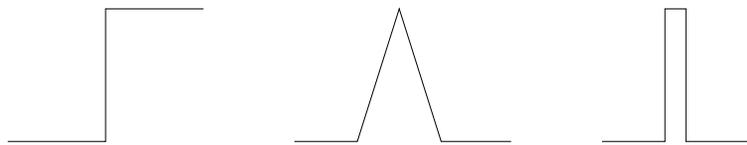


Détection de contours

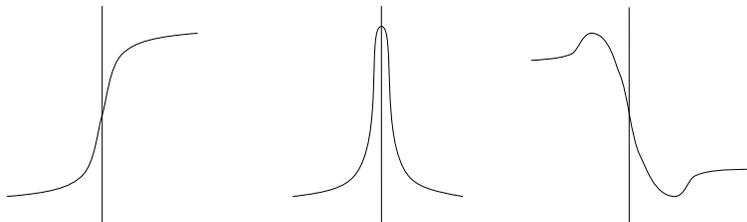
La détection de contour est une étape préliminaire à de nombreuses applications de l'analyse d'images. Les contours constituent en effet des indices riches, au même titre que les points d'intérêts, pour toute interprétation ultérieure de l'image. Les contours dans une image proviennent des :

- discontinuités de la fonction de réflectance (texture, ombre),
- discontinuités de profondeur (bords de l'objet),

et sont caractérisés par des discontinuités de la fonction d'intensité dans les images. Le principe de la détection de contours repose donc sur l'étude des dérivées de la fonction d'intensité dans l'image : les extréma locaux du gradient de la fonction d'intensité et les passages par zéro du laplacien. La difficulté réside dans la présence de bruit dans les images.



Différents types de contours : marche, toit et pointe.



La fonction d'intensité au voisinage d'un contour en marche et ses dérivées première et seconde.

1 Définitions

Le filtrage linéaire d'une image

Filtrer une image consiste à convoluer sa fonction d'intensité $I(x, y)$ avec une fonction $h(x, y)$ appelée réponse impulsionnelle du filtre.

$$I'(x, y) = h(x, y) * I(x, y),$$

$$I'(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(u, v) I(x - u, y - v) du dv,$$

$$I'(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x - u, x - v) I(u, v) du dv,$$

Dans le cas discret :

$$I'(x, y) = \sum_{u=-H/2}^{+H/2} \sum_{v=-H/2}^{+H/2} h(u, v) I(x - u, y - v).$$

où H correspond à la dimension du masque de filtrage.

Le gradient d'une image

Le gradient d'une image est le vecteur $\nabla I(x, y)$ défini par :

$$\nabla I(x, y) = \left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial x}, \frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \right)^t.$$

Il est donc caractérisé par un module m et une direction ϕ dans l'image :

$$m = \sqrt{\left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial y} \right)^2},$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\partial I(x, y)}{\partial y} / \frac{\partial I(x, y)}{\partial x} \right).$$

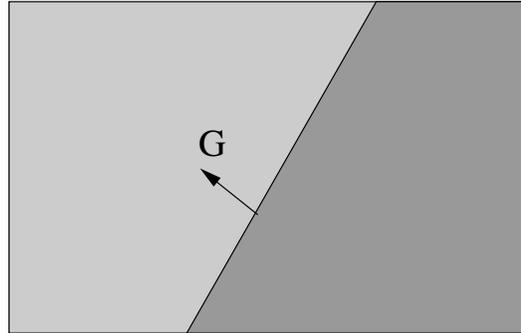
☞ La direction du gradient maximise la dérivée directionnelle.

