الفصل الثاني:

عـرض البيانـات الإحصائيــة

تمهيد الفصل:

بعد جمع البيانات والمعطيات الإحصائية نجد أنفسنا أمام بيانات غير مرتبة وغير منظمة، لذلك ومن أجل الوصول إلى نتائج يمكن تعميمها أو يمكن التنبؤ من خلالها لا بد من تنظيم وترتيب هذه البيانات كخطوة ثانية بعد جمعها، حيث يمكن إظهار هذه البيانات في شكل جداول تكرارية تُعرض فيها البيانات مصنفة ومقسمة إلى مجموعات متجانسة وملخصة، كما يمكن أيضا عرض البيانات الإحصائية في شكل رسومات وأشكال بيانية تسهل على الدارس عملية التحليل والتدقيق والتعليق على هذه البيانات.

أولاً/ الجداول التكرارية:

الجدول التكراري عبارة عن ترتيب منظم للبيانات الإحصائية في أسطر وأعمدة بقصد إبراز أهمية تلك البيانات وتسهيل قراءتها، ويختلف شكل الجدول تبعا لعدد المتغيرات المدروسة وكذا نوع البيانات، حيث يوجد جداول تكرارية بسيطة وأخرى مركبة ويوجد أيضاً جداول تكرارية لبيانات نوعية وأخرى كمية.

1/ الجداول التكرارية البسيطة: في الجدول الإحصائي البسيط ندرس صفة واحدة حيث نضع في العمود الأول جميع الحالات الممكنة للصفة المدروسة ونضع في العمود الثاني التكرارات المطلقة المقابلة لكل قيمة تأخذها الصفة المدروسة.

1.1/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات النوعية (الكيفية): في هذا النوع من الجداول نجد بيانات غير عددية وإنما تكون في شكل صفات أو أنواع، ويتشكل الجدول التكراري في هذه الحالة من عمودين، يخصص العمود الأول للصفات بعد ترتيبها إن كانت قابلة للترتيب والعمود الثاني يخصص للتكرارات.

مثال 1: البيانات التالية تبين فصائل الدم لعشرين شخص:

A، AB، O، O، B، O، B، A، O، A، B، O، A، O، A، B، O، B، O، O، AB، A

المطلوب: عرض هذه البيانات في جدول تكراري.

فصيلة الدم	التكرار
A	5
B	5
O	8
AB	2
المجموع	20

إن وضع هذه البيانات بهذه الصورة أصبح أكثر وضوحا لمعرفة العديد من المعلومات، فمثلا من السهل الآن معرفة عدد الأشخاص الذين لهم نفس فصيلة الدم، والفصيلة الأكثر انتشارا بين الأشخاص.

2.1/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية المنفصلة: في هذا النوع من الجداول نجد بها بيانات عبارة عن أرقام عددية صحيحة مثل عدد المصانع أو عدد السكان أو عدد الأولاد، ويحتوي الجدول التكراري في هذه الحالة على

عمودين، الأول يمثل قيم الظاهرة بعد ترتيبها والثاني التكرارات المطلقة (F_i) المقابلة لكل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة، ويكون الجدول التكراري البسيط كما يلي:

القيم X_i	التكرارات F_i
X_1	F_1
X_2	F_2
X_3	F_3
...	...
...	...
...	...
X_n	F_n
المجموع	$\sum_{i=1}^{n} F_i$

كما يُمكن إثراء الجدول التكراري البسيط من خلال إضافة أعمدة أخرى خاصة بكل من:

- **التوزيع التكراري النسبي (Fr): la fréquence relative** يتم حسابه من خلال تقسيم قيم التكرارات المطلقة على مجموع التكرارات ومنه: $Fr = \frac{F_i}{\sum F_i}$.

