

$$y_{n2}(\pi_2) = \frac{1}{y_{in21}(\pi_2)} = \frac{1 + j \tan(\pi_1) \tan(\beta d_2)}{\tan(\pi_1) + j \tan(\beta d_2)} = a + j b'$$

$$y_{in21}(\pi_1) = \frac{1}{y_{n1}(\pi_1)}$$

l'admittance d'entrée du 2^{ème} STUB.

$$y_{cc2}(\pi_2) = -j \cotg(\beta L_2)$$

l'admittance résultante au plan (π_2) .

$$y_{n2}(\pi_2) = y_{in21}(\pi_2) + y_{cc2}(\pi_2) = a + j b' - j \cotg(\beta L_2)$$

$$\text{donc: } y_{n2}(\pi_2) = a + j [\cotg(\beta L_2) - b']$$

la condition d'adaptation:

$$y_c = Y_0 Z_c = \frac{1}{Z_c} \cdot Z_c = 1$$

$$y_{n2}(\pi_2) = y_c = 1$$

$$\text{donc: } \begin{cases} \operatorname{Re}(y_{n2}(\pi_2)) = 1 \\ \operatorname{Im}(y_{n2}(\pi_2)) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ \cotg(\beta L_2) - b' = 0 \end{cases}$$

donc on a: un système de deux équations à deux inconnues L_1, L_2

~~la solution de système d'équations donne~~ $\Rightarrow$ la solution de système $\Rightarrow$ $\begin{cases} L_1 = \dots \\ L_2 = \dots \end{cases}$

III. 6: Adaptation à l'aide trois STUBS

Voir la partie Abaque de Smith (III. 8)

III. 7. Adaptation à large bande :

Pour obtenir une adaptation à large bande, on peut fractionner l'adaptation en un certain nombre de tronçons $N/4$. *figure suivante*
~~selon~~ tels que les impédances d'entrée successives de ces différents tronçons soient : $Z_e > Z_2 > Z_1 > Z_R$, et pour n tronçons :

$$Z_e > Z_n > \dots > Z_1 > Z_R$$

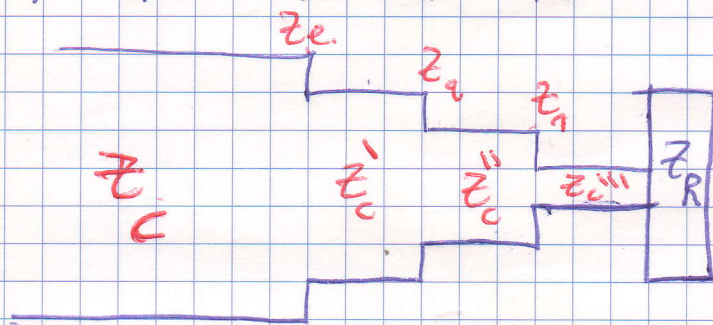


Figure: Adaptation à large bande.

III. 8. ~~Adaptation~~ Abaque de Smith

III. 8. 1. Introduction

L'abaque de Smith est un outil graphique très utile pour solutionner des problèmes de ligne de transmission. L'abaque de Smith a été développé en 1939 par P. Smith aux Bell Telephone Laboratories. C'est un outil qui permet de rapidement visualiser le comportement de circuit hyperfréquences, et il fait parti de tous les logiciels de design.

III. 8. 2. Fabrication de l'Abaque de Smith.

En chaque point de la ligne de transmission on peut définir :

• une impédance normalisée (réduite) :

$$z(x) = R + jX \quad ; \quad z(x) = \frac{Z(x)}{Z_c}$$

• un coefficient de réflexion

$$\Gamma(x) = U + jV \rightarrow \textcircled{1}$$

$$z(x) = \frac{1 + \Gamma(x)}{1 - \Gamma(x)} \rightarrow \textcircled{2} \quad ; \quad \Gamma(x) = \frac{z(x) - 1}{z(x) + 1}$$

$\textcircled{1}$ dans $\textcircled{2}$

$$\Rightarrow z(x) = \frac{1 + U + jV}{1 - U - jV} = R + jX \quad \textcircled{3}$$

$$z(x) = \frac{[(1+U)+jV][(1+U)+jV]}{[(1-U)-jV][(1-U)+jV]} = r + jx$$

$$\Rightarrow \frac{[(1+U)+jV][(1-U)+jV]}{(1-U)^2 + V^2} = r + jx$$

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{1-U^2-V^2}{(1-U)^2 + V^2}}_{\text{partie Résistance}} + j \underbrace{\frac{2V}{(1-U)^2 + V^2}}_{\text{réactance}} = r + jx$$

lieu des impédances à réactance constante (c-a-d: $r=0$)