☞ La dérivée de $I(x, y)$ dans une direction donnée d s'écrit :

$$\nabla I(x, y) \cdot d.$$

☞ Le gradient d'une image filtrée :

$$\nabla I'(x, y) = \nabla(I(x, y) * h(x, y)) = \nabla I(x, y) * h(x, y) = I(x, y) * \nabla h(x, y).$$



Le laplacien d'une image

Le laplacien d'une image d'intensité $I(x, y)$ est défini par :

$$\nabla^2 I(x, y) = \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2}.$$

- ☞ Invariant aux rotations de l'image.
- ☞ Le laplacien est souvent utilisé en amélioration d'images pour accentuer l'effet de contour :

$$I'(x, y) = I(x, y) - c\nabla^2 I(x, y).$$

- ☞ Sensibilité au bruit accrue par rapport au gradient.
- ☞ Le laplacien d'une image filtrée :

$$\Delta I'(x, y) = \Delta I(x, y) * h(x, y) = I(x, y) * \Delta h(x, y).$$

Les filtres séparables

Un filtre à réponse impulsionnelle $h(x, y)$ séparable selon x et y est un filtre pour lequel :

$$h(x, y) = h_x(x) h_y(y),$$

ce qui se traduit pour le filtrage d'une image par :

$$I'(x, y) = h(x, y) * I(x, y),$$

$$I'(x, y) = h_y(y) * (h_x(x) * I(x, y)),$$

et pour les dérivées :

$$\begin{aligned}\frac{\partial I'(x, y)}{\partial x} &= I(x, y) * \left(\frac{\partial h_x(x)}{\partial x} h_y(y) \right), \\ \frac{\partial I'(x, y)}{\partial y} &= I(x, y) * \left(h_x(x) \frac{\partial h_y(y)}{\partial y} \right), \\ \Delta I'(x, y) &= I(x, y) * (\Delta h_x(x) h_y(y) + h_x(x) \Delta h_y(y)),\end{aligned}$$

Les principaux intérêts des filtres séparables sont :

1. Ramener le problème du filtrage d'un signal bidimensionnel à celui du filtrage d'un signal monodimensionnel.
2. Réduire le temps de calcul. Pour une convolution par un masque de filtrage de dimension H , la complexité est de $2H$ au lieu de H^2 .
3. Possibilité d'implanter récursivement le filtre.

La détection de contour

Deux approches :

1. Approche gradient : détermination des extréma locaux dans la direction du gradient.
2. Approche laplacien : détermination des passages par zéro du laplacien.

- ☞ Ces approches reposent sur le fait que les contours correspondent des discontinuités d'ordre 0 de la fonction d'intensité.
- ☞ Le calcul de dérivée nécessite un pré-filtrage des images. Filtrage linéaire pour les bruits de moyenne nulle (par exemple bruit blanc Gaussien, filtre Gaussien). Filtrage non-linéaire pour les bruits impulsionnels (filtre médian par exemple).

Les différentes approches existantes se classent ensuite suivant la manière d'estimer les dérivées de la fonction d'intensité :

1. Différences finies.
2. Filtrage optimal.
3. Modélisation de la fonction d'intensité.

2 Dérivation par différence finies

Une image est discrète par nature. Les premières approches ont donc consisté à approximer les dérivées par différence :

$$\nabla_u I(u, v) = I(u, v) - I(u - n, v),$$

ou :

$$\nabla_u I(u, v) = I(u + n, v) - I(u - n, v),$$

avec, en général $n = 1$.

Ces dérivées sont calculées par convolution de l'image avec un masque de différences.

2.1 Opérateurs de Roberts (1962)

$$h1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad h2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \phi = \arctan(I * h2 / I * h1) + \pi/4.$$

☞ Forte sensibilité au bruit en raison de la taille des masques.

2.2 Opérateurs de Prewitt

$$h1 = 1/3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad h2 = 1/3 \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Masques de calcul du gradient en x et y.

☞ La convolution de l'image par les masques ci-dessus correspond au calculs des dérivées de l'image pré-filtrée par un filtre h séparable :

$$h(x, y) = h(x) h(y),$$

avec : $h = \frac{1}{3}[1 \ 1 \ 1]$ et $d = \nabla h = [-1 \ 0 \ 1]$. En effet :

$$h1(x, y) = d(x) s(y),$$

$$h2(x, y) = s(x) d(y),$$

☞ Masques de Prewitt directionnels :

$$h3 = 1/3 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad h2 = 1/3 \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix},$$

la direction du gradient est celle du masque donnant la réponse maximale.

