الأستاذ: مكناسي محمد

الفصل الثاني : اختبار الفرضيات الارتباطية

I. فروض البحث و الاختبار الإحصائي المناسب.

II. معنى الارتباط .

III. الارتباط البارامتري **Paramétrique**

- معامل الارتباط البسيط بيرسون **Pearson.**
- معامل الارتباط الثنائي الأصيل**Le coefficient de corrélation Point-Bi sérial.**
- معامل الارتباط الثنائي **Le coefficient de corrélation Bi sérial.**
- معامل الارتباط المتعدد **Corrélation Multiple**
- معامل الارتباط الجزئي. **Corrélation Partielle**

IV-الارتباط اللابارامتري **Non-Paramétrique**

- معامل الارتباط سبيرمان للرتب **Spearman.**
- معامل فاي الأصيل **Phi**
- معامل فاي الثنائي **Phi Bi sérial**
- معامل التوافق**coefficient de contingence.**

الأستاذ: مكناسي محمد

فروض البحث
والاختبار الإحصائى المناسب

اختبار فروض البحث Hypotheses Testing

يحتل موضوع اختيار الفروض مكانة بارزة فى البحوث النفسية والتربوية ، والمعرفة بهذا الأسلوب أساسية للباحث فى هذا المجال إذ بدونها لن يكون بمقدوره استيعاب ما تقوله الأبحاث المنشورة فى الدوريات المتخصصة سوى جزئياً .

فبعد أن يقوم الباحث بتحديد موضوع بحثه جيداً من حيث العنوان والمقدمة والمشكلة والمفاهيم الرئيسة والقراءة بفهم وتعمق للبحوث والدراسات السابقة المرتبطة بموضوع بحثه يكون قادراً على أن يضع تصوراً لحل مشكلة بحثه فى صورة مقترحات أو فروض علمية Hypotheses .

وبالتالى فكتابة الفروض يجب أن تقوم على أسس علمية سليمة ولا يمكن لأى باحث أن يضع الفروض إلا إذا كان ملماً تماماً بموضوع بحثه (ماذا سأبحث ؟ ...... ولماذا أبحث هذه المشكلة ؟ .... وكيف أبحث هذه المشكلة ؟) .

و الفرضية هي تفسير مؤقت أو حل مقترح لمشكلة بحثية معينة ، يحتمل الصواب أو الخطا ، و تشتق الفرضية من دراسات سابقة أو نظريات علمية أو الخبرات أو التجارب الشخصية.

ينبغى أن تتوفر فى الفرض العلمى الشروط التالية :-

(١) أن يكون لكل فرض إجابة صحيحة واحدة ولا يحتمل أكثر من إجابة واحدة .
(٢) أن يكون الفرض العلمى بسيطاً فى صياغته وأن يقدم أبسط حل للمشكلة .
(٣) ينبغى ألا يتعارض الفرض مع الحقائق التى تم التوصل إليها عن طريق البحث العلمى .
(٤) أن يكون للفرض قوة تفسيرية .
(٥) أن يوضح الفرض علاقة بين متغيرين أو أكثر .
(٦) أن يكون الفرض العلمى واضح الصياغة ومحدد المعنى .
(٧) أن يصاغ الفرض بطريقة تسمح باختباره إحصائياً أو بطريقة تمكن الباحث من قياس احتمال وجوده فى الواقع .
(٨) يجب أن يكون الفرض العلمى مبنياً على معلومات أو إطار نظرى يستمد منه أحد جوانبه .
(٩) يجب أن يتناول الفرض العلمى علاقة محددة بين متغيرين بحيث يمكن ملاحظة هذه العلاقة وقياسها .

(محمود عبد الحليم منسى ، ١٩٩٤ : ٣٢٦)

ومن أمثلة الفروض التى تتحقق لها الخصائص السابقة :-

١. ترتبط نسبة الذكاء والتحصيل ارتباطاً إيجابياً .
٢. المعلمون الذين يستخدمون استراتيجيات التعلم الفعال فى التدريس أكثر كفاءة من هؤلاء الذين يستخدمون طريقة الإلقاء فى التدريس .
٣. البرامج التدريبية الخاصة بالمعلمين والتى تقدم بعض المنح المالية أفضل من تلك البرامج التى لا تقدم منح مالية للمتدربين من المعلمين .
٤. القدرة على تمييز أجزاء الكلام Speech تزداد تبعاً للعمر الزمنى والمستوى التعليمى .
٥. سرعة تعلم مهمة ما تتناسب مع مقدار التدريب السابق Pretraining .

(Tuckman, 1978: 25)

أنواع الفروض

بصفة عامة هناك نوعان من الفروض هما :-

أولاً : الفرض الإحصائي (الصفري) Null Hypothesis

يسمى الفرض الإحصائي الذى يخضع للاختبار الإحصائي بالفرض الصفرى $(H_\circ)$. ويصاغ عادةً بالنفى . ومن أمثلة هذه الفروض :-

* $H_\circ : \mu = 100$ وهو يعنى أن متوسط المجتمع لا يختلف عن (100) .
* $H_\circ : \rho = .77$ وهو يعنى أن معامل الارتباط فى المجتمع لا يختلف عن (.77) .
* $H_\circ : \mu_1 - \mu_2 = 0$ وهو يعنى أن الفرق بين متوسطى المجتمعين لا يختلف عن صفر ، ويمكن كتابته فى الصورة $H_\circ : \mu_1 = \mu_2$ وهو يعنى أن متوسط المجتمع الأول لا يختلف عن متوسط المجتمع الثانى .
* $H_\circ : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 = 0$ وهو يعنى أن الفرق بين تباين المجتمع الأول وتباين المجتمع الثانى لا يختلف عن صفر ، ويمكن أن يكتب فى الصورة $H_\circ : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$.

