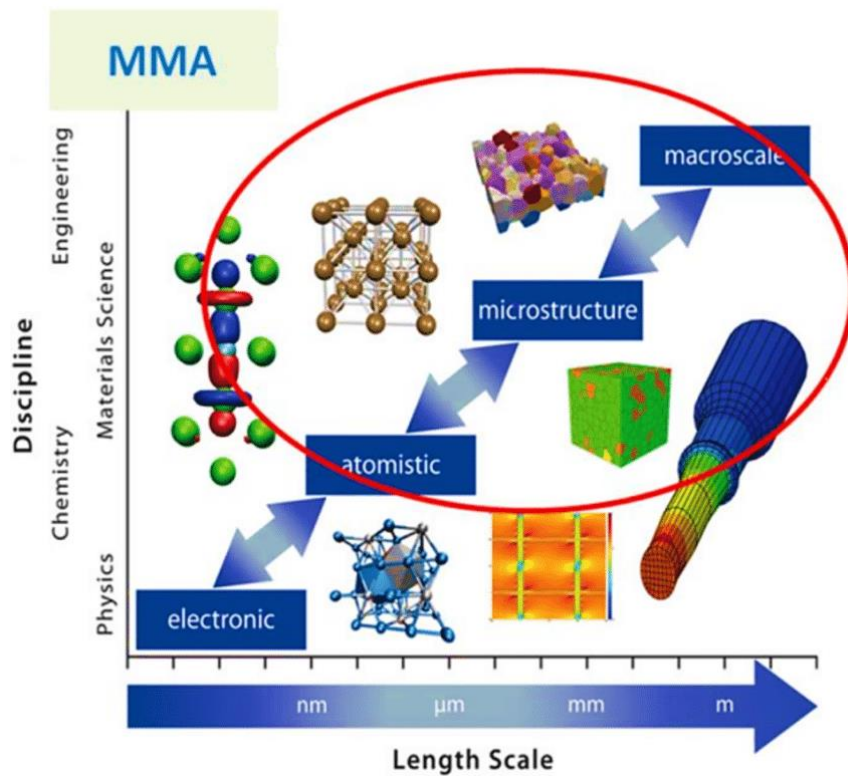




Doctorat : Génie Mécanique

Transfert de Chaleur Avancé : Lois et Limites aux Echelles Macroscopiques



Préambule

Ce cours est destiné aux étudiants en doctorat LMD de l'université du 8 Mai 1945 Guelma. Il présente d'une manière succincte les transferts de chaleurs tout particulièrement la conduction aux échelles nano-scopiques. Le sous-domaine de la thermique qui aborde ces thématiques est appelé micro- et nano-thermique, et peut être subdivisé selon les trois champs disciplinaires: la conduction thermique sub-diffusive, la thermique micro/nano-fluidique et le rayonnement thermique sub-longueur d'onde. Ainsi, pour une compréhension approfondie de chaque champ disciplinaire, l'étudiant peut se référer aux supports pédagogiques référenciés à la fin de ce document. Nous passons en revue les principales idées utilisées dans la description macroscopie traditionnelle du transfert de chaleur. Ceci est suivi d'une discussion sur la distance et le temps échelles caractérisant ces mécanismes de transfert. Nous étudions ensuite les hypothèses sous-jacentes à ces modèles afin de déterminer leur champ de validité. Nous décrivons les mécanismes de transfert au-delà de la validité des lois macroscopiques.

1. Conduction de chaleur dans les solides

1.1 Approche macroscopique.

Loi de Fourier

La conduction thermique dans un milieu homogène est décrite par la loi de Fourier, qui relie le flux au gradient de température par :

$$\phi = -\lambda \nabla T, \quad (1)$$

où λ est la conductivité thermique du milieu considéré.