L'estimation du laplacien d'une image se fait de la même manière par convolution de l'image avec un masque. Le laplacien est approximé par différences finies : $\nabla^2 = [1 \ -2 \ 1]$.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

ou :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

masques d'approximation du laplacien.

☞ Le laplacien nécessite une convolution, le gradient deux.

☞ Invariance par rotation.

2.3 Opérateurs de Sobel (1972)

$$h1 = 1/4 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad h2 = 1/4 \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

☞ Très populaire.

☞ Correspond à la convolution de l'image par $[1 \ 2 \ 1] * [-1 \ 0 \ -1]$.

☞ Masques directionnels également.

2.4 Opérateurs de Kirch

$$h1 = 1/15 \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$h2 = 1/15 \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$h3 = 1/15 \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix}$$

$$h4 = 1/15 \begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

2.5 Opérateurs de Robinson

$$h1 = 1/5 \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h2 = 1/5 \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h3 = 1/5 \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h4 = 1/5 \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

☞ Coût d'implantation des masques directionnels élevés.



3 Dérivation par filtrage optimal

Les dérivations présentées consistent à convoluer l'image par des masques de petites dimensions. Ces approches sont donc dépendantes de la taille des objets traités, elles sont aussi très sensible au bruit. Un autre type d'approche plus récentes repose sur la définition de critères d'optimalité de la détection de contours ; ces critères débouchant sur des filtres de lissage *optimaux*.

- Soit h le filtre de lissage alors $I(x, y) * h(x) * h(y)$ est l'image lissée, $I(x, y) * h'(x) * h(y)$, $I(x, y) * h(x) * h'(y)$ sont les images des dérivées suivant x et y et $I(x, y) * (h''(x)h(y) + h(x)h''(y))$ est l'image du laplacien.
- L'implantation se fait de manière récursive (i.e., la valeur de sortie du filtre en un point est déterminée en fonction de celles des voisins) par deux balayages de l'images (filtres séparables).

3.1 Critères de Canny (1983)

On se place dans le cas monodimensionnel. On suppose que la détection est effectuée en convoluant le signal par un filtre de réponse impulsionnel h , les contours étant caractérisé par les extréma de la sortie du filtre. Les contours envisagés ici sont des contours de types marche et le bruit est supposé blanc (de moyenne nulle). Les critères d'optimalités sont :

- détection : le contour doit être détecté, il faut minimiser les fausses réponses,
 - localisation : le contour doit être localisé avec précision, il s'agit de minimiser la distance entre les points détectés et le vrai contour.
 - réponse unique : il s'agit de minimiser le nombre de réponse pour un seul contour.
- ☞ La minimisation des ces critères dans le contexte du modèle proposé débouche sur une équation différentielle dont la solution est de la forme :

$$h(x) = a_1 e^{\alpha x} \cos(\omega x) + a_2 e^{\alpha x} \sin(\omega x) + a_3 e^{-\alpha x} \cos(\omega x) + a_4 e^{-\alpha x} \sin(\omega x).$$

3.2 Filtres de Shen-Castan

Le filtre de Shen et Castan est obtenu par optimisation d'un critère incluant la détection et la localisation. La solution obtenue est assez proche de celle de Canny :

$$h(x) = c e(-\alpha|x|),$$

☞ c est choisi de façon à normaliser le filtre :