ثانياً : الفرض البديل Alternative Hypothesis

يكون للفرض الصفرى عادة فرض بديل (H_a) مصاحب له والذى يقبل إذا تم رفض الفرض الصفرى (فرض العدم) ويرفض إذا قبل . والفرض البديل يمكن أن يصاغ بإحدى طريقتين : موجه Directional ، أو غير موجه Non-directional . والفرض البديل غير الموجه يكون فرض محايد وينص على أنه إذا لم يكن للمعلم (البارامتر) Parameter القيمة المفروضة بالفرض الصفرى فإن قيمته تختلف عنها بغض النظر عن كون هذه القيمة المقبولة أعلى أو أدنى من القيمة المفروضة بالفرض الصفرى . ومن أمثلة هذا الفروض :-

* $H_a : \mu \neq 100$ وهو يعنى أن متوسط المجتمع يختلف عن (100) .
* $H_a : \rho \neq .77$ وهو يعنى أن معامل الارتباط فى المجتمع يختلف عن (.77) .
* $H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ وهو يعنى أن المتوسط الحسابى للمجتمع الأول يختلف عن المتوسط الحسابى للمجتمع الثانى ، ويمكن كتابته فى الصورة $H_\circ : \mu_1 \neq \mu_2$.
* $H_a : \sigma_1^2 - \sigma_2^2 \neq 0$ وهو يعنى أن تباين المجتمع الأول يختلف عن تباين المجتمع الثانى ، ويمكن أن يكتب فى الصورة $H_a : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$.

أما الفرض البديل الموجه فيهتم بكون قيمة البارامتر أكبر أو أصغر من القيمة التى يفترضها الفرض الصفرى . ومن الأمثلة على ذلك :-

* $H_a : \mu \prec 100$ وهو يعنى أن متوسط المجتمع يقل عن (100) .
* $H_a : \rho \succ .77$ وهو يعنى أن معامل الارتباط فى المجتمع أكبر من (.77) .
* $H_a : \mu_1 \succ \mu_2$ وهو يعنى أن المتوسط الحسابى للمجتمع الأول أكبر من المتوسط الحسابى للمجتمع الثانى .
* $H_a : \sigma_1^2 \prec \sigma_2^2$ وهو يعنى أن تباين المجتمع الأول أقل من تباين المجتمع الثانى .

والملاحظة الهامة أن الفرض البديل لا يخضع للاختبار الإحصائى . إذ أن الذى يخضع للاختبار الإحصائى هو فقط الفرض الصفرى . وتكمن أهمية الفرض البديل فى أنه يحدد كون الاختبار الإحصائى بذيل (طرف/ اتجاه) One-Tail أم بذيلين (طرفين/ اتجاهين) Two-Tail فإذا كان الفرض البديل غير موجه يكون بذيلين أما إذا كان موجه فإن الاختبار يكون بذيل واحد وهذا الأمر فى غاية الأهمية للباحث عند الكشف فى الجداول الحرجة الخاصة بكل اختبار إحصائى .

أنواع القرارات الإحصائية

يهدف اختبار الفرض الصفرى إحصائياً إلى اتخاذ قرار حول ما إذا كانت هذا الفرض مقبولاً من عدمه . ويتم ذلك باستخدام اختبار إحصائى مناسب . والاختبار الإحصائى هو متغير عشوائى ذو توزيع احتمالى يصف العلاقة بين القيم النظرية للمعلم والقيم المحسوبة من العينة وفى العادة نقارن قيمة الاختبار الإحصائى المحسوبة من العينة مع قيمته المستخرجة من توزيعه الاحتمالى (باستخدام جداول القيمة الحرجة أو الجدولية) ومنها نتخذ القرار برفض أو قبول الفرض الصفرى ، وتصنف القرارات الإحصائية التى يتوصل إليها الباحث على النحو التالى :-

١ - أن يكون معلم الأصل مساوياً لإحصاءة العينة ، ومعنى ذلك أن العينة مشتقة من هذا الأصل (أى أن الفرض الصفرى صحيح) ومع ذلك فإن الباحث يرفض هذا الفرض الصفرى . واحتمال رفض الفرض الصفرى بينما هو صحيح يسمى الخطأ من النوع الأول ويشار له بالرمز α .

٢ - أن يكون معلم الأصل ليس مساوياً لإحصاءة العينة ، ومعنى ذلك أن العينة مشتقة من أصل مختلف (أى أن الفرض الصفرى خطأ) ومع ذلك فإن الباحث يقبل هذا الفرض الصفرى . واحتمال قبول الفرض الصفرى بينما هو خطأ يسمى الخطأ من النوع الثانى ويشار له بالحرف اليونانى β .

٣ - أن يكون معلم الأصل ليس مساوياً لإحصاءة العينة (أى أن الفرض الصفرى خطأ) ويرفض الباحث هذا الفرض الصفرى . واحتمال رفض الفرض الصفرى الخاطئ هو قرار صحيح بالطبع ويسمى بقوة الاختبار الإحصائى ، وهو يساوى $(1-\beta)$.

٤ - أن يكون معلم الأصل مساوياً لإحصاءة العينة (أى أن الفرض الصفرى صحيح) ويقبل الباحث هذا الفرض الصفرى بالفعل . واحتمال قبول الفرض الصفرى هو قرار صحيح بالطبع ، وهو يساوى $(1-\alpha)$.

مما سبق يتضح وجود 4 حالات عند اختبار الفرضية و هي كالتالي:

الفرضية H_0 في الواقع / القـــــــرار	صحيحة(موجودة في المجتمع)	خاطئة(غيرموجودة في المجتمع)
قبـــول (الفرضية الصفرية H_0	صواب $(1-\alpha)$ –الثقة-	خطأ 2 (β)
رفـض(الفرضية الصفرية H_0)	خطأ 1 (α)	صواب$(1-\beta)$ - قوة الاختبار-

❖ **<u>الخطا من النوع الأول(α):</u>** و يسمى خطأ الرفض.

