République Algérienne Démocratique et populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE 8 Mai 1945 de GUELMA
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جـــامعة 8 ماي 1945 - قالمـــة
كليـة العلـوم والتكنولوجيا

TD 3: Les Cycles de Puissance à Gaz (partie 2)

Exercice No.1. *Le Cycle Diesel Idéal*

Un cycle Diesel idéal avec de l'air comme fluide de travail à un taux de compression de 18 et un taux de coupure de 2. Au début du processus de compression, le fluide de travail est à 1 bar, 26,66 ° C et 1916 cm^3. En utilisant les hypothèses de l'air standard froid, déterminer (a) la température et la pression de l'air à la fin de chaque processus, (b) le travail net délivré par le cycle et le rendement thermique, et (c) la pression effective moyenne (**MEP**).

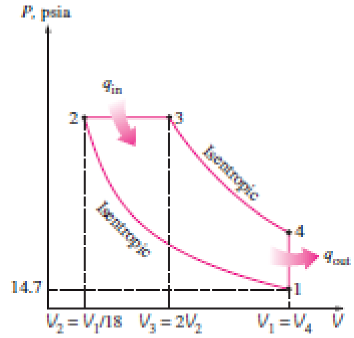
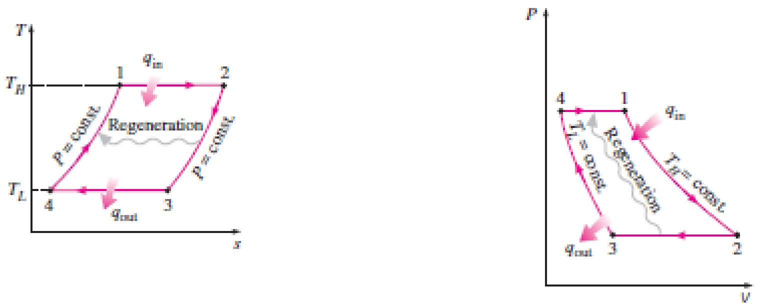


Figure 1. Diagramme *P-v*

Exercice No.2. *Efficacité thermique du cycle Ericsson*

En utilisation un gaz parfait comme fluide de travail, montrez que l'efficacité thermique d'un cycle Ericsson est identique à l'efficacité d'un cycle Carnot fonctionnant entre les mêmes limites de température.



Exercice 3. *Le cycle idéal du Brayton*

Une centrale à turbine à gaz fonctionnant selon un cycle de Brayton idéal a un rapport de pression de 8. La température du gaz est de 300 K à l'entrée du compresseur et de 1300 K à l'entrée de la turbine. En utilisant les hypothèses de l'air standard, déterminer (a) la température du gaz aux sorties du compresseur et de la turbine, (b) le rapport de travail arrière, et (c) le rendement thermique.

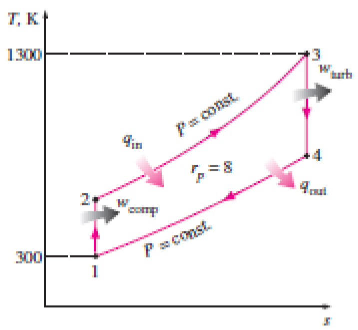


Figure 2. Diagramme de T-s pour le cycle de Brayton de l'Exercice 2

Solution Exercice 1.

On considère un cycle diesel idéal. La température et la pression à la fin de chaque processus, le débit de travail net, le rendement thermique et la pression effective moyenne doivent être déterminés.

Hypothèses
1 Les hypothèses standard pour l'air froid sont applicables et on peut donc supposer que l'air a des chaleurs spécifiques constantes à la température ambiante.
2 Les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables.

Propriétés
La constante de gaz dans l'air est R= 8,3144598 J/(K·g.mol) = 287 J/kg·K et ses autres propriétés à la température ambiante: C_p= 1004,832 J/kg·K, C_v= 715,943 J/kg·K et $k(C_p/C_v)$ = 1,4.