Équation de chaleur

La conservation de l'énergie s'exprime localement par :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \phi \quad (2)$$

où C_p est la capacité thermique spécifique à pression constante. Insérer la loi de Fourier dans cette expression et en supposant que la conductivité thermique est homogène, on obtient une équation de diffusion pour le champ de température, à savoir,

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \nabla^2 T \quad (3)$$

Définir la diffusivité thermique par $a = \lambda / \rho \cdot C_p$, l'équation (3) devient

$$\nabla^2 T = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

1.2. Échelles de longueur et de temps caractéristiques

Échelles caractéristiques de longueur et de temps pour la conduction

L'équation de la chaleur peut être écrite sous forme sans dimension en fixant $t = t^+ t_0$ et $x = x^+ L$, où t_0 et L sont un temps et une longueur caractéristiques pour le problème. L'équation devient alors

$$\nabla_+^2 T = \frac{L^2}{at_0} \frac{\partial T}{\partial t^+} \quad (5)$$

Le problème ne dépend maintenant que de la quantité sans dimension at_0/L^2 , connue comme le nombre de Fourier. Afin de visualiser le comportement typique d'un phénomène diffusif, il est utile d'étudier la solution au problème décrit par

$$\nabla^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = S \delta(t) \delta(r) \quad (6)$$

ce qui correspond au champ de température créé par une impulsion de chaleur à $t = 0$ et $r = 0$. En choisissant des conditions aux limites pour un milieu infini dans lequel la température décroît jusqu'à zéro à l'infini, la solution est

$$T(r, t) = \frac{S}{(4\pi at)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4at}\right) \quad (7)$$

Cette solution décrit une répartition gaussienne de l'énergie dans l'espace, avec une largeur caractéristique $2\sqrt{at}$. On observe qu'après un temps t écoulé, la chaleur est étalée sur une sphère de rayon $2\sqrt{at}$.

Applications

Une application pratique de cette notion peut être formulée comme dans la question qui suit: lorsqu'un cordon de rayon R est chauffé par absorption de chaleur à la surface, combien de temps faudra-t-il à l'objet pour se thermaliser? La réponse est simplement le temps nécessaire à la chaleur pour diffuser dans tout le volume, c'est-à-dire un temps de l'ordre $t_{cd} = R^2/a$.

Si le cordon est maintenant chauffé d'une manière qui varie sinusoïdalement dans le temps, c'est-à-dire,

$$Q \left[1 + \sin \frac{2\pi t}{T} \right]$$

Le comportement sera assez différent selon que T est grand ou petit par rapport au temps de conduction. Si $T \gg t_{cd}$, le système se thermalise progressivement, la bille devenant isotherme et suivant les variations temporelles imposées. Mais si $T \ll t_{cd}$, le système ne peut pas suivre les

variations imposées. Il se comporte comme un filtre passe-bas et ne répond qu'à la valeur moyenne du flux imposé. De plus, le champ de température n'est pas uniforme.

Examinons maintenant plusieurs ordres de grandeur. Pour la plupart des matériaux condensés, l'ordre de grandeur de la diffusivité thermique est de $10^{-6} \text{ (m}^2 \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$.

- Pour une sphère de 0.3 m de diamètre, le temps de diffusion de la chaleur est d'environ 10^5 s ou un jour. On en déduit qu'un tuyau d'eau enterré à une profondeur de 30 cm peut passer la nuit sans geler.

- Pour une sphère de diamètre 1 cm, on obtient 100 s.

- Pour une sphère de diamètre 100 nm, le temps d'homogénéisation se réduit à $10^{-8} \text{ s} = 10 \text{ ns}$.

- Et une sphère de diamètre 1 nm? On trouve un temps de 1 ps (picoseconde), ce qui est correct jusqu'à un certain ordre de grandeur.

Remarque : A partir d'une dimension de l'ordre du nanomètre, les arguments ci-dessus ne sont plus applicables. Nous avons atteint les limites de validité de nos modèles macroscopiques de transfert de chaleur, car nous rencontrons un autre temps caractéristique du problème physique. Nous remarquons donc que les très faibles dimensions caractéristiques sont intimement liées aux très faibles temps caractéristiques. Une difficulté survient ici parce que la picoseconde est le temps de relaxation des phonons typiques. *La notion de température elle-même devient problématique, car la picoseconde est inférieure au temps de relaxation, le gradient de température n'a donc pas de sens physique.*

Les problèmes liés au temps de relaxation du système apparaissent très clairement dans l'équation de diffusion à de courtes échelles de temps. En effet, en regardant la solution pour la réponse à une impulsion de chaleur localisée, nous constatons que le champ de température est modifié instantanément à chaque point de l'espace à partir du moment où l'impulsion entre en vigueur. Maintenant, à un instant t , la température ne peut pas être modifiée au-delà d'une distance ct , *sinon l'effet de l'impulsion se serait propagé plus vite que la vitesse de la lumière ; ce qui est une impossibilité physique.* L'équation de diffusion doit donc être modifiée.