و هو احتمال رفض الفرضية الصفرية بينما هي في الواقع صحيحة او بمعنى آخر، هو احتمال أن تكون الظاهرة المدروسة (العلاقة أو الفروق) موجودة في العينة و ليس لها وجود فعلي في المجتمع ، و يسمى كذلك بمستوى الدلالة الإحصائية (مستوى المعنوية).

❖ **الخطأ من النوع الثاني(β):** و يسمى خطأ القبول.

و هو احتمال قبول الفرضية الصفرية بينما هي في الواقع خاطئة أو بمعنى آخر، هو احتمال أن تكون الظاهرة المدروسة (العلاقة أو الفروق) غير موجودة في العينة و لكنها موجودة فعلا في المجتمع ، أي الفشل في اكتشاف وجود الظاهرة في العينة بينما حقيقة موجودة في المجتمع.

❖ **مستوى الدلالة الإحصائية (مستوى المعنوية):**

و يمثل الحد الأقصى المقبول لاحتمال الفشل في اتخاذ القرار ، و يحدده الباحث لنفسه قبل جمع بياناته من العينة.و في مجال العلوم النفسية و التربوية ، اتفق على أن أقصى مستوى مقبول للدلالة هو 5%=0.05 ، و يمكن أن ينخفض فيصبح 1%=0.01

فإذا كان $\alpha=0.05$ فهذا يعني انه لو كررنا القياس عددا كبيرا من المرات و لتكن 100 مرة ، فمن المحتمل أن نرفض الفرضية الصفرية و هي في الواقع صحيحة 05 مرات ، و بالتالي نكون أمام نسبة شك فيما توصلنا إليه قدرها 5% ، واتخاذ القرار يكون صائبا بنسبة ثقة 95%. أي $(1-\alpha)$.

❖ **قوة الاختبار الإحصائى(1-β)** : و هذا يعني قدرة الاختبار الإحصائي على رفض الفرضية الصفرية التي تكون في حقيقتها خاطئة ، بمعنى أدق هي درجة احتمال وجود الظاهرة في العينة حيثما توجد فعلا في المجتمع ، و تعتبر قوة الاختبار الإحصائي مقبولة في البحوث الاجتماعية و النفسية حينما تكون 40% فما فوق.

خطوات اختبار الفرضية الإحصائية:

❖ صياغة الفرضية البحثية في صورة إحصائية قابلة للاختبار ، و إعادة عرضها على هيئة فرضيتين : –فرضية صفرية **H0** –فرضية بديلة **H1**

❖ الكشف عن اعتدالية التوزيع (طبيعي –حر) ، مع الأخذ بعين الاعتبار حجم العينة و مستوى القياس للبيانات ، ثم اختيار الإحصاء الملائم (بارامتري أو لابارامتري).

❖ تحديد الاختبار الإحصائي المناسب.

❖ تحديد مستوى الدلالة الإحصائية المناسبة (0.05–0.01).

❖ التحقق من الدلالة الإحصائية:

إذا كانت القيمة المحسوبة من خلال الاختبار الإحصائي **اكبر أو تساوي من** القيمة الجدولية عند مستوى الدلالة المحدد. و هذا يعني وجود دلالة إحصائية و يمكن التعميم على المجتمع.

أما إذا كانت القيمة المحسوبة من خلال الاختبار الإحصائي **اصغر من** القيمة الجدولية عند مستوى الدلالة المحدد. و هذا يعني عدم وجود دلالة إحصائية و لا يمكن التعميم على المجتمع.

- اتخاذ القرار: في حالة وجود دلالة إحصائية هذا يعني رفض الفرضية الصفرية. أما في حالة عدم وجود دلالة إحصائية هذا يعني قبول الفرضية الصفرية.

اختيار الاختبار الإحصائى المناسب

إن قــرار اختيار أسلوب التحليل الإحصائي الذى يواجه الباحثين فى مجال التربية وعلــم الــنفس هو الاختيار ما بين ما يطلق عليه عادة الاختبارات البارامترية والاختبارات اللابارامترية (Harwell, 1988) .

لذا فقد سعى بعض الباحثين لاقتراح نموذج لتطوير مهارات التفكير الإحصائي لدى الباحثين بكليات التربية ، بالإضافة إلى بناء برنامج بالحاسب الآلى يحدد الاختبار الإحصائي المناسب للباحثين فى التربية وعلم النفس (رضا السعيد ، ٢٠٠٠ ؛ نبيل سفيان ، ٢٠٠٢).

وأحـياناً يجـد الباحـثون أنفســهم في موقف من خلاله يتوافر اختباران أو أكثر ملائمـــان لفئة البيانات . وللاختيار في هذا الموقف فإن الباحث ربما يضع فى الاعتبار تلك العوامل التى تتمثل فى : سهولة حساب الاختبار ، مميزاته عن الاختبارات الأخرى ، توافر جداول القيم الحرجة الخاصة بالاختبار ، والقوة النسبية للاختبار (Blair, 2002) .

أى أن عملــية اختــيار الاختــبار الإحصـــائى المناســب تتطلب مزيداً من الحنكة والاهــتمام وتحتاج إلى فلسفة محددة ، فإذا كان الاختيار خاطئاً فإنه بالتبعية لن تكون هناك إفادة كبيرة من البيانات وتكمن الخطورة فى التوصل إلى استنتاجات غير مقنعة .

(Dyer, 1995: 384)

ويذكــر (حســين الكنانى ، ٢٠٠٢) أنه قبل تحليل البيانات يشترط مراعاة اختيار الأســلوب الإحصـــائى المناســب للتنبؤ بقيم معالم المجتمع من خلال القيم المناظرة لها من إحصاءات العينة ، وهذا يعد من الأمور المهمة فى البحوث التطبيقية .