- **التوزيع التكراري النسبي المئوي$Fr(\%)$:** هو عبارة عن التكرار النسبي مضروب في 100، ومنه $Fr(\%) = Fr \times 100$

- **التوزيع التكراري المتجمع الصاعد (Fcc):la fréquence cumulée croissante** يُعرف التكرار المتجمع الصاعد على أنه مجموع التكرارات التي هي أقل من أو تساوي تكرار قيمة ما، وعليه يمكن حساب Fcc كما يلي:

$$Fcc = \begin{cases} 0 \\ F_1 \\ F_1 + F_2 \\ F_1 + F_2 + F_3 \\ . \\ . \\ \sum F_i \end{cases}$$

ملاحظة: يمكن أيضا حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد $Frcc$ والتكرار النسبي المئوي المتجمع الصاعد Frcc(%) حيث $Frcc = \frac{Fcc}{\sum F_i}$ و $Frcc(\%) = Frcc \times 100$

- **التوزيع التكراري المتجمع النازل (Fcd):la fréquence cumulée décroissante** يعرف التكرار المتجمع النازل على أنه مجموع التكرارات التي هي أكبر من أو تساوي تكرار قيمة ما، وعليه يمكن حساب قيمة Fcd كما يلي:

$$Fcd = \begin{cases} \sum F_i \\ . \\ . \\ F_1 + F_2 + F_3 \\ F_1 + F_2 \\ F_1 \\ 0 \end{cases}$$

ملاحظة: يمكن أيضا حساب التكرار النسبي المتجمع النازل $Frcd$ والتكرار النسبي المئوي المتجمع النازل $Frcd(\%)$ حيث $Frcd = \frac{Fcd}{\sum F_i}$ و $Frcd(\%) = Frcd \times 100$

مثال 2: ليكن لدينا البيانات التالية والتي تمثل عدد الأسهم المملوكة لـ 20 شخص: 1، 3، 3، 7، 10، 15، 7، 7، 3، 1، 7، 10، 15، 15، 15، 7، 15، 15، 7، 15.

المطلوب: رتب هذه البيانات في جدول تكراري ثم احسب قيم كل من: Fr، Fr(%)، Fcc، Frcc، Fcd Frcc(%)، Frcd، Frcd(%).

الحل:

X_i	F_i	Fr	Fr(%)	Fcc	Frcc	Frcc(%)	Fcd	Frcd	Frcd(%)
1	2	0,10	10	2	0,10	10	20	1,00	100
3	3	0,15	15	5	0,25	25	18	0,90	90
7	6	0,30	30	11	0,55	55	15	0,75	75
10	2	0,10	10	13	0,65	65	9	0,45	45
15	7	0,35	35	20	1,00	100	7	0,35	35
Σ	20	1,00	100(%)	-	-		-	-	-

يمكن قراءة بعض معطيات الجدول كما يلي:

- السطر الثاني: يوجد ثلاثة أشخاص يملكون ثلاثة أسهم ويمثلون نسبة 15% من مجموع العينة محل الدراسة؛
- نسبة الأشخاص الذين يملكون أقل من 10 أسهم هي 55% من مجموع العينة محل الدراسة؛
- نسبة الأشخاص الذين يملكون أكثر من أو يساوي 7 أسهم هي 75% من مجموع العينة محل الدراسة.

3.1/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية المتصلة: هي أكثر الجداول استخداماً ويمكن أن تأخذ مفرداتها أرقاما صحيحة أو كسرية، ولتعذر وضع كل هذه القيم نقسم هذا المجال إلى مجالات جزئية تسمى فئات Classes، حيث يتم تحديد عدد الفئات حسب حجم العينة المدروسة من جهة وحسب توزيع الوحدات الإحصائية من جهة أخرى، ولتشكيل الجدول التكراري الخاص بالبيانات الكمية المتصلة نتبع الخطوات التالية:

- **تحديد المدى العام**: يرمز له بالرمز E وهو المجال الذي تنتشر فيه البيانات إذ يمثل الفرق بين أكبر مشاهدة وأصغر مشاهدة، وعليه فإن: $E = X_i(\max) - X_i(min)$

- **تحديد طول الفئة**: يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} \qquad K = \frac{E}{L}$$

مثال 3: فيما يلي بيانات تمثل أطوال 50 تلميذ (الوحدة سم)

152	152	152	153	153	154	154	154	155	155
156	156	156	156	156	157	157	157	158	158
159	159	160	160	160	160	160	160	161	162
162	162	163	164	164	164	164	165	166	167
168	168	168	169	169	170	171	171	171	172

المطلوب: بافتراض أن لدينا 5 فئات شكل الجدول التكراري الفئوي لهذه البيانات مع تحديد قيم Fr، Fr(%)، Fcc، Fcd.