Analyse
Le diagramme P-V du cycle diesel idéal décrit est illustré à la Fig. 1. Nous notons que l'air contenu dans le cylindre forme un système fermé.
(a) Les valeurs de température et de pression à la fin de chaque processus peuvent être déterminées en utilisant les relations isentropiques du gaz idéal pour les processus 1-2 et 3-4. Mais d'abord, nous déterminons les volumes à la fin de chaque processus à partir des définitions du taux de compression et du taux de coupure:
V_1 = 1917 cm^3.
$V_2 = V_1/r$ = 1917/18 = 106.5 cm^3
$V_3 = V_2 \cdot r_c$ = 106.5 x 2 = 213 cm^3.
$V_4 = V_1$ = 1917 cm^3.

Processus 1-2 (compression isentropique d'un gaz parfait, chaleurs spécifiques constantes):
$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$$
$T_2 = 300 \times (1917/106.5)^{0.4}$ = 953,33 K.
$$P_2 = P_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k}$$
P_1 = 1 bar
$P_2 = 101,352\ (1917/106.5)^{1.4}$ = 5797,140 kPa = 58 bar.

Processus 2-3 (ajout de chaleur à pression constante à un gaz parfait):
$P_3 = P_2$ = 58 bar.
$$\frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} \rightarrow T_3 = T_2\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$
T_3 = 953,33·(213/106.5) = 953,33 x 2 = 1906,66 K.

Processus 3-4 (expansion isentropique d'un gaz parfait, chaleurs spécifiques constantes):
$$T_4 = T_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k-1}$$
$T_4 = 1906,66 \cdot (213/1917)^{0.4}$ = 791,728 K.
$$P_4 = P_3\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{k}$$
$P_4 = 58 \cdot (213/1917)^{1.4}$ = 2.675 bar.

(b) Le travail net pour un cycle est équivalent au transfert de chaleur net. Mais d'abord nous devons trouver la masse d'air:

$$m = \frac{P_1 V_1}{R T_1}$$

Sachant que R = 287 J/kg·K, et P1 =101,325 Pa, on a :
m = (101,325·0,001917) / (287·300) = 0.002259 kg.

Le processus 2-3 est un processus d'addition de chaleur à pression constante, pour lequel le travail et la variation d'énergie interne Δu peuvent être combinés en Δh.

$$Q_{\text{in}} = m(h_3 - h_2) = mc_p(T_3 - T_2)$$

Q_{in} = 0.002259·1004,832·(1906,66–953,33) = 2163,978 Joule.

Le processus 4-1 est un processus de rejet de chaleur à volume constant (il ne nécessite aucune interaction de travail), et la quantité de chaleur rejetée est :

$$Q_{\text{out}} = m(u_4 - u_1) = mc_v(T_4 - T_1)$$

Q_{out} = 0.002259·715,943·(791,728 –300) = 795,279 Joule.

Comme $W_{\text{net}} = Q_{\text{in}} - Q_{\text{out}}$ on aura par conséquent: W_{net} = 2163.978 – 795.279= 1368,699 Joule

Alors l'efficacité thermique devient:

$$\eta_{\text{th}} = \frac{W_{\text{net}}}{Q_{\text{in}}}$$

η_{th} = 1368,699/2163,978 = 63,2 %.

(c) la pression effective moyenne **MEP** est déterminée à partir de sa définition :

$$\text{MEP} = \frac{W_{\text{net}}}{V_{\max} - V_{\min}} = \frac{W_{\text{net}}}{V_1 - V_2}$$

MEP = 1368,699/((1917–106,5)x10^{-6}) = 755, 978 kPa.

Solution Exercice 2.
Il est à démontrer que les rendements thermiques des cycles de Carnot et Ericsson sont identiques.

Analyse
La chaleur est transférée de manière isotherme au fluide de travail par une source externe à la température T_H au cours du processus 1-2, puis rejetée de manière isotherme dans un puits externe à la température T_L au cours du processus 3-4. Pour un processus isotherme réversible, le transfert de chaleur est lié au changement d'entropie par :

$$q = T\,\Delta s$$

La variation d'entropie d'un gaz parfait au cours d'une transformation isotherme est :

$$\Delta s = c_p \ln \underbrace{\frac{T_e}{T_i}}_{0} - R \ln \frac{P_e}{P_i} = -R \ln \frac{P_e}{P_i}$$

L'apport et la production de chaleur peuvent être exprimés comme :

$$q_{\text{in}} = T_H(s_2 - s_1) = T_H\left(-R \ln \frac{P_2}{P_1}\right) = RT_H \ln \frac{P_1}{P_2}$$

Et

$$q_{out} = T_L(s_4 - s_3) = -T_L\left(-R\ln\frac{P_4}{P_3}\right) = RT_L\ln\frac{P_4}{P_3}$$

Ensuite, l'efficacité thermique du cycle Ericsson devient

$$\eta_{th,Ericsson} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}} = 1 - \frac{RT_L\ln(P_4/P_3)}{RT_H\ln(P_1/P_2)} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

Puisque $P_1 = P_4$ et $P_3 = P_2$. Notez que ce résultat est indépendant du fait que le cycle soit exécuté dans un système à flux fermé ou permanent.

