جامعة 8 ماي 1945 قالمة **الموسم الجامعي 2019 – 2020**

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير **المادة: الإحصاء 2**

السنة الأولى جذع مشترك **المدة: ساعة و نصف (1.30 سا)**

الامتحان النهائي

التمرين الأول (09 نقاط)

1- كم عددا مكونا من 5 أرقام يمكن تكوينه من الأرقام 7، 6، 5، 4، 3، 2، 1، 0 في الحالتين التاليتين:

أ- إذا سمح بالتكرار

ب- إذا لم يسمح بالتكرار

2- يتكون قسم من 25 تلميذا، تسنيم تلميذة من هذا القسم

أ- نريد اختيار ثلاثة تلاميذ من هذا القسم بشكل عشوائي، فما عدد الطرق الممكنة للقيام بذلك

ب- نريد اختيار ثلاثة تلاميذ من هذا القسم شريطة ألا تكون من بينهم تسنيم، فما عدد الطرق الممكنة للقيام بذلك

ج- نريد اختيار ثلاثة تلاميذ من القسم شريطة أن تكون من بينهم تسنيم، فما عدد الطرق الممكنة للقيام بذلك

3- بكم طريقة يمكن وقوف 4 ذكور و 3 إناث في صف واحد في الحالات التالية:

أ- عدم وجود أية شروط

ب- تناوب الذكور و الإناث (ذكر، أنثى، ذكر، أنثى...)

ج- وقوف الذكور معا و الإناث معا

د- وقوف محمد M و خديجة K بجانب بعضهما البعض

التمرين الثاني (06 نقاط)

صندوق به 5 كرات بيضاء تحمل أرقام من 1 إلى 5، و 3 كرات سوداء تحمل أرقام من 1 إلى 3، و كرتان صفراوتان تحملان الأرقام 1 و 2. نقوم بسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق، فما احتمال الحصول على:

أ- 3 كرات بيضاء **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز A)**

ب- 3 كرات من نفس اللون **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز B)**

ج- كرة واحدة بالضبط تحمل رقما فرديا **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز C)**

د- كرة واحدة على الأقل تحمل رقما زوجيا **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز D)**

هـ- كرة واحدة على الأكثر بيضاء **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز E)**

و- 3 كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى **(نرمز للحادث في هذه الحالة بالرمز F)**

التمرين الثالث (05 نقاط)

قمنا برمي قطعة نقود غير متوازنة 3 مرات متتالية، فإذا علمت أن احتمال الحصول على الصورة (P) هو $\frac{3}{4}$ و احتمال الحصول على الكتابة (F) هو $\frac{1}{4}$ و إذا علمت أن المتغير العشوائي X المرتبط بهذه التجربة يمثل عدد مرات ظهور الصورة

أ- حدد قانون التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير العشوائي

ب- حدد تابع التوزيع لهذا المتغير العشوائي

ج- حدد قيمة كل من التوقع الرياضي، التباين و الانحراف المعياري لهذا المتغير العشوائي

بالتوفيق و النجاح للجميع

التصحيح النموذجي للامتحان النهائي لمادة الإحصاء 2

حل التمرين الأول (09 نقاط)

1.أ- عدد طرق اختيار العدد المكون من 5 أرقام مع السماح بتكرار الرقم هو:

$$7 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 28672 \quad (01)$$

1.ب- عدد طرق اختيار العدد المكون من 5 أرقام مع عدم السماح بتكرار الرقم هو:

$$7 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 5880 \quad (01)$$

2. أ- عدد طرق اختيار ثلاثة تلاميذ من القسم بطريقة عشوائية

$$C_{25}^{3} = \frac{25!}{3! \times 22!} = \frac{25 \times 24 \times 23}{6} = 2300 \quad (01)$$

2.ب- عدد طرق اختيار ثلاثة تلاميذ من القسم شريطة ألا تكون من بينهم تسنيم

$$C_{24}^{3} = \frac{24!}{3! \times 21!} = \frac{24 \times 23 \times 22}{6} = 2024 \quad (01)$$

2.ج- عدد طرق اختيار ثلاثة تلاميذ من القسم شريطة أن تكون من بينهم تسنيم

$$C_{24}^{2} = \frac{24!}{2! \times 22!} = \frac{24 \times 23}{2} = 276 \quad (01)$$

3.أ- عدد طرق وقوف 4 ذكور و 3 إناث في صف واحد بدون وجود أية شروط

$$P_7 = 7! = 5040 \quad (01)$$

3.ب- عدد طرق وقوف 4 ذكور و 3 إناث في صف واحد شريطة تناوب الذكور (G) و الإناث (F)

$$(GFGFGFG)$$

$$4! \times 3! = 24 \times 6 = 144 \quad (01)$$

3.ج- عدد طرق وقوف 4 ذكور و 3 إناث في صف واحد شريطة وقوف الذكور (G) معا و الإناث (F) معا

$$(GGGG) \text{ و } (FFF) \quad \text{أو} \quad (FFF) \text{ و } (GGGG)$$

$$2 \times (4! \times 3!) = 288 \quad (01)$$

3.د- عدد طرق وقوف 4 ذكور و 3 إناث في صف واحد شريطة وقوف محمد M و خديجة K بجانب بعضهما البعض

$$MKXXXXX \quad \text{أو} \quad KMXXXXX$$

$$2 \times 6! = 1440 \quad (01)$$

حل التمرين الثاني (06 نقاط)