- حساب المدى العام: $E = X_i(\max) - X_i(\min) = 172 - 152 = 20$

- حساب طول الفئة: $K = \frac{E}{L} = \frac{20}{5} = 4$

ومنه يمكن تشكيل الجدول التكراري على النحو التالي:

Classes	F_i	Fr	Fr(%)	Fcc	Fcd
$[152 - 156[$	10	0,20	20	10	50
$[156 - 160[$	12	0,24	24	22	40
$[160 - 164[$	11	0,22	22	33	28
$[164 - 168[$	7	0,14	14	40	17
$[168 - 172]$	10	0,20	20	50	10
Σ	50	1	100%	-	-

2.1/ الجداول التكرارية المركبة:

يستخدم الجدول التكراري المركب عند دراسة ظاهرتين (خاصيتين) أو أكثر في آن واحد لمجتمع ما، ففي حالة إذا كنا نريد دراسة ظاهرتين فقط تخصص الأسطر لبيانات الظاهرة الأولى ويرمز لها بـ (X_i) وتخصص الأعمدة لبيانات الظاهرة الثانية ويرمز لها بـ (Y_i)، حيث: $i = 1, 2, 3, 4, \dots, n.$

مثال 4: ليكن لدينا عينة مكونة من 100. نريد دراسة ظاهرتين هما التركيبة الأسرية من حيث عدد الأطفال (X_i) والنفقات الاستهلاكية للأسرة (10^3 دج) (Y_i)، فكانت النتائج المتحصل عليها في الجدول التالي:

Y_i \ X_i	0	1	2	3	Σ
$[20 - 30[$	3	8	6	3	20
$[30 - 40[$	8	15	12	13	48
$[40 - 50]$	4	7	11	10	32
Σ	15	30	29	26	**100**

يمكن إجراء بعض القراءات التالية:

- توجد 15 عائلة لها طفل واحد ونفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 30 ألف و40 ألف دج؛
- توجد 48 عائلة نفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 30 ألف و40 ألف دج؛
- توجد 30 عائلة لها طفل واحد.

ثانياً/ الرسومات البيانية:

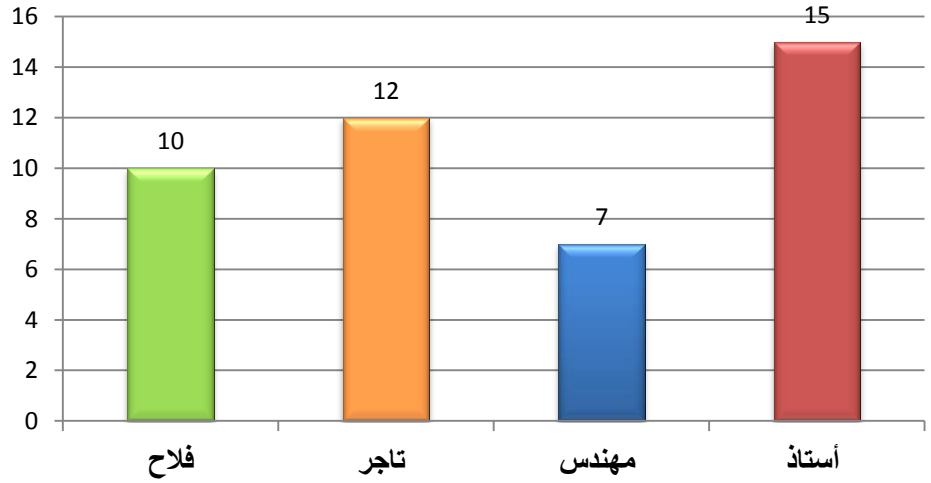
1/ الرسومات في حالة البيانات النوعية:

1.1/ الأعمدة البيانية البسيطة: هي عبارة عن مستطيلات متباعدة بمسافات ثابتة ولها قواعد متساوية تتناسب أطوالها مع تكرارات الخاصية المدروسة.