L'origine physique du problème réside dans le fait que la loi de Fourier décrit une réponse instantanée à l'excitation. Cela revient essentiellement à dire que nous avons négligé le temps de réponse du système. Bien sûr, la réponse à un gradient de température imposé soudainement de cette manière ne peut pas être instantanée.

L'échelle de temps appropriée peut être déterminée pour un système de la manière suivante : Nous connaissons l'échelle de temps de la réponse à une excitation en échelon: c'est le temps nécessaire au rétablissement de l'équilibre thermodynamique, c'est-à-dire le temps de relaxation. Ceci est déterminé par des processus de collision microscopiques. Maintenant, pour tout système linéaire, la réponse à une fonction en échelon et la réponse à une fonction de Dirac sont liés par différenciation. *L'échelle de temps naturelle du problème physique qui délimite le domaine de validité de la loi de Fourier est donc le temps de relaxation.*

À partir de l'équation de Boltzmann, la loi de Fourier peut être modifiée comme :

$$\tau \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi = -\lambda \nabla T \quad (8)$$

où τ est le temps de relaxation moyen. L'équation de diffusion résultante contient un terme supplémentaire correspondant à la propagation à la vitesse $v = \sqrt{\frac{a}{\tau}}$. C'est clair à partir de cette équation que, si l'échelle de temps caractéristique t_0 est beaucoup plus longue que le temps de relaxation τ , la loi de Fourier utilisée précédemment est valable. Cependant, si le temps t_0 caractérisant l'évolution du système est plus court que le temps de relaxation τ , le modèle traditionnel n'est plus valable. La correction ci-dessus doit alors être prise en compte, ce qui revient à dire que la loi de Fourier est dispersive.

De manière équivalente, nous pouvons comparer une échelle de longueur caractéristique pour l'évolution du système avec le libre parcours moyen. Si ce dernier est beaucoup plus court que la longueur caractéristique, la loi de Fourier locale est valable. Sinon, les effets non-locaux doivent être pris en compte. En d'autres termes, le flux d'énergie en un point dépend du gradient de température au voisinage de ce point.

1.3. Transfert aux petites échelles

Pour résumer, les principales limites de l'approche macroscopique de la conduction de la chaleur correspondent à des échelles de longueur et de temps comparables au libre parcours moyen et le temps de relaxation des phonons.

1.4. Tailles caractéristiques des porteurs d'énergie

Afin de déterminer le régime de conduction, il est nécessaire d'analyser les tailles caractéristiques des porteurs d'énergie lors du phénomène de conduction thermique, et celles-ci doivent être comparées aux dimensions du milieu considéré. Le tableau 1 ci-dessous recense les différents porteurs d'énergie dans les milieux où la conduction thermique peut avoir lieu : gaz, liquides, milieux visqueux tels que les polymères, et les solides ordonnés (cristaux) ou désordonnés (amorphes).

Tableau. 1. Transfert de chaleur par conduction thermique : les porteurs d'énergie.

Milieu		Porteur d'énergie principal
Gaz		Molécule
Solide	Cristal diélectrique (isolant ou semi-conducteur non dopé)	Phonon = Vibration collective des atomes (onde)
	Amorphe	Vibration collective d'un faible nombre d'atomes (moins étendu)
	Métal	Électron
Liquide		Molécule
Polymère		Vibration collective d'atomes étendue le long d'une chaîne moléculaire et peu étendue à travers des chaînes moléculaires différentes

Lorsque les milieux sont peu denses, comme les gaz, les interactions entre les porteurs d'énergie (les molécules pour cet exemple) n'ont lieu que pendant une portion brève de leur mouvement : on peut donc séparer le mouvement des porteurs entre deux phases, l'une dite « libre parcours » et l'autre appelée « collision ». La distance moyenne entre deux collisions successives est appelée *libre parcours moyen* des porteurs d'énergie (noté Λ).