كمـــا أنـــه كلمـــا كان الاختبار قوياً كلما تمكن الباحث من رفض الفرض الصفرى عـــندما يكون غير صحيح وفى حالة العكس فإن الاختبار الضعيف يكلف الباحث جهداً كبيراً للبحـــث عن فروق أو اختلافات قد تكون فعلاً موجودة ولكن لضعف الاختبار فإنه لا يتمكن مـــن رفض الفرض الصفرى والإعلان عن دلالة هذه الفروق ويكون فى هذا إهدار لإمكانات البحث (صلاح جلال وآخرون ، ١٩٨٨ : ١٣٧) .

وبالإضـــافة لمـــا سبق فإنه لا توجد نصيحة واضحة فى أدبيات الإحصاء التطبيقى لإرشاد الباحث لكيفية اختيار الاختبار الأكثر قوة عند دراسة التفاعلات فى تحليل التباين فى حالة التصميمات العاملية لعينات مستمدة من توزيعات غير معروفة أو توزيعات اعتدالية . (Sawilowsky & Kelley, 1997)

لـــذا نرى أن الاختيار الخاطئ لاختبار إحصائى سواء أكان بارامترياً أو لابارامترياً ربما يؤدى إلى استخدام اختبار ذى تقدير مرتفع للخطأ من النوع الأول أو ذى قوة منخفضة ممـــا يترتـــب علـــيه دلالات زائفـــة وتعمـــيمات غير مقبولة تبتعد كثيراً عما يُعرف بصدق الاســـتنتاجات الإحصـــائية ، وهـــذا فـــى مجمله يتطلب مزيداً من الدقة والحرص واليقظة وبخاصة فى مجال الدراسات النفسية والتربوية .

معنى الارتباط:

عند تحليل العلاقة بين متغيرين أو أكثر، نسعى عادة إما لمعرفة طبيعة العلاقة بينهما أو درجتها ، ويمكننا تحليل الارتباط من حساب قوة العلاقة بينهما . ويرمز إلى هذا المعامل بالرمز (س) ، وهو قيمة رياضية تبين درجة هذه العلاقة .

ومن البداية يجب أن نعلم أن معنى وجود علاقة بين متغير وآخر لاتستلزم أن يكون أحدهما سبباً أو مسبباً في وجود الآخر ، وإذا كانت العلاقة بين متغيرين قوية؛ بمعنى أنه إذا تغير أحدهما إلى درجة ما في اتجاه ما يتغير الآخر في نفس الاتجاه نفسه وبالدرجة فإن هذه العلاقة تسمى ارتباطاً كاملاً طردياً . أما إذا كانت العلاقة بين المتغيرين تسير في اتجاهين مختلفين ، وبالدرج نفسه أي بمعنى أنه كلما ازداد المتغير الأول يقل المتغير الثاني بالدرجة نفسها ، فإن هذه تسمى ارتباطاً كاملاً عكسياً .

ويذكر فؤاد البهي في هذا المعنى : أن الارتباط في معناه العلمي الدقيق هو التغير الاقتراني ، أو بمعنى آخر هو النزعة إلى اقتران التغير في ظاهرة بالتغير في في ظاهرة أخرى .

والارتباط يلخص البيانات العددية لأي ظاهرتين في معامل واحد . ولذا تهدف معاملات الارتباط قياس الاقتران القائم بين أي ظاهرتين قياساً علمياً إحصائياً دقيقاً .

وتقاس العلاقات بين المتغيرين أو أكثر بمقياس حده الأعلى + ١ ، وحده الأدنى – ١ ، فإذا كانت العلاقة بين المتغيرين مطردة تامة ، فإن معامل الارتباط فيها يساوي +١ ، وإذا كانت العلاقة عكسية ، فإنها تتخذ معاملاً = – ١ . وبين هذين الحدين ، توجد علاقات ارتباطية معامل ارتباطها يساوي كسراً إما موجباً أو سالباً على حسب نوع العلاقة ، وهذ هي أكثر وجوداً في مختلف العلاقات بين متغيرين .

وقد تتخذ العلاقة الارتباطية بين المتغيرين أحد شكلين:-

علاقة طردية: زيادة قيمة أحد المتغيرين يصاحبها زيادة قيمة المتغير الآخر وكذلك نقصان قيمة أحد المتغيرين يصاحبها نقصان قيمة المتغير الآخر كالعلاقة بين المصروف على الإعلان والمبيعات.

علاقة عكسية: زيادة قيمة أحد المتغيرين يصاحبها نقصان قيمة المتغير الآخر، مثل العلاقة بين معدل دوران العمل والإنتاجية. ويمكن إن تكون العلاقة بالعكس، فنقصان قيمة أحد المتغيرين قد يصاحبها زيادة قيمة المتغير الآخر .

بشكل عام فإنه يمكن اعتبار أن العلاقة ضعيفة إذا كانت قيمة معامل الارتباط أقل من 0.30 ، ويمكن اعتبارها متوسطة إذا تراوحت قيمة معامل الارتباط بين 0.30 إلى 0.70 أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط أكثر من 0.70 فتعتبر العلاقة قوية بين المتغيرين.