مثال 5: مثل عن طريق الأعمدة البيانية البسيطة معطيات الجدول التالي:

المهنية	فلاح	تاجر	مهندس	أستاذ
عدد الأشخاص	10	12	7	15

الحل:



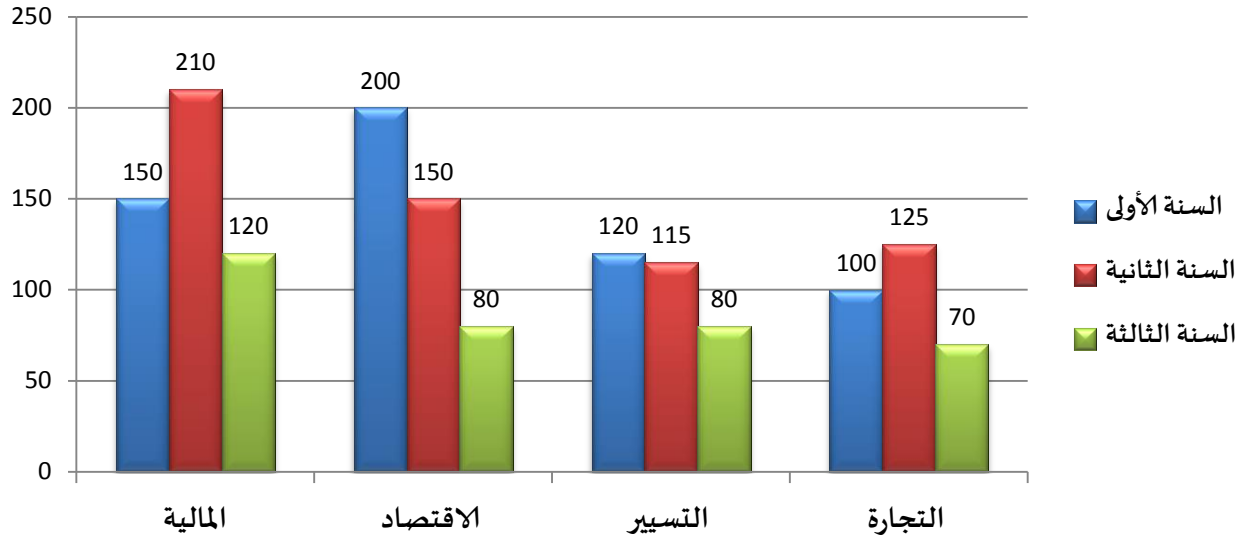
2.1/ الأعمدة البيانية المتلاصقة:

يستخدم هذا النوع من الرسم البياني في حالة الجداول التكرارية المركبة، ففي حالة الجدول التكراري المزدوج نجد الشكل البياني يتكون من مجموعات كلية خاصة بالظاهرة الأولى وداخل كل مجموعة مستطيلات متلاصقة تمثل الظاهرة الثانية.

مثال 6: في كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير وجد أن طلبة الليسانس يتوزعون كما يلي:

التخصص / المستوى	المالية	الاقتصاد	التسيير	التجارة	المجموع
السنة الأولى	150	200	120	100	**570**
السنة الثانية	210	150	115	125	**600**
السنة الثالثة	120	80	80	70	**350**
المجموع	**480**	**430**	**315**	**295**	**1520**

المطلوب: مثل معطيات هذا الجدول عن طريق الأعمدة البيانية المتلاصقة.