عدد الحالات الكلية هو:

$$C_{10}^{3} = \frac{10!}{3! \times 7!} = 120$$

أ- احتمال سحب 3 كرات بيضاء

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_{5}^{3} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

و منه:

$$P(A) = \frac{C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{10}{120} = 0.08 \quad (01)$$

ب- احتمال سحب 3 كرات من نفس اللون

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_5^3 + C_3^3 = \frac{5!}{3! \times 2!} + \frac{3!}{3! \times 0!} = 10 + 1 = 11$$

و منه:

$$P(B) = \frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120} = 0.09 \quad (01)$$

ج- احتمال سحب كرة واحدة بالضبط تحمل رقما فرديا

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_6^1 \times C_4^2 = \frac{6!}{1! \times 5!} \times \frac{4!}{2! \times 2!} = 6 \times 6 = 36$$

و منه:

$$P(C) = \frac{C_6^1 \times C_4^2}{C_{10}^3} = \frac{36}{120} = 0.3 \quad \textbf{(01)}$$

د- احتمال سحب كرة واحدة على الأقل تحمل رقما زوجيا

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_4^1 \times C_6^2 + C_4^2 \times C_6^1 + C_4^3 = 100$$

و منه:

$$P(D) = \frac{C_4^1 \times C_6^2 + C_4^2 \times C_6^1 + C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{100}{120} = 0.83 \quad \textbf{(01)}$$

هـ- احتمال سحب كرة واحدة على الأكثر بيضاء

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_5^1 \times C_5^2 + C_5^3 = 60$$

و منه:

$$P(E) = \frac{C_5^1 \times C_5^2 + C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{60}{120} = 0.5 \quad \textbf{(01)}$$

و- احتمال سحب 3 كرات مختلفة الألوان مثنى مثنى

عدد الحالات الممكنة هو:

$$C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1 = 30$$

و منه:

$$P(F) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{30}{120} = 0.25 \quad \textbf{(01)}$$

حل التمرين الثالث (05 نقاط)

مجموعة الامكانيات هي:

$$\Omega = \{PPP, PPF, PFP, PFF, FPP, FPF, FFP, FFF\}$$

بما أن المتغير العشوائي يمثل عدد مرات ظهور الصورة، فيكون لدينا:

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

أ- تحديد قانون التوزيع الاحتمالي لهذا المتغير العشوائي

إذا أردنا حساب احتمال كل قيمة من قيم المتغير العشوائي يكون:

$$P(X = 0) = P(FFF) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

$$P(X = 1) = P(PFF, FPF, FFP) = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{9}{64}$$

$$P(X = 2) = P(PPF, PFP, FPP) = \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64}$$

$$P(X = 3) = P(PPP) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$$

و منه، فقانون التوزيع الاحتمالي سيكون بالشكل:

x_i	0	1	2	3	Σ
$P(x_i)$	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	1

(1.50)

ب- تحديد تابع التوزيع لهذا المتغير العشوائي

بالاعتماد على جدول قانون التوزيع الاحتمالي، يمكن تحديد قيم تابع التوزيع الاحتمالي

x_i		0	1	2	3
	أقل من 0	أقل من 1	أقل من 2	أقل من 3	من 3 فأكثر
	$x < 0$	$0 \le x < 1$	$1 \le x < 2$	$2 \le x < 3$	$x \ge 3$
$F(x_i)$	0	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{64}+\frac{9}{64}=\frac{10}{64}$	$\frac{1}{64}+\frac{9}{64}+\frac{27}{64}=\frac{37}{64}$	$\frac{1}{64}+\frac{9}{64}+\frac{27}{64}+\frac{27}{64}=\frac{64}{64}=1$

و منه، فقيم تابع التوزيع الاحتمالي يمكن كتابتها في صورتها النهائية بالشكل:

$$(1.25)\quad F(x_i)=\begin{cases}0 & x<0\\ \frac{1}{64} & 0\le x<1\\ \frac{10}{64} & 1\le x<2\\ \frac{37}{64} & 2\le x<3\\ 1 & x\ge 3\end{cases}$$

ج- تحديد قيمة كل من التوقع الرياضي، التباين و الانحراف المعياري لهذا المتغير العشوائي

x_i	0	1	2	3	Σ
$P(x_i)$	$\frac{1}{64}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$	$\frac{27}{64}$	1
$E(X)=\sum x_iP(x_i)$	0	$\frac{9}{64}$	$\frac{54}{64}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{144}{64}=2.25$
$E(X^2)=\sum x_i^2P(x_i)$	0	$\frac{9}{64}$	$\frac{108}{64}$	$\frac{243}{64}$	$\frac{360}{64}=5.63$

$$E(X)=\sum x_iP(x_i)=\frac{144}{64}=2.25 \quad (01)$$

$$V(X)=E(X^2)-\big(E(X)\big)^2=\frac{360}{64}-\left(\frac{144}{64}\right)^2=0.56 \quad (01)$$

$$\sigma_X=\sqrt{V(X)}=\sqrt{0.56}=0.75 \quad (0.25)$$

تم بحمد الله و فضله

الحل المفصل على قناة اليوتيوب

youtube.com/c/drsaadouadel