$z(x) = X$: donc

$$X = \frac{2V}{(1-U)^2 + V^2} \Rightarrow \left[X((1-U)^2 + V^2) - 2V = 0 \right] \Rightarrow X$$

$$\Rightarrow X^2((1-U)^2 + V^2) - 2XV = 0 \Rightarrow X^2[(1-U)^2 + V^2] - 2XV + \overset{+1-1}{0} = 0$$

$$\Rightarrow [(1-U)^2 + V^2] - \frac{2V}{X} + \frac{1}{X^2} = \frac{1}{X^2}$$

$$\Rightarrow (1-U)^2 + \left[V^2 - \frac{2V}{X} + \frac{1}{X^2} \right] = \frac{1}{X^2}$$

$$\Rightarrow (1-U)^2 + \left(V - \frac{1}{X} \right)^2 = \frac{1}{X^2}$$

cette équation représente une famille de cercle de centre

$$(U, V) = \left(1, \frac{1}{X} \right) \text{ et Rayon} = \left(\frac{1}{X} \right)^2$$

$X > 0$ (Impédance selfique) ; $X < 0$ (Impédance capacitive)

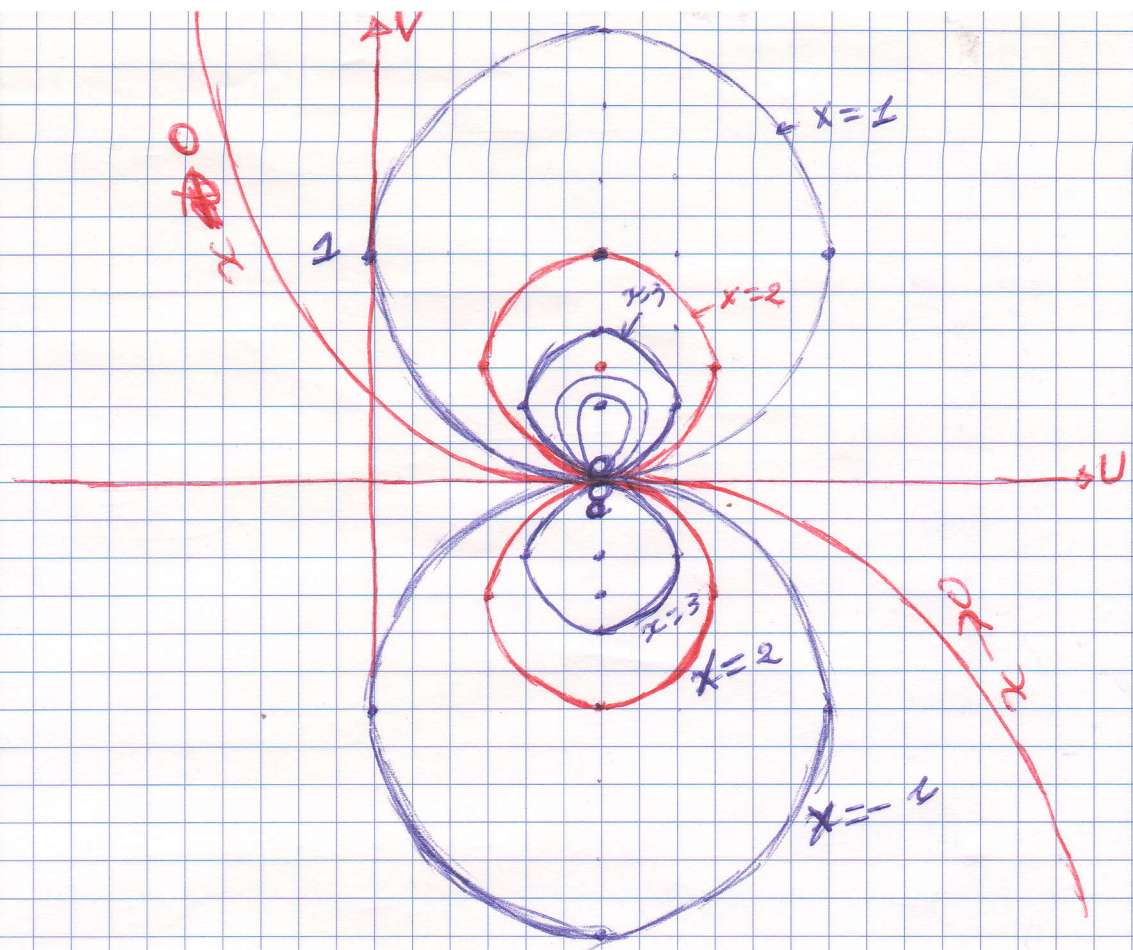
si $X=1$: cercle de centre $(1, 1)$, Rayon=1 : $z=j$; si $X=-1$: cercle $(1, -1)$, Rayon=1 : $z=-j$