La portée du potentiel d'interaction entre les atomes est approximativement donnée par le rayon atomique, qui vaut typiquement quelques Angströms ($1\text{\AA} = 10^{-10}\text{ m}$). Ainsi, lorsque les milieux sont très denses, les atomes sont en interaction permanente et on ne peut pas distinguer les deux phases mentionnées précédemment. On a alors recours à une modélisation différente. Dans un solide cristallin, les atomes sont disposés de manière totalement ordonnée: l'agencement spatial périodique permet d'introduire une longueur d'onde (période spatiale). Les porteurs d'énergie considérés sont alors des ondes associées aux mouvements collectifs des atomes dans tout le cristal appelés phonons.

Si les atomes sont proches mais que la structure est désorganisée, comme dans un solide amorphe ou un liquide, les phénomènes ondulatoires, qui requièrent de l'ordre pour être sensibles (interférences constructives), ne sont pas utiles pour décrire le transfert thermique. La loi de Broglie stipule qu'on peut associer une longueur d'onde λ_{DB} à tout corps en mouvement avec une quantité de mouvement p :

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{p} \quad (9)$$

Ici λ_{DB} ainsi que h , ne doivent pas être confondus avec la conductivité thermique et le coefficient de convection (qu'on verra en section 2), respectivement.

h est en fait la constante de Planck et $\vec{p} = m\vec{v}$ est la *quantité de mouvement* pour une particule de masse m et de vitesse v . Lorsque la distance entre deux corps est plus grande que la longueur d'onde de de Broglie, on peut considérer qu'il n'y a pas d'interaction hors phase de collision. C'est le cas pour les gaz à température ambiante, pour lesquels λ_{DB} vaut quelques nanomètres au plus alors que les molécules peuvent être espacées de plusieurs dizaines de nanomètres. Aux basses températures notamment, la quantité de mouvement est plus faible, la *longueur d'onde thermique* de de Broglie devient grande et des *effets quantiques* peuvent apparaître. Cette discussion a permis de mettre en

évidence les deux grandeurs caractéristiques des porteurs d'énergie que sont la longueur d'onde et le libre parcours moyen. Nous allons déterminer lesquelles de ces deux grandeurs sont déterminantes pour chacun des porteurs d'énergie considérés.

1.5. Régimes de conduction thermique

La conduction thermique, lorsqu'elle n'est pas diffusive (comme au cours de transfert de chaleur que vous avez en graduation), peut-être balistique ou même ondulatoire. La figure ci-dessous montre les mouvements des porteurs d'énergie en régime diffusif et en régime balistique : dans le premier de ces deux cas, ils subissent un grand nombre d'événements de diffusion (collision). À chaque collision, une partie de l'énergie du porteur est échangée avec le partenaire de collision : un grand nombre de collisions favorise donc l'homogénéisation de l'énergie des porteurs d'énergie. Il y a alors équilibre thermodynamique local (E.T.L.). Dans le second cas, les porteurs d'énergie n'interagissent pas dans le volume car leur libre parcours moyen est trop grand par rapport à la taille du milieu. L'essentiel des interactions a donc lieu avec les surfaces : c'est le régime balistique. Une portion de l'énergie des porteurs d'énergie est cédée par collision avec la surface froide ; de même, les porteurs d'énergie captent une partie de l'énergie de la surface chaude lorsqu'ils interagissent avec elle.