$$c = \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 + e^{-\alpha}}.$$

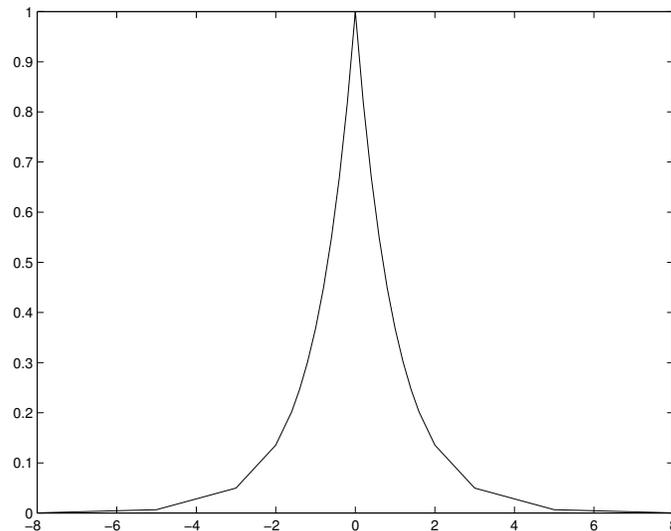
☞ le filtre de dérivation s'écrit :

$$h'(x) = \begin{cases} d e(-\alpha|x|) & \text{si } x \geq 0, \\ -d e(-\alpha|x|) & \text{sinon} \end{cases}$$

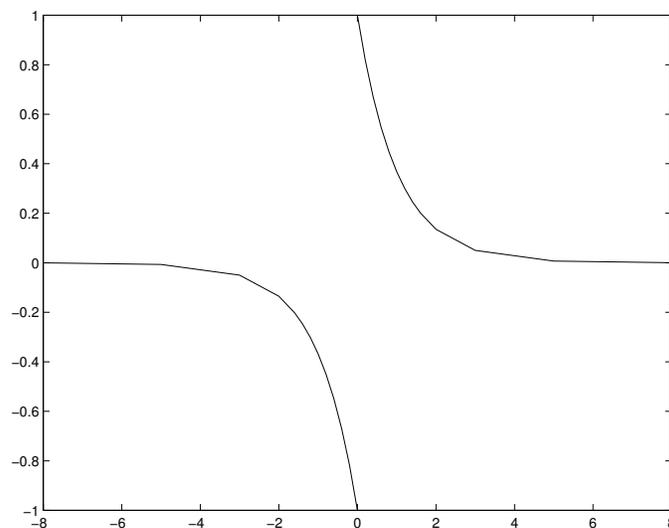
avec d choisi de même de façon à normaliser le filtre ::

$$d = 1 - e^{-\alpha}.$$

☞ le paramètre α détermine la largeur du filtre, plus α est petit plus le lissage est important (perte en localisation).



Réponse impulsionnelle du filtre.



Réponse impulsionnelle du filtre de dérivée.

3.3 Filtres de Deriche

Deriche a proposé un filtre de lissage dont la dérivée est la solution exacte de l'équation de Canny étendue aux filtres à supports infinis. Le filtre de lissage correspondant est :

$$h(x) = k(\alpha |x| + 1)e^{-\alpha|x|},$$

avec :

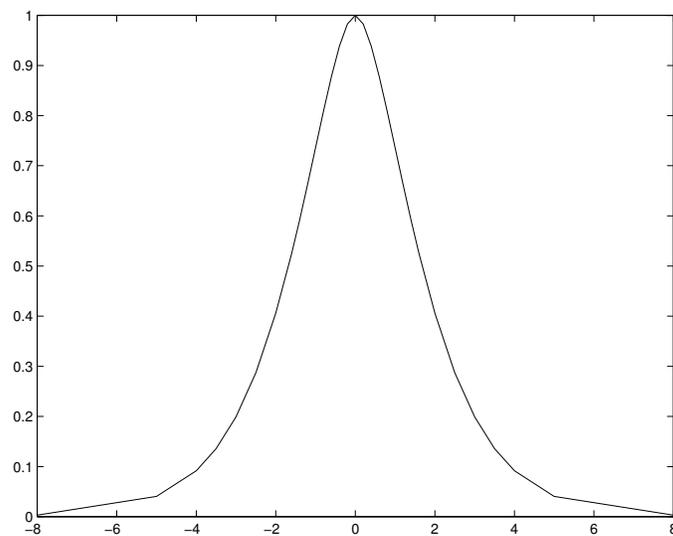
$$k = \frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{(1 + 2\alpha e^{-\alpha} - e^{-2\alpha})}.$$

Et :