si $X=2$: " " " $(1, \frac{1}{2})$, " $= \frac{1}{2}$: $z=2j$; si $X=-2$: " " " $(1, -\frac{1}{2})$, " $= \frac{1}{2}$: $z=-2j$

si $X=\infty$: " " " $(1, 0)$, " $= 0$: $z=j\infty$; si $X=-\infty$: " " " $(1, 0)$, " $= 0$: $z=-j\infty$

si $X=0^+$: " " " $(1, \infty)$, " $= \infty$: $z=+j0^+$; si $X=0^-$: " " " $(1, \infty)$, " $= \infty$: $z=-j0^-$

(9)



✓ Lieu des impédances à Résistance constante (c-à-d: $X=0$).

$$z(x)=R \Rightarrow \frac{1-U^2-V^2}{(1-U)^2+V^2} = R$$

$$\Rightarrow R(1-U^2+(U^2-1))+RV^2+V^2 \cdot 0 \Leftrightarrow R(1-U)^2+(V^2-1)+RV^2+V^2 \cdot \frac{1}{R+1} - \frac{1}{R+1} = 0$$

$$\Rightarrow \left(U - \frac{R}{R+1} \right)^2 + V^2 = \frac{1}{(R+1)^2}$$

cette équation représente une autre famille de cercle dans le centre

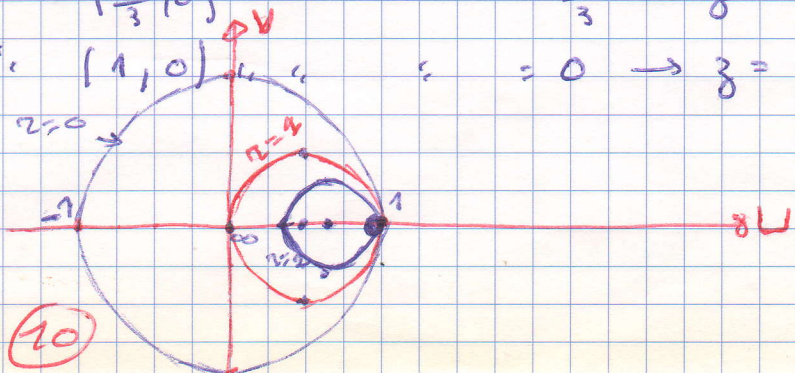
$$(U, V) = \left(\frac{R}{R+1}, 0 \right) \text{ et de Rayon } R = \frac{1}{R+1}$$