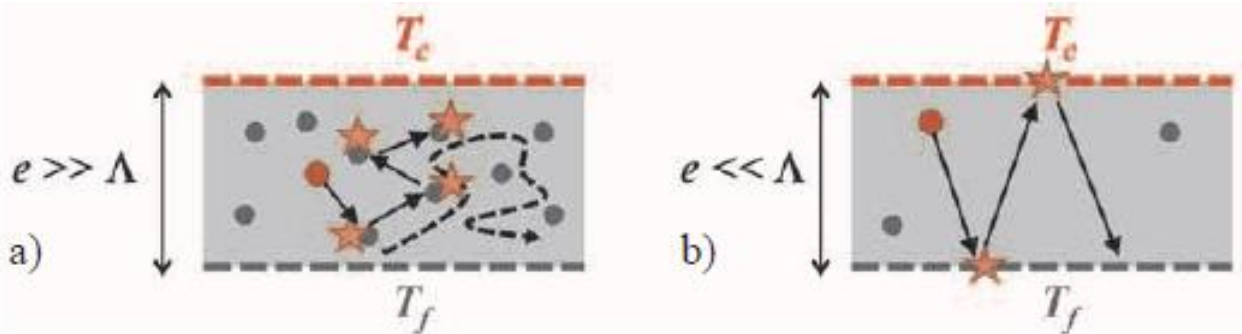


Figure 1. a) Transfert diffusif : la particule subit un grand nombre de collisions entre les deux surfaces. b) Transfert balistique : la particule se déplace d'une surface à l'autre sans collision : l'énergie des porteurs est acquise ou cédée aux surfaces.

On définit le nombre de Knudsen comme le rapport entre le libre parcours moyen des particules et la taille caractéristique D du système:

$$Kn = \Lambda/D \tag{10}$$

Lorsque $Kn \ll 1$, le transfert de chaleur est diffusif : la loi de Fourier peut être utilisée pour le modéliser. Lorsque $Kn \gg 1$, le transfert de chaleur est balistique. Entre les deux régimes, il y a une zone de transition. Le tableau .2 des valeurs des libres parcours moyens de quelques porteurs d'énergie courants nous montre que la conduction perd son caractère diffusif pour des dimensions caractéristiques nanométriques.

Tableau .2. Estimations des libres parcours moyens des porteurs d'énergie à température ambiante.

Porteurs d'énergie	Libre parcours moyen
Électron (métal)	30 nm
Phonon (silicium)	300 nm
Molécule (air)	70 nm

Le transport ondulatoire doit être considéré lorsque la longueur d'onde des porteurs d'énergie est comparable aux dimensions des matériaux. Des effets d'interférences apparaissent, et des effets quantiques peuvent surgir dans certains cas. Ce régime est essentiellement observé à basse température (quelques kelvins) ou pour de très faibles dimensions (nanomètre à l'ambiante). Il est important de bien réaliser que ceci ne signifie pas que le caractère ondulatoire des porteurs puisse toujours être négligé dans d'autres conditions.

2. La convection

2.1. Approche macroscopique

Lorsque l'on considère le transfert de chaleur dans un fluide au repos, le flux de chaleur est dû à la conduction et peut dans ce cas être décrit par la loi de Fourier. En présence de gravité, la variation de densité induite par les différences de température conduit à des forces qui peuvent produire un mouvement dans le fluide. Le phénomène est appelé convection naturelle ou libre. Lorsqu'il se produit, ce mécanisme de transfert est beaucoup plus efficace que le phénomène de conduction. On parle ainsi de convection pour décrire le transfert d'énergie entre une surface et un fluide. Dans ce qui suit, nous ne discuterons pas des phénomènes de convection avec transfert de masse qui sont vraiment des effets macroscopiques. Nous ne traiterons que de la conduction dans les gaz au voisinage d'une surface.

Transfert près d'une surface

Nous allons considérer le problème du transfert d'énergie entre une surface séparant un solide ($x < 0$) et un fluide ($x > 0$). On peut montrer classiquement que le flux de chaleur par unité de surface ϕ peut être exprimé sous la forme :

$$\phi = h \cdot (T_s - T_f) \quad (11)$$

où T_s et T_f sont les températures de la surface et du fluide à une certaine distance de la surface. L'origine de ce transfert est la conduction thermique dans la couche limite. En raison de la condition de vitesse nulle à la surface elle-même (condition de non-glissement), le fluide n'a pas de mouvement global le long de la surface et il n'y a pas de convection, c'est-à-dire, aucun transfert d'énergie associé à un transfert de masse. Le seul phénomène de transport est la conduction dans le fluide à l'intérieur de la couche limite. On peut donc exprimer le fait que le flux en surface est orienté perpendiculairement à la surface et a la forme