I. الارتباط البارامتري

1-معامل ارتباط بيرسون Pearson : يعتمد في حساب معامل الارتباط البسيط بين متغيرين على المعادلة الآتية:

تعـد طريقة استخدام الدرجات الخام أكثر صلاحية ودقة عندما يكون عدد الحالات كبيراً ** . ويعطى معامل ارتباط بيرسون من العلاقة الآتية :-**

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left(\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]\right)}}$$

حيث r = معامل ارتباط بيرسون

x = المتغير الأول

y = المتغير الثاني

و من شروط اللجوء إليه :

- وجود متغيرين كميين(**X-Y**) من مستوى القياس (الفترة أو النسبة).
- التوزيع الاعتدالي لدرجات كلا المتغيرين .(التأكد من ذلك يكون باستخدام جميع الأساليب المتاحة). فإذا لم يتوفر هذا الشرط يتم اللجوء إلى الأساليب اللابارامترية مثل معامل **spearman** للرتب.
- العلاقة الخطية بين المتغيرين.(التأكد من ذلك يكون من خلال لوحة الانتشار). فإذا لم يتوفر هذا الشرط يتم اللجوء إلى معامل **Eta**.

إن قوة العلاقة بين المتغيرين (عندما تكون قيمة **r** المحسوبة من المعادلة اعلاه قريبة من 1) لا يعني بأنها دالة إحصائيا ، و للتأكد من الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط بيرسون عند مستوى معين ، يجب مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية المستخرجة من الجدول النظري لمعامل الارتباط بيرسون عند درجة الحرية **df=n-2**

فإذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة اكبر أو تساوي القيمة الجدولية فهذا يعني أن الارتباط دال إحصائيا. و القرار المتخذ يكون برفض الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة إرتباطية ، و القبول بالفرضية البديلة التي تقر بوجود علاقة إرتباطية بين المتغيرين. و بالتالي يمكن التعميم على المجتمع

أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة اصغر من القيمة الجدولية فهذا يعني آن الارتباط غير دال إحصائيا. و القرار المتخذ يكون بقبول الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة

إرتباطية .و بالتالي لا يمكن التعميم على المجتمع بل يبقى معامل الارتباط المحسوب مقتصرا على العينة المدروسة.

مثال : احسب معامل الارتباط لدرجات خمس تلاميذ في اختباري الجبر والهندسة :-

درجات الجبر : (1, 2, 3, 4, 5) ، درجات الهندسة : (3, 2,6, 5, 4)

الحل : نكون الجدول الآتي :-

التلاميذ	X	Y	XY	X^2	Y^2
A	1	3	3	1	9
B	2	2	4	4	4
C	3	6	18	9	25
D	4	5	20	16	36
E	5	4	20	25	16
$\sum$	15	20	65	55	90

ومن ثم يكون معامل ارتباط بيرسون مساوياً :-

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left(\left[n\sum x^2 - (\sum x)^2\right]\left[n\sum y^2 - (\sum y)^2\right]\right)}} = \frac{325-300}{\sqrt{50\times 50}} = .5$$

r=0.5 و هي القيمة المحسوبة ، فالعلاقة الارتباطية متوسطة.

و لاختبار الدلالة الإحصائية لهذه القيمة نقوم:

1-بإيجاد قيمة معامل الارتباط الجدولية عند مستوى الدلالة 0.05 او 0.01 ودرجة الحرية df=5-2=3

من الجدول أدناه نجد :*عند درجة الحرية 3 و مستوى الدلالة 0.05 =r=0.878 .

2-مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية : المحسوبة r=0.50 اصغر من الجدولية r=0.878

و بالتالي لا توجد دلالة إحصائية .

3-اتخاذ القرار: قبول الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة إرتباطية بين المتغيرين .و بالتالي لا يمكن التعميم على المجتمع بل يبقى معامل الارتباط المحسوب مقتصرا على العينة المدروسة.

و بالتالي لا يمكن التعميم على المجتمع الذي سحبت منه العينة.

القيم الحرجة لمعامل ارتباط بيرسون

$df = (n-2)$	.05	.01	$df = (n-2)$	.05	.01
1	.997	1.000	31	.344	.442
2	.950	.990	32	.339	.436
3	.878	.959	33	.334	.430
4	.812	.917	34	.329	.424
5	.755	.875	35	.325	.418
6	.707	.834	36	.320	.413
7	.666	.798	37	.316	.408
8	.632	.765	38	.312	.403
9	.602	.735	39	.308	.398
10	.576	.780	40	.304	.393
11	.553	.684	41	.301	.389
12	.533	.661	42	.297	.384
13	.514	.641	43	.294	.380
14	.497	.623	44	.291	.376
15	.482	.606	45	.288	.372
16	.468	.590	46	.285	.368
17	.456	.575	47	.282	.365
18	.444	.562	48	.279	.361
19	.433	.549	49	.276	.358
20	.423	.537	50	.273	.354
21	.413	.526	60	.250	.325
22	.404	.515	70	.232	.302
23	.396	.505	80	.217	.283
24	.388	.496	90	.205	.267
25	.381	.487	100	.195	.254
26	.374	.479	200	.138	.181
27	.367	.471	300	.113	.148
28	.361	.463	400	.098	.128
29	.355	.456	500	.088	.115
30	.349	.449	1000	.062	.081

2- معامل ارتباط بايسيريال (معامل الارتباط الثنائي r_b)

يتم اللجوء إلى هذا الأسلوب عندما نريد تقدير العلاقة بين متغير كمي و متغير نوعي مقسم تقسيما ثنائيا غير حقيقي ، فالبيانات هنا يتم تقسيمها إلى فئات على أساس افتراضي من طرف الباحث، بشرط أن تتوزع درجات المتغير الكمي توزيعا قريبا من التماثل دون أن يكون اعتدالي ، مع أحادية المنوال.مثال: بحث العلاقة بين متغير درجات اختبار كتابي (متغير كمي) و متغير النجاح آو الفشل في مقابلة التوظيف (متغير نوعي).

ولايجاد قيمة معامل ارتباط بايسيريال فاننا نستخدم المعادلة التالية:

$$r_b = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{S_y} \cdot \frac{pq}{u}$$

حيث: $\bar{x}_1$: متوسط أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 1 على المتغير **x**.