• Si $R=0 \Rightarrow$ cercle de centre $(0,0)$ et de Rayon $=1 \rightarrow z=0$

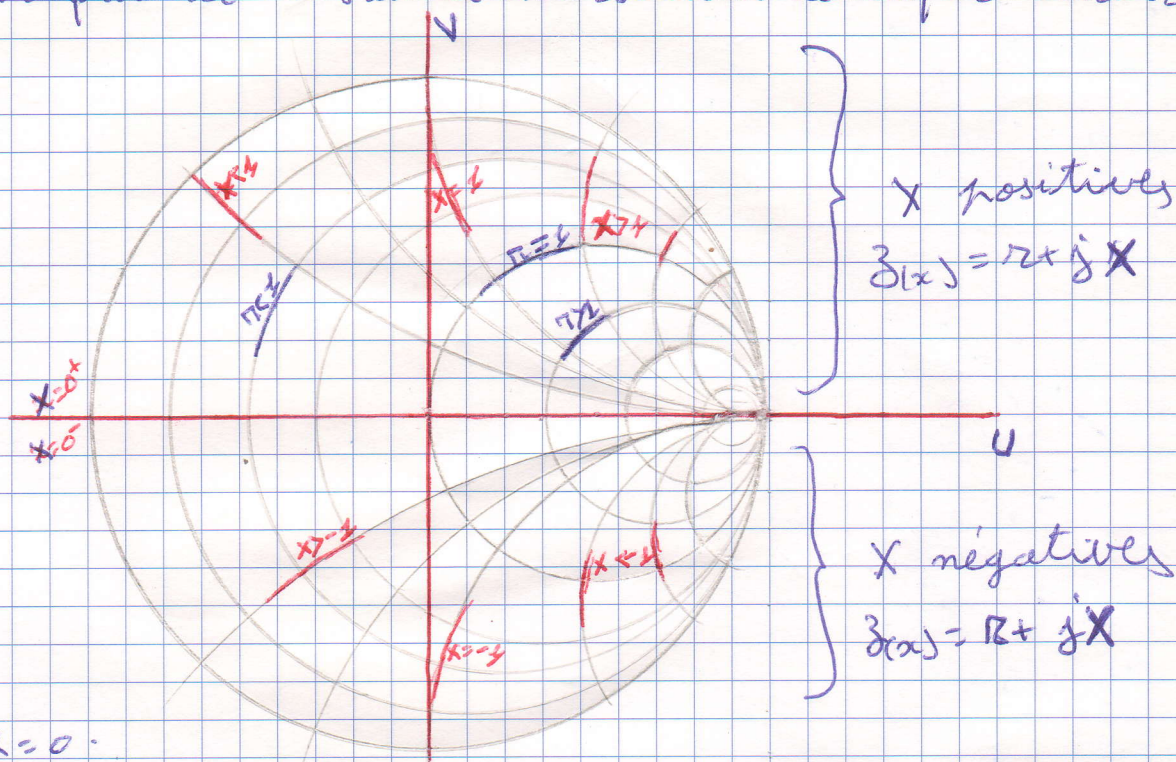
Si $R=1 \Rightarrow$ " " " " $(\frac{1}{2}, 0)$ et " " " " $=\frac{1}{2} \rightarrow z=1$

Si $R=2 \Rightarrow$ " " " " $(\frac{2}{3}, 0)$ " " " " $=\frac{1}{3} \rightarrow z=2$

Si $R=\infty \Rightarrow$ " " " " $(1, 0)$ " " " " $=0 \rightarrow z=\infty$



L'abaque de Smith est donc de l'ensemble des cercles à partie réelle d'impédance constante ($0 \leq r < \infty$) et de partie des cercles à partie imaginaire d'impédance constante intersectant le disque unitaire.



①: $r=0, x=0$.

$\Rightarrow Z(x) = r + jx = 0 \Rightarrow Z(x) = Z(x) \times Z_c = 0 \Rightarrow \Gamma = \frac{Z(x) - Z_c}{Z(x) + Z_c} = -1$.

② $\Gamma = 1$
 $x=0 \} \Rightarrow Z(x) = 1 \Rightarrow Z(x) = Z(x) \times Z_c = Z_c \Rightarrow \Gamma = \frac{1 - 1}{1 + 1} = 0$.

$\Rightarrow$ la ligne est adaptée en ce point x .

Utilisation de l'Abaque de Smith.

coefficient de réflexion

Soit $Z = 0,3 + j0,1$ une impédance.