Solution Exercice 3.

Une centrale fonctionnant sur le cycle de Brayton idéal est considérée. Les températures de sortie du compresseur et de la turbine, le rapport de travail en aval et le rendement thermique doivent être déterminés.

Hypothèses

1 Des conditions de fonctionnement en régime permanent existent. 2 Les hypothèses relatives à l'air standard sont applicables. 3 Les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligeables. 4 La variation des chaleurs spécifiques en fonction de la température doit être prise en compte.

Analyse

Le diagramme entropique *T-s* du cycle de Brayton idéal décrit est illustré à la Fig. 3. Nous notons que les composants impliqués dans le cycle de Brayton sont des dispositifs à écoulement permanent.

(a) Les températures de l'air aux sorties du compresseur et de la turbine sont déterminées à partir de relations isentropiques:

Processus 1-2 (compression isentropique d'un gaz parfait):

$$T_1 = 300\text{ K} \rightarrow h_1 = 300.19\text{ kJ/kg}$$
$$P_{r1} = 1.386$$
$$P_{r2} = \frac{P_2}{P_1}P_{r1} = (8)(1.386) = 11.09 \rightarrow T_2 = \mathbf{540\ K}$$

T_2 est la température au niveau de la sortie du compresseur.

$$h_2 = 544.35\text{ kJ/kg}$$

Processus 3-4 (détente isentropique d'un gaz parfait) :

$$T_3 = 1300\text{ K} \rightarrow h_3 = 1395.97\text{ kJ/kg}$$
$$P_{r3} = 330.9$$

A la sortie de la turbine :

$$P_{r4} = \frac{P_4}{P_3}P_{r3} = \left(\frac{1}{8}\right)(330.9) = 41.36 \rightarrow T_4 = \mathbf{770\ K}$$
$$h_4 = 789.37\text{ kJ/kg}$$

(b) Pour trouver le rapport de travail arrière, nous devons trouver l'entrée de travail dans le compresseur et le rendement de travail de la turbine:

$$w_{comp,in} = h_2 - h_1 = 544.35 - 300.19 = 244.16\text{ kJ/kg}$$
$$w_{turb,out} = h_3 - h_4 = 1395.97 - 789.37 = 606.60\text{ kJ/kg}$$

Ainsi :

$$r_{bw} = \frac{w_{comp,in}}{w_{turb,out}} = \frac{244.16 \text{ kJ/kg}}{606.60 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.403}$$

Autrement dit, 40,3% de la puissance de travail de la turbine sert uniquement à entraîner le compresseur.

c) Le rendement thermique du cycle est le rapport entre la puissance nette produite et la chaleur totale absorbée:

$$q_{in} = h_3 - h_2 = 1395.97 - 544.35 = 851.62 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{net} = w_{out} - w_{in} = 606.60 - 244.16 = 362.4 \text{ kJ/kg}$$

On aura alors :

$$\eta_{th} = \frac{w_{net}}{q_{in}} = \frac{362.4 \text{ kJ/kg}}{851.62 \text{ kJ/kg}} = \mathbf{0.426 \text{ or } 42.6\%}$$

L'efficacité thermique peut également être déterminée à partir de

$$\eta_{th} = 1 - \frac{q_{out}}{q_{in}}$$

Avec $q_{out} = h_4 - h_1 = 789.37 - 300.19 = 489.2 \text{ kJ/kg}$

L'efficacité thermique peut également être déterminée à partir de

$$\eta_{th,Brayton} = 1 - \frac{1}{r_p^{(k-1)/k}} = 1 - \frac{1}{8^{(1.4-1)/1.4}} = 0.448$$

Remarque : On notera que cette valeur est suffisamment proche de la valeur obtenue en tenant compte de la variation de chaleurs spécifiques en fonction de la température.