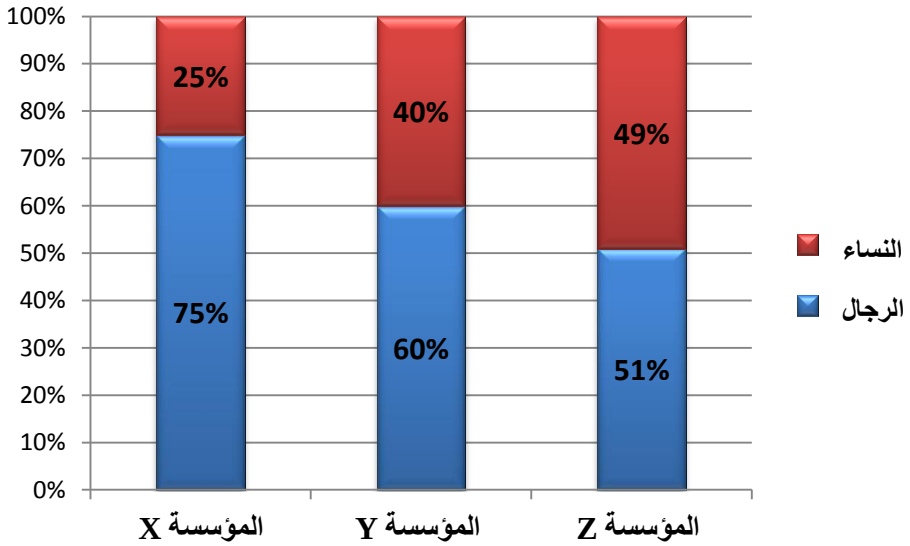


3.1/ الأعمدة البيانية المجزأة: الأعمدة البيانية المجزأة هي عبارة عن مستطيلات مجزأة، كل جزء يمثل خاصية من الظاهرة المدروسة، ومن الأفضل في هذه الحالة استخدام التكرارات النسبية المئوية حيث أن كل مستطيل طوله 100%.

مثال 7: تتوزع نسب الرجال والنساء العاملين في ثلاثة مؤسسات كما يلي:

المؤسسة	المؤسسة X	المؤسسة Y	المؤسسة Z
نسبة الرجال	75	60	51
نسبة النساء	25	40	49
المجموع	%100	%100	%100

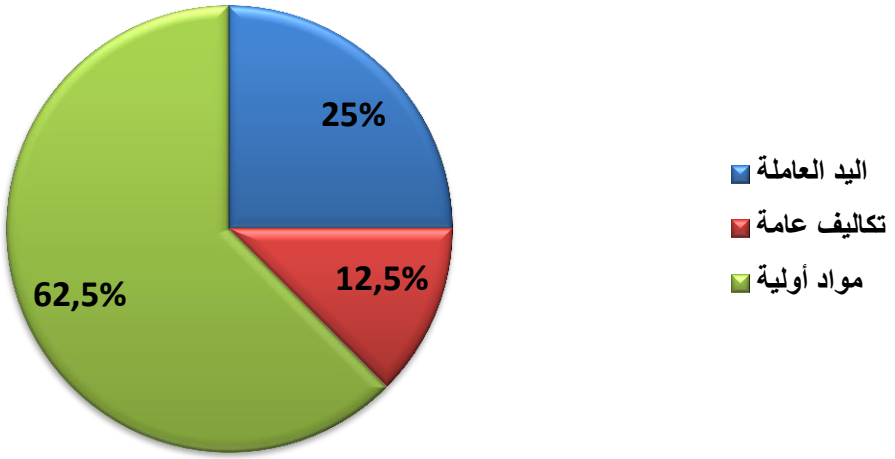
المطلوب: مثل الظاهرة عن طريق الأعمدة البيانية المجزأة.



4.1/ الرسم الدائري: هو عبارة عن أجزاء مقسمة داخل دائرة وكل جزء يمثل خاصية من الظاهرة المدروسة، وعادة ما يستخدم في حالة الرسم الدائري التكرارات النسبية.

مثال 8: تتوزع تكاليف الإنتاج لإحدى المؤسسات كما يلي: اليد العاملة (25%)، تكاليف عامة (12,5%)، مواد أولية (62,5%).

المطلوب: مثل الظاهرة بالرسم الدائري.