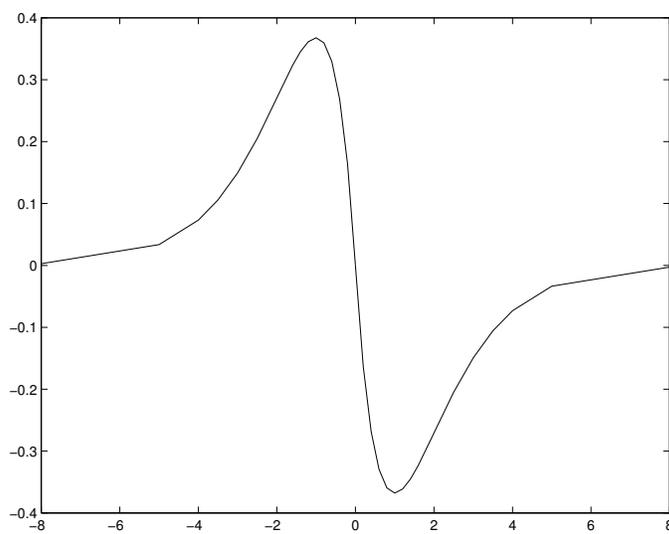
$$h'(x) = -k'xe^{-\alpha|x|},$$

$$k' = \frac{(1 - e^{-\alpha})^2}{e^{-\alpha}}.$$

☞ Les filtres de Deriche et Shen-Castan sont directionnels (anisotrope).



Réponse impulsionnelle du filtre.



Réponse impulsionnelle du filtre de dérivée.

3.4 Filtre Gaussien

Le filtre de lissage Gaussien a pour réponse impulsionnelle :

$$h(x) = c e^{-x^2/2\tau^2},$$

et donc pour dérivée :

$$h'(x) = -c \frac{x}{\tau^2} e^{-x^2/2\tau^2}.$$

Canny a montré que la dérivée ce filtre constitue une approximation de la solution du filtre optimal. Ce filtre a été initialement introduit par Marr et Hildreth dans le cadre du calcul du laplacien (Laplacian of Gaussian LoG).

En posant $r = x^2 + y^2$:

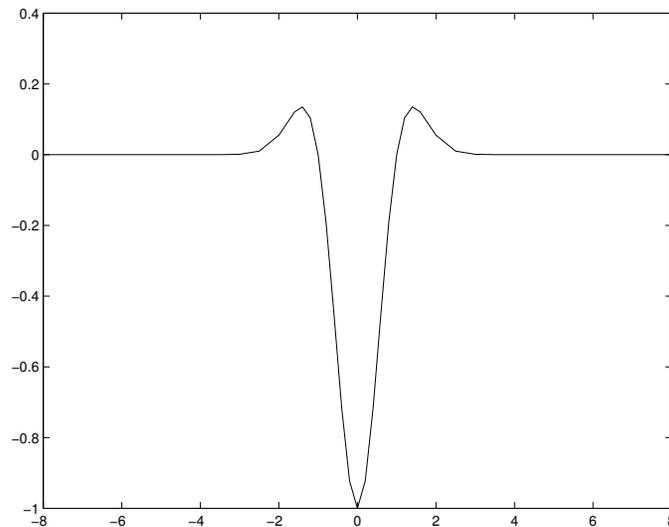
$$h(r) = c e^{-r^2/2\tau^2},$$

soit :

$$h''(r) = c \left(\frac{r^2}{\tau^2} - 1 \right) e^{-r^2/2\tau^2},$$

$$h''(x, y) = c \frac{1}{\tau^2} \left(\frac{x^2 + y^2}{\tau^2} - 1 \right) e^{-(x^2+y^2)/2\tau^2},$$

où c normalise la somme des éléments du filtre à zéro.



la fonction $(\frac{r^2}{\tau^2} - 1) e^{-r^2/2\tau^2}$.

☞ L'opérateur LoG est non directionnel (isotrope).

- ☞ Le passage par zéro est plus facile à déterminer que des extréma.
- ☞ Sensibilité accrue au bruit.
- ☞ Ne donne pas d'information de direction.