$\bar{x}_0$: متوسط أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 0 على المتغير **x**.

p : نسبة أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 1 على المتغير **x**.

q : نسبة أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 0 على المتغير **x**.

S_y :الانحراف المعياري للمتغير **y**.

ملاحظة: ان عملية التصنيف يمكن ان تكون 1 او 2 وليس فقط 1 او صفر، فاذا كانت عملية التصنيف 1 و 2 فاننا نستطيع الاستعاضة بـ 2 بدلاً من صفر في المعادلات السابقة، لان عملية التصنيف تعتمد على الباحث.

و لاختبار الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط الثنائي ، نقوم بتحويل قيمته المحسوبة الى قيمة تائية من المعادلة أسفله.

$$t = r_b \sqrt{\frac{n-2}{1-r_b^2}}$$

حيث r_b **:** معامل الارتباط الثنائي

n **:** حجم العينة

ثم نقوم بايجاد قيمة **t** الجدولية عند درجة حرية **df=n−2** و مستوى الدلالة α (0.01 او 0.05) و مقارنتها مع**t** المحسوبة :

فإذا كانت **t** المحسوبة **اكبر آو تساوي** **t** الجدولية ، فالعلاقة دالة إحصائيا و يمكن تعميمها على المجتمع.

أما إذا كانت **t** المحسوبة **اصغر من** **t** الجدولية فالعلاقة غير دالة إحصائيا و لا يمكن تعميمها على المجتمع.

مثال :

على فرض ان احد الباحثين اراد ان يجد العلاقة بين مستوى القلق والتحصيل في اللغة الانجليزية. فاختار عينة مؤلفة من (15) طالباً من طلبة الصف الاول الثانوي وبعد ان طبق عليهم اختباري القلق والتحصيل قام بتصنيف الطلاب الى ذوي قلق عالي واعطوا تصنيف 1 و ذوي قلق منخفض واعطوا تصنيف صفر.

فاذا كانت البيانات التي حصل عليها الباحث كما هي وارده في الجدول (4:6) ، جد معامل الارتباط بين القلق والتحصيل.

الجدول (4:6) الدرجات على اختبار التحصيل في اللغة الانجليزية حسب متغير مستوى القلق

التحصيل	مستوى القلق
53	1
38	1
36	1
51	1
52	1
55	1
61	0
68	0
58	0
66	0
70	0
80	0
50	0
85	0
63	0

الحل:

لايجاد العلاقة بين مستوى القلق والتحصيل في اللغة الانجليزية فاننا نستخدم معامل بايسيريال لوجود متغيرين الاول ثنائي (مصطنع) والثاني متغير مستمر.

وبتطبيق المعادلة (11:10) فاننا بحاجة الى ايجاد القيم التالية:

$$\frac{55 + 52 + 51 + 36 + 38 + 53}{6} =$$

$$47.5 = \bar{X}_1$$

$$\frac{83+85+50+80+70+66+58+68+61}{9} = $$

$$69 = \bar{X}_0$$

الانحراف المعيارى للدرجات على اختبار التحصيل S_y =13.64

0.40 =15/6= p

0.60=15/9= **q**

و منه 0.1 =0.60-0.50 =U

0.3864=U

وبتطبيق المعادلة $r_b = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_0}{S_y} \cdot \frac{pq}{u}$

$$= \frac{69-47.5}{13.64} \times \frac{0.60 \times 0.40}{0.3864}$$

$$= -\ 0.621 \times 1.58$$

$$= -\ 0.98$$

:

و منه : $r_b = -0.98$ و هو ارتباط عكسي قوي.

و لاختبار دلالته الإحصائية نقوم:

* بتحويل قيمة معامل الارتباط الثنائي إلى قيمة تائية من خلال العلاقة الآتية:

$$t = r_b \sqrt{\frac{n-2}{1-r_b^2}}$$

$$t = -0.98 \sqrt{\frac{15-2}{1-(-0.98)2}}$$

T=-17.7562

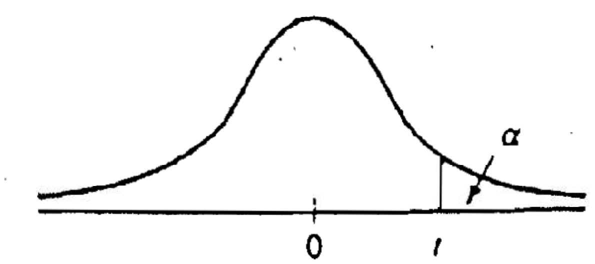
*إيجاد قيمة **t** الجدولية عند درجة الحرية **df=n−2** =15−2=13 و مستوى الدلالة (0.05 أو 0.01) (انظر إلى الجدول أدناه)=2.16

* مقارنة **t** المحسوبة بالمعادلة الرياضية مع **t** الجدولية ، بإهمال الإشارة نجد أن **t** المحسوبة (17.7562) اكبر من **t**الجدولية (2.16). و منه الارتباط دال إحصائيا .

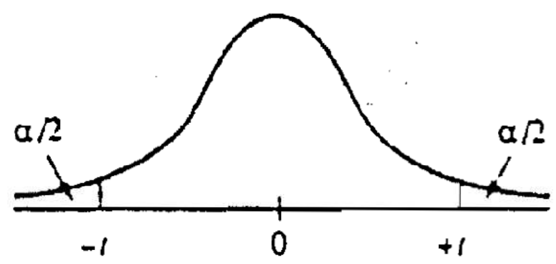
*القرار: رفض الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة بين القلق و التحصيل ، و قبول الفرضية البديلة التي تقر بوجود علاقة إرتباطية عكسية بين القلق و التحصيل . و يمكن التعميم على المجتمع الذي سحبت منه العينة.