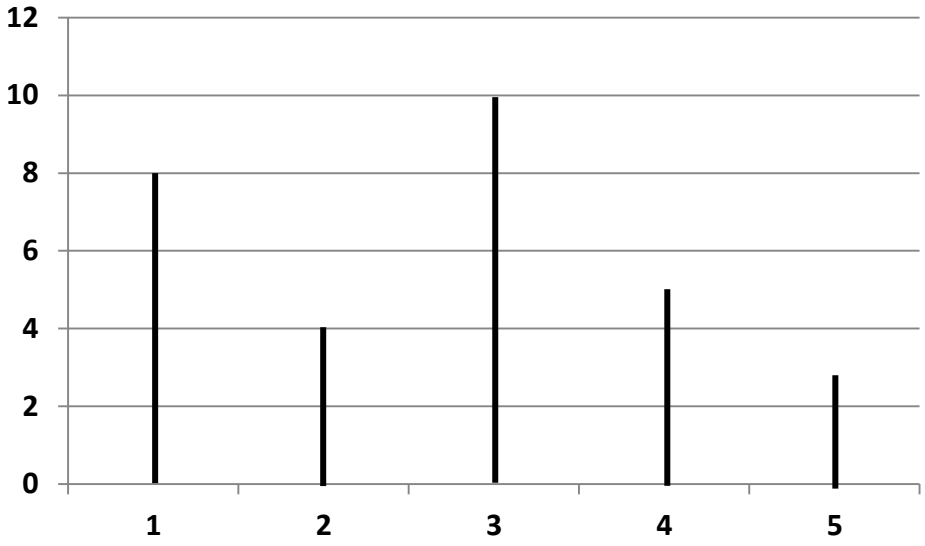


2/ الرسومات في حالة البيانات الكمية المنفصلة:

1.2/ الأعمدة البيانية النقطية: عبارة عن خطوط مستقيمة نقطية طولها يعبر عن التكرارات المطلقة للظاهرة المدروسة، وتستخدم الأعمدة النقطية لتمثيل البيانات الكمية المنفصلة فقط.

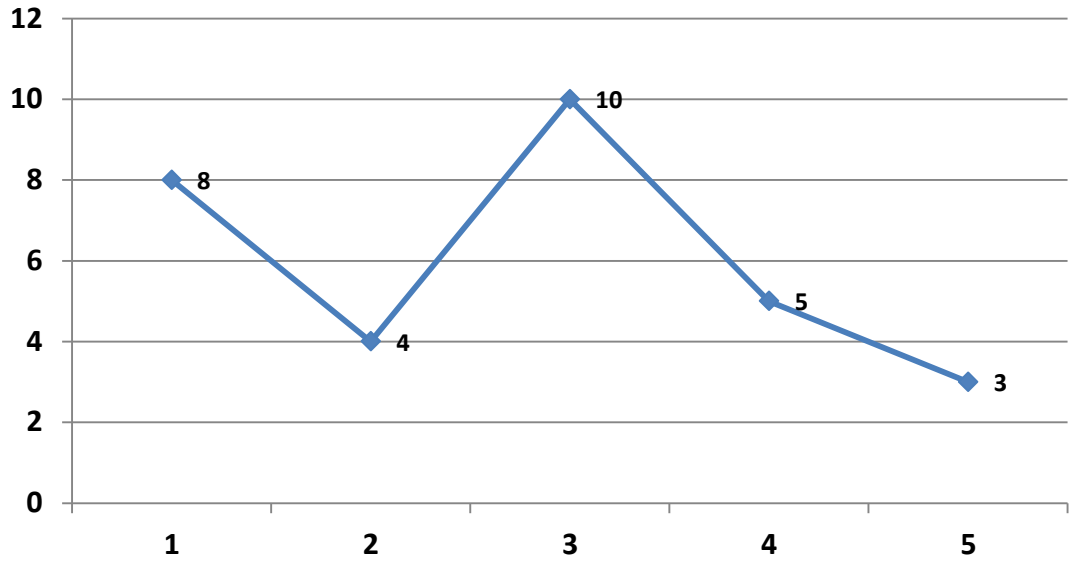
مثال 9: مثل بيانيا معطيات الجدول التكراري التالي:

X_i	1	2	3	4	5
F_i	8	4	10	5	3



2.2/ المضلع والمنحنى التكراري: يتم أولا تحديد النقاط الدالة على التكرارات ثم يرسم المضلع التكراري من خلال ربط هذه النقاط بخطوط مستقيمة، أما المنحنى التكراري فيتم التوصيل بين هذه النقاط بخط اليد.

مثال 10: مثل معطيات المثال السابق رقم 9 بالمضلع التكراري.

