404.42	127.0	2.33685	1240	1324.93	272.3	968.95	13.069	3.21751
570	575.59	13.50	411.97	121.2	2.35531						
1260	1348.55	290.8	986.90	12.435	3.23638	1600	1757.57	791.2	1298.30	5.804	3.52364
1280	1372.24	310.4	1004.76	11.835	3.25510	1620	1782.00	834.1	1316.96	5.574	3.53879
1300	1395.97	330.9	1022.82	11.275	3.27345	1640	1806.46	878.9	1335.72	5.355	3.55381
1320	1419.76	352.5	1040.88	10.747	3.29160	1660	1830.96	925.6	1354.48	5.147	3.56867
1340	1443.60	375.3	1058.94	10.247	3.30959	1680	1855.50	974.2	1373.24	4.949	3.58335
1360	1467.49	399.1	1077.10	9.780	3.32724	1700	1880.1	1025	1392.7	4.761	3.5979
1380	1491.44	424.2	1095.26	9.337	3.34474	1750	1941.6	1161	1439.8	4.328	3.6336
1400	1515.42	450.5	1113.52	8.919	3.36200	1800	2003.3	1310	1487.2	3.994	3.6684
1420	1539.44	478.0	1131.77	8.526	3.37901	1850	2065.3	1475	1534.9	3.601	3.7023
1440	1563.51	506.9	1150.13	8.153	3.39586	1900	2127.4	1655	1582.6	3.295	3.7354
1460	1587.63	537.1	1168.49	7.801	3.41247	1950	2189.7	1852	1630.6	3.022	3.7677
1480	1611.79	568.8	1186.95	7.468	3.42892	2000	2252.1	2068	1678.7	2.776	3.7994
1500	1635.97	601.9	1205.41	7.152	3.44516	2050	2314.6	2303	1726.8	2.555	3.8303
1520	1660.23	636.5	1223.87	6.854	3.46120	2100	2377.7	2559	1775.3	2.356	3.8605
1540	1684.51	672.8	1242.43	6.569	3.47712	2150	2440.3	2837	1823.8	2.175	3.8901
1560	1708.82	710.5	1260.99	6.301	3.49276	2200	2503.2	3138	1872.4	2.012	3.9191
1580	1733.17	750.0	1279.65	6.046	3.50829	2250	2566.4	3464	1921.3	1.864	3.9474