$$\phi = -\lambda_f \frac{dT}{dx} \quad (12)$$

où λ_f est la conductivité thermique du fluide. Cette expression peut être écrite d'une manière sans dimension en introduisant la température sans dimension

$$T(x) - T_s = (T_f - T_s) \mathcal{T}^+(x) \quad (13)$$

et une variable sans dimension $x = x^+L$, où L est une longueur caractéristique pour le système. Nous avons alors

$$\phi = -\frac{\lambda_f (T_f - T_s)}{L} \left(-\frac{dT^+}{dx^+} \right) = h(T_s - T_f) \quad (14)$$

où $h = \lambda_f \text{Nu}/L$ est le coefficient d'échange de chaleur par convection et Nu le nombre sans dimension appelé le Nusselt, respectivement. Ce dernier représente le gradient de température sans dimension dans la couche limite, c'est-à-dire $\text{Nu} = dT^+/dx^+$.

Temps de convection caractéristique

Il est utile d'introduire une échelle de temps caractéristique associée à l'écoulement de convection. Cette échelle de temps apparaît lorsque nous considérons une sphère de matière avec un volume V et une surface S , se refroidissant dans un fluide. L'équation du bilan énergétique est

$$\rho C_p \cdot V \frac{\partial T}{\partial t} = h \cdot S (T - T_f) \quad (15)$$

Nous avons supposé ici que la sphère est isotherme ce qui se justifie si le système évolue sur une échelle de temps plus longue que le temps de conduction. Quand on résout cette équation, nous obtenons une diminution exponentielle de la température avec une constante de temps τ_{cv} appelée temps de convection:

$$\tau_{cv} = \frac{\rho C_p V}{h S}$$

(16)

3. Conclusion

Pour conclure, le principal message à comprendre de ce cours est que ce que nous appelons le transfert de chaleur nano-scopique dans une abréviation, fait référence aux phénomènes de transfert de chaleur dans des contextes où nous allons au-delà des lois macroscopiques appliquées. La frontière ici n'est ni le micron ni le nanomètre. Elle est plutôt fixée par les échelles de longueur (libre parcours moyen) et le temps échelles (temps de relaxation) des systèmes physiques concernés. De nouveaux phénomènes apparaissent lorsque l'on considère les systèmes sur des échelles de longueur et de temps comparables à ou plus court que ces échelles de longueur et de temps intrinsèques. Ce qui reste un défi scientifique et technologique, est la modélisation des phénomènes communément appelés multi-échelles. En effet, il existe beaucoup de situations où des phénomènes macroscopiques ainsi que micro et nanoscopiques existent simultanément; on pourra citer à titre

d'exemple le transfert de chaleur par ébullition, les écoulements et transfert thermiques dans les milieux poreux, et d'autres qu'il ne sera possible de les simuler qu'avec un couplage des différentes échelles.

Références bibliographiques

1. Microscale and Nanoscale Heat Transfer. Chapitre 1, Laws of Macroscopic Heat Transfer and Their Limits. Auteur: J.J. Greffet. S. Voltz (Ed.), Springer Verlag, 2007.
2. Transferts Thermiques: Initiation et approfondissement, Chapitre 9: Transferts thermiques aux petites échelles. Auteurs: Pierre-Olivier Chapuis, Rémi Revellin, Rodolphe Vaillon. (Coordinateur J.F. Sacadura), Edition Lavoisier, 2015.
3. Microscale Energy Transport. Chapter 1: Microscale Energy Transport in Solids, auteur A. Majumdar. Edts. C. L. Tien, A. Majumdar and F. W. Gerner. (Series in Chemical and Mechanical Engineering) 1st Edition, 1997.
4. D. Y. Tzou. Macro- to Microscale Heat Transfer: The Lagging Behavior 2nd Edition, 2014.