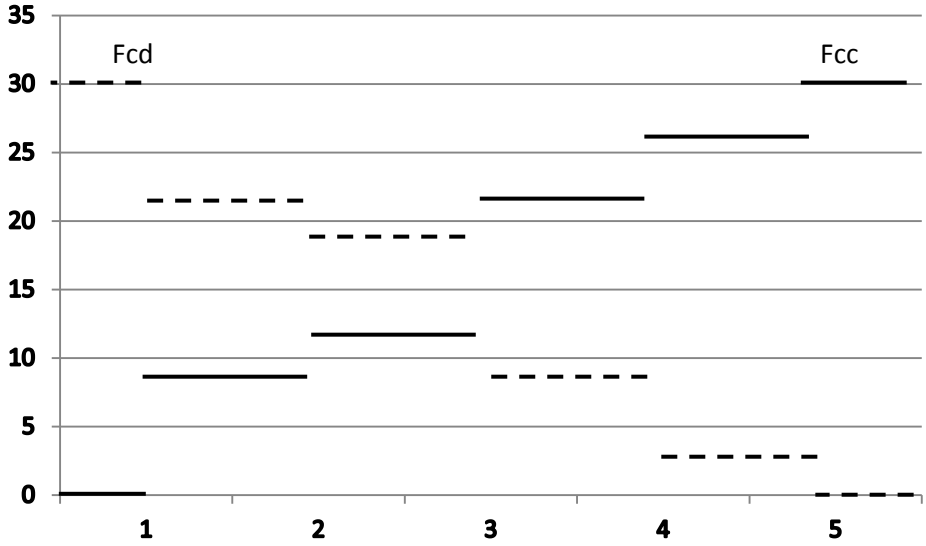


3.2/ المنحنى الدُرجي: يختص هذا الشكل بتمثيل قيم كل من المجمع التكراري الصاعد (Fcc) والمجمع التكراري النازل (Fcd) في حالة البيانات الكمية المنفصلة.

مثال 11: أحسب المجمع التكراري الصاعد والنازل للمثال السابق 9 ثم مثلهما بيانيا.

الحل:

X_i	1	2	3	4	5
F_i	8	4	10	5	3
Fcc	8	12	22	27	30
Fcd	30	22	18	8	3



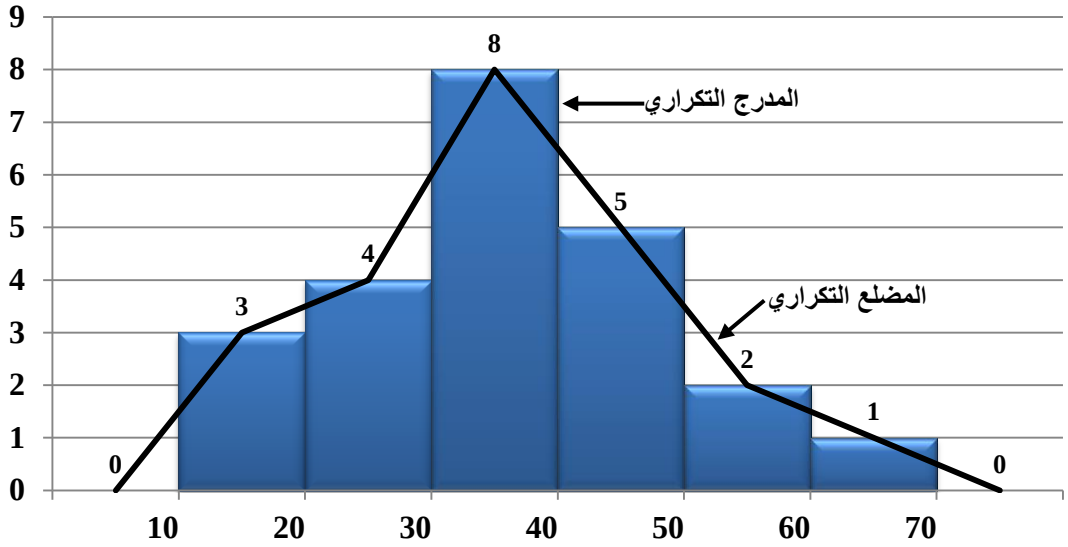
3/ الرسومات في حالة البيانات الكمية المتصلة:

1.3/ المدرج التكراري: هو عبارة عن سلسلة من المستطيلات المتلاصقة، حيث يمثل عرض المستطيل على محور الفواصل طول الفئة ويمثل طول المستطيل تكرار الفئة.