4 De l'image des dérivées aux contours

Les différents filtres présentés permettent de calculer le gradient ou le laplacien d'une image mais ne donnent pas des points de contours. Un traitement ultérieur est nécessaire, ce traitement étant dépendant du type d'approche choisi.

4.1 Approches gradient

les points de contour dans une image sont caractérisés par des extréma locaux du gradient. Une première approche consiste donc à :

1. calculer la norme du gradient en tous point de l'image,
2. sélectionner les pixels à l'aide d'un seuil fixé *a priori* pour la norme du gradient.

- ☞ Ne permet pas de différencier efficacement les points de contour du bruit.

L'approche classiquement utilisée se décompose en deux étapes qui sont :

1. Extraction des extréma locaux du gradient dans la direction du gradient. Cela revient à déterminer, pour un pixel p donné, les valeurs du gradient sur la droite passant p et de direction celle de son gradient. On vérifie ensuite que le gradient en p est bien localement maximal sur cette droite.
2. Seuillage par hystérésis des extréma. Cette étape repose sur une hypothèse de connexité. Le principe est d'utiliser deux seuils pour la norme du gradient : s_b et s_h et de sélectionner les pixels pour lesquels :
 - (a) la norme du gradient est supérieure à s_b ,
 - (b) le pixel donné est connecté, par un chemin constitué de pixels dont la norme du gradient est supérieure à s_b , à un pixel pour lequel la norme du gradient est supérieure à s_h .

4.2 Approches laplacien

Les points de contour sont caractérisés par des passages par zéro du laplacien. La détection de ces points s'effectue en deux étapes :

1. Détection des passages par zéros. Les pixels pour lesquels le laplacien change de signe sont sélectionnés.
2. Seuillage des passages par zéros de fortes amplitudes (par hystérésis par exemple).



Figure 1: (a) : image originale, (b) : gradient en x (filtre de Deriche), (c) gradient en y (filtre de Deriche), (d) extréma locaux de la norme du gradient dans la direction du gradient.

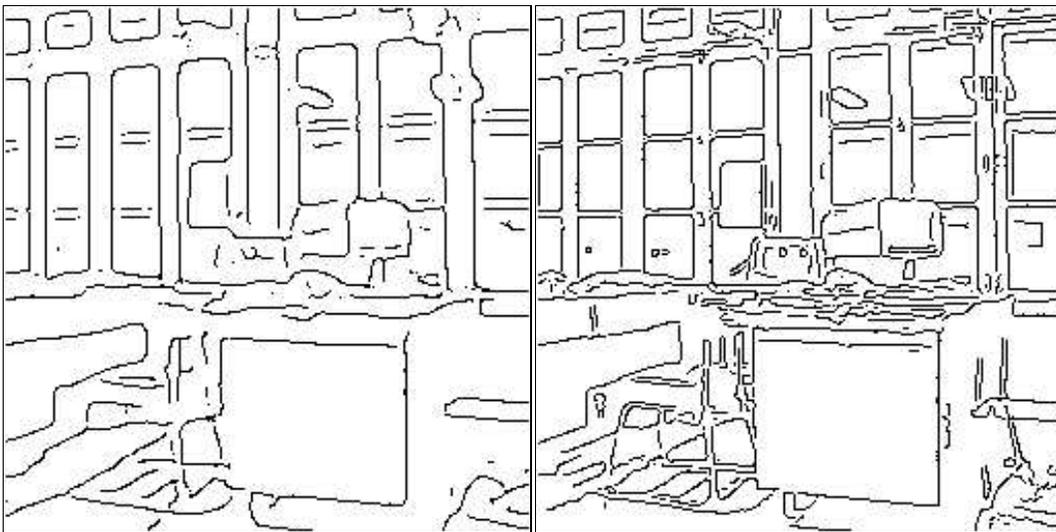


Figure 2: Seuillages des extrema locaux pour différentes valeurs du paramètre α du filtre de Deriche : (a) $\alpha = 0.5$, (b) $\alpha = 1.5$.