الأستاذ: مكناسي محمد

الملحق (٢:٢) جدول توزيع ت



One-tailed test



Two-tailed test

	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
df	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.620
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

3-معامل الارتباط الثنائي الأصيل (بوينت بايسيريال)

يتم اللجوء إلى هذا الأسلوب عندما نريد تقدير العلاقة بين متغير كمي و متغير نوعي مقسم تقسيما ثنائيا حقيقي،فالبيانات هنا أصلية و هي البيانات التي لم يتدخل الباحث من اجل تقسيمها،

يعتبر معامل الارتباط النقطي حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون. ويستخدم هذا المعامل لايجاد العلاقة بين متغيرين احدهما مستمر وكمي ويقاس على الاقل على مقياس مسافات او نسبة، والمتغير الثاني ثنائي حقيقي وقفاز وكيفي. مثال على ذلك العلاقة بين الجنس والتحصيل على اختبار الاستعداد الاكاديمي، او العلاقة بين الاداء على السؤال او الفقرة (صفر ، 1) والتحصيل. وبالتالي فان المعامل الذي يمكن الحصول عليه هو معامل ارتباط بين الاداء على الفقرة او السؤال والاداء على الاختبار ككل، او العلاقة بين الجنس والتحصيل.

ويتم حساب معامل الارتباط الثنائي الأصيل من المعادلة الآتية :

$$\mathbf{r_{pb}} = \frac{\bar{\mathbf{X}}_1 - \mathbf{X_0}}{\mathbf{S_Y}} \sqrt{\mathbf{pq}}$$

حيث: $\bar{X}_1$: متوسط أفراد العينة في المتغير **y** الذين حصلوا على تصنيف 1 على المتغير **x**.

$\bar{x}_0$: متوسط أفراد العينة في المتغير **y** الذين حصلوا على تصنيف 0 على المتغير **x**.

p : نسبة أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 1 على المتغير **x**.

q : نسبة أفراد العينة الذين حصلوا على تصنيف 0 على المتغير **x**.

S_y :الانحراف المعياري للمتغير **y**.

ملاحظة: ان عملية التصنيف يمكن ان تكون 1 او 2 وليس فقط 1 او صفر، فاذا كانت عملية التصنيف 1 و 2 فاننا نستطيع الاستعاضة بـ 2 بدلاً من صفر في المعادلات السابقة، لان عملية التصنيف تعتمد على الباحث.

و لاختبار الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط الثنائي الأصيل ، نقوم بتحويل قيمته المحسوبة الى قيمة تائية من المعادلة أسفله.

$$t = \mathbf{r_{pb}} \sqrt{\frac{\mathrm{n}-2}{1-\mathrm{r}_{pb}^{2}}}$$

حيث $\mathbf{r_{pb}}$ معامل الارتباط الثنائي

n **:** حجم العينة

ثم نقوم بإيجاد قيمة **t** الجدولية عند درجة حرية **df=n−2** و مستوى الدلالة α (0.01 او 0.05) و مقارنتها مع**t** المحسوبة :

فإذا كانت **t** المحسوبة **اكبر آو تساوي** **t** الجدولية ، فالعلاقة دالة إحصائيا و يمكن تعميمها على المجتمع.

أما إذا كانت **t** المحسوبة **اصغر من** **t** الجدولية فالعلاقة غير دالة إحصائيا و لا يمكن تعميمها على المجتمع.

مثال (2:6): على فرض ان احد المعلمين اراد حساب معامل الارتباط بين الدرجة على لسؤال الاول في اختبار الرياضيات لطلبة الصف السادس الابتدائي والمكون من (10) سئلة والعلامة الكلية عند عينة من (10)طلاب. هذا مع العلم بان الدرجة على الفقرة اما ان أخذ (1) اذا كانت الاجابة على السؤال صواب و صفر اذا كانت الاجابة على السؤال خطأ. قد تم الحصول على البيانات الواردة في الجدول (3:6).

الجدول (3:6) الدرجة على السؤال الاول والدرجة الكلية لاختبار في الرياضيات عند عينة من طلبة الصف السادس الابتدائي

الافراد	الدرجة على السؤال الاول (س)	الدرجة الكلية على الاختبار (ص)
1	1	12
2	1	14
3	1	18
4	1	12
5	1	13
6	0	5
7	0	4
8	0	9
9	0	8
10	0	7

الحل:

لايجاد معامل الارتباط بين الدرجة على الفقرة (السؤال) والدرجة الكلية على الاختبار فان الاحصائي الذي يستخدم في مثل هذه الحالة معامل الارتباط النقطي لان المتغير الاول ثنائي (الاداء على الفقرة 1 او صفر) والمتغير الثاني مستمر (التحصيل).

وبتطبيق المعادلة (7:6) فاننا بحاجة الى ايجاد ما يلي:

أ- متوسط الذي نجحوا على السؤال او الذين تصنيفهم (1)

$$= \frac{13 + 12 + 18 + 14 + 12}{5}$$

$$= 13.8$$

ب- متوسط الذين فشلوا على السؤال او الذين تصنيفهم (صفر)

$$= \frac{7 + 8 + 9 + 4 + 5}{5}$$

$$= 6.6$$

حـ- الانحرافات المعياري للدرجة الكلية ص (عص) $= \sqrt{\dfrac{(\text{مجـ ص}^2) - \dfrac{(\text{مجـ ص})^2}{\text{ن}}}{\text{ن} - 1}}$

$$= \sqrt{\frac{1212 - \frac{102 \times 102}{10}}{10}}$$

$$= \sqrt{\frac{171,6}{10}}$$

$$= 4.14$$

د - ب $= \dfrac{5}{10}$

= 0.50 نسبة الافراد الذين نجحوا

هـ - ك = 1 - ب

= 1 - 0.50

= 0.50 نسبة الافراد الذين فشلوا

وبناء على ذلك فان:

معامل الارتباط النقطي $= \dfrac{13.8 - 6.6}{4.14} \sqrt{.50 \times 0.50}$

$$= 1.60 \times 0.50$$

$$= 0.869$$

اي ان معامل الارتباط بين الفقرة والاختبار ككل يساوي 0.869، وهذا يعني ان الفقرة تقيس ما يقيسه الاختبار ككل، لان معامل الارتباط بين الفقرة والاختبار ككل يجب ان يكون على الاقل 0.40 حتى نستطيع القول ان الفقرة تنتمي الى الاختبار او ان معامل التمييز للفقرة مقبول.