ملاحظة: عند ايصال منتصف القواعد العلوية للمستطيلات المشكلة للمدرج التكراري بمستقيمات نحصل على المضلع التكراري، وإذا تم ايصال هذه النقاط بخط اليد نحصل على المنحنى التكراري.

مثال 12: مثل بيانيا التوزيع التكراري التالي عن طريق المدرج التكراري والمضلع التكراري:

Classes	10 - 20	20 - 30	30 -40	40 - 50	50 - 60	60 – 70
Fi	3	4	8	5	2	1



حالة خاصة: في حالة كون الفئات غير متساوية الطول، فإننا نرسم المدرج التكراري والمضلع التكراري بالاعتماد على التكرار المعدل أو المصحح (F_i^*) وليس الأصلي، حيث: $F_i^* = \frac{F_i}{K} = \frac{\text{التكرار الأصلي}}{\text{طول الفئة}}$

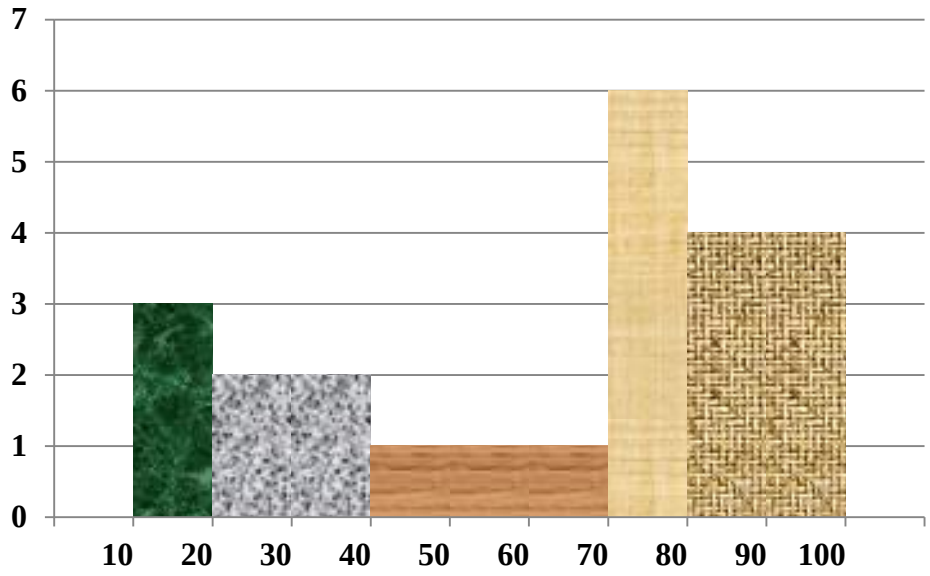
مثال 13: مثل بيانيا التوزيع التكراري التالي عن طريق المدرج التكراري:

Classes	10 - 20	20 - 40	40 - 70	70 – 80	80 – 100
Fi	30	40	30	60	20

الحل: بداية لا بد من حساب قيمة التكرار المعدل.

Classes	10 - 20	20 - 40	40 - 70	70 – 80	80 – 100
Fi	30	40	30	60	80
K	10	20	30	10	20
F_i^*	3	2	1	6	4

ومنه يمكن رسم المدرج التكراري بالاعتماد على قيم التكرار المعدل.



2.3/ المنحنى التكاملي والتفاضلي: المنحنى التكاملي يمثل لنا قيم المجمع التكراري الصاعد (Fcc) في حالة البيانات الكمية المتصلة بينما المنحنى التفاضلي يمثل قيم المجمع التكراري النازل (Fcd).

مثال 14: بالاعتماد على معطيات المثال رقم 12 أرسم المنحنى التكاملي والمنحنى التفاضلي.

Classes	10 - 20	20 - 30	30 -40	40 – 50	50 - 60	60 – 70
Fi	3	4	8	5	2	1
Fcc	3	7	15	20	22	23
Fcd	23	20	16	8	3	1