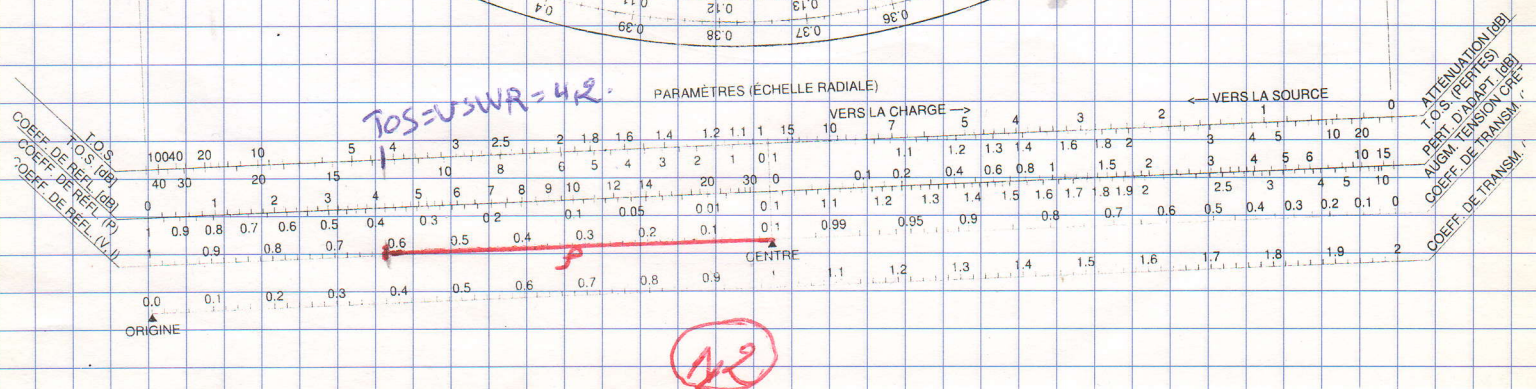
On peut placer l'impédance sur l'abaque de Smith (voir l'abaque).
 Pour mesurer le coefficient de réflexion $\Gamma = \rho e^{j\varphi}$, il suffit
 mesurer la longueur du segment $\rho = OM$ (sur l'abaque) à l'aide de
 l'échelle en bas à droite pour déterminer ρ le module de Γ .
 pour mesurer φ , on utilise l'échelle extérieure (en degrés).
 donc $\Gamma = 0,62 \cdot e^{j124^\circ}$

lorsque l'on se déplace le long de la ligne sans pertes, le point M décrit sur l'abaque un cercle de centre O et de rayon OM . Dans ces conditions nous pouvons dire qu'à chaque déplacement x sur la ligne il lui correspond une rotation de $\frac{2\pi}{\lambda}$ sur l'abaque.

(11)

The image shows a Smith chart with the following handwritten annotations and calculations:

- Point 1:** Located at $1.5 + j1.5$ on the chart.
- Point 2:** Located at $0.3 + j0.3$ on the chart, reached by moving from Point 1 towards the generator by 0.2λ .
- Point 3:** Located at $1.5 + j1.5$ on the chart, reached by reflecting Point 2 back towards the generator.
- Handwritten Notes:**
 - $S = 1.24$ (Standing Wave Ratio)
 - $\Gamma = 0.46$ (Reflection Coefficient)
 - $\Gamma = 0.35$ (Reflection Coefficient)
- Chart Scales:**
 - Outer scale: SWR (Standing Wave Ratio)
 - Inner scale: Γ (Reflection Coefficient)
 - Bottom scale: α (Attenuation Coefficient)
 - Right scale: β (Phase Coefficient)



Admittance

la relation: $\Gamma_g = \frac{z(x)-1}{z(x)+1} \Rightarrow \Gamma(x) = \frac{1 - \frac{1}{z(x)}}{1 + \frac{1}{z(x)}} ; y = \frac{1}{z(x)}$

donc: $\Gamma(x) = \frac{1 - y(x)}{1 + y(x)} \Rightarrow -\Gamma(x) = \frac{y(x)-1}{y(x)+1}$

il y a donc la même relation entre $-\Gamma$ et y qu'entre Γ et z .

L'abaque de Smith ~~permet~~ permet donc aussi de calculer y connaissant Γ .
Il suffit pour cela de poser Γ , de prendre le symétrique de Γ par rapport au centre de l'abaque 0 , ce qui donne $-\Gamma$, et enfin de lire y en cet endroit.
(voir l'abaque). $y(x) = 0,9 - j0,49$.

Association des impédances

• Résistance en série avec l'impédance z_x

$$z = r + jx + z' \quad (z' = r')$$

$$= r + r' + jx$$

le point M se déplace sur le cercle X vers les résistances élevées
(M₀ est l'intersection des cercles $(r+r')$ et X)

• Impédance quelconque

$$z' = r' + jx'$$

donc: $z = r + jx + z' \Rightarrow z = r + jx + r' + jx'$

donc: $z = (r+r') + j(x+x')$

le point M représente par l'intersection des cercles $(r+r')$
 $(x+x')$ et

• mesure le Taux d'onde stationnaire (TOS ou SWR, VSWR)

$\Gamma = 0,3 + j0,1$ (exemple de coefficient de réflexion)

pour mesurer le TOS (SWR, VSWR) il suffit mesurer la longueur OM sur l'abaque à l'aide de l'échelle en bas à droite:

donc: TOS = 4,2