كذلك يمكن ايجاد معامل ارتباط بيرسون ولكن المعادلة الاولى اكثر بساطة واسهل استخداماً.

ان معادلة الارتباط النقطي مناسبة اكثر من المعادلة العامة لـ بيرسون، ولكن ملائمة فقط عندما يكون احد المتغيرات ثنائي وقفّاز والمتغير الاخر يتم قياسه على الاقل على مقياس مسافات.

هذا وبالنظر الى معادلة الارتباط النقطي اذا كان متوسط الذين اعطوا تصنيف (1) يساوي متوسط الذي اعطوا تصنيف صفر، او بمعنى اخر اذا كان متوسط الذين نجحوا على السؤال يساوي متوسط الذين فشلوا على السؤال، فإن معامل الارتباط النقطي يساوي صفر. ولذلك بالنسبة للانحراف المعياري، فان القيمة المطلقة لمعامل الارتباط النقطي تزداد كلما زاد الفرق بين متوسطات المجموعة على المتغير الوثّاب (القفّاز). فاذا كان الفرق بين متوسط الذين نجحوا على الفقرة ومتوسط الذين فشلوا على الفقرة سالب، فان ذلك يعني ان معامل الارتباط النقطي يساوي قيمة سالبة، اي ان الافراد الذين حصلوا على

درجة عالية على الاختبار ككل يميلون للاجابة بشكل خاطىء على الفقرة او السؤال. هذا ولا بد من الاشارة هنا الى ان الاشارة السالبة تعني شيء محدد بالنسبة لبعض المتغيرات، ففي حالة ايجاد العلاقة بين الجنس والتحصيل، فان عملية تعيين 1 او صفر تتم بشكل اعتباطي، والاشارة تعتمد على المعنى من وراء ذلك التعيين. فعلى سبيل المثال اذ اعطى تصنيف للذكور 1 وتصنيف للاناث صفر. فاذا كانت قيمة معامل الارتباط النقطي موجبة للعلاقة بين الجنس والتحصيل، فان ذلك يعني ان الذكور حصلوا على علامات اعلى على ذلك المتغير من الاناث.

و لاختبار دلالته الإحصائية نقوم:

* بتحويل قيمة معامل الارتباط الثنائي الأصيل $r_{pb} = 0.869$ إلى قيمة تائية من خلال العلاقة الآتية:

$$t = r_{pb}\sqrt{\frac{n-2}{1-r_{pb}^2}}$$

$$t = 0.869\sqrt{\frac{10-2}{1-(0.869)2}}$$

t=4.97

*إيجاد قيمة **t** الجدولية عند درجة الحرية df=n−2 =10−**2**=8 و مستوى الدلالة (0.05 أو 0.01) (انظر إلى الجدول اعلاه)=2.306

* مقارنة **t** المحسوبة بالمعادلة الرياضية مع **t** الجدولية ، نجد أن **t** المحسوبة (4.97) اكبر من **t**الجدولية (2.306). و منه الارتباط دال إحصائيا .

*القرار:

وبما ان قيمة ت المحسوبة والمساوية لـ 4.97 اعلى من قيمة ت الحرجة والتي تساوي 2.306 فاننا نرفض الفرضية الصفرية ونقول ان معامل الارتباط بين السؤال (1) والاختبار ككل ذا دلالة. اي ان هناك فرق ذا دلالة احصائية عند مستوى ($\alpha = 0.05$) بين الذين حصلوا على علامات عالية والذين حصلوا على علامات متدنية بالنسبة للسؤال (1) وهذا الفرق لصالح الذين حصلوا على علامات عالية

4- معامل الارتباط المتعدد.

ان التنبؤ بالمتغير التابع لا يكون دقيقا لو اقتصرت المعالجة الإحصائية على استخدام معامل الارتباط البسيط ، و مرجع ذلك الى كثرة المتغيرات المؤثرة في المتغير التابع الواحد و تداخلها.

فمثلا النجاح في امتحان مدرسي لا يتوقف على الذكاء فقط بل أيضا متغيرات أخرى كالدافعية ، المثابرة ، السن، و غيرها من المتغيرات.و عند هذا الحد من المتغيرات تصبح معاملات الارتباط البسيطة قليلة الفائدة ، فيستوجب الأمر استخدام معامل الارتباط المتعدد الذي يعالج ارتباط متغير تابع واحد بمتغيرين فأكثر.

و يمكن اللجوء إلى هذا المعامل إذا كانت:

*جميع المتغيرات كمية

*جميع المتغيرات المعالجة تتوزع اعتداليا.

*العلاقة الخطية بين المتغير التابع و كل المتغيرات المستقلة.

5- معامل الارتباط الجزئي.

إذا كان معامل الارتباط المتعدد يسمح بأخذ بعين الاعتبار تأثير التفاعلات المتبادلة للمتغيرات المستقلة في علاقتها بالمتغير التابع ، فانه يمكن معرفة تأثير كل متغير مستقل على المتغير التابع على انفراد بعزل المتغيرات الأخرى. فإذا كان لدينا متغيرين مستقلين **X1-X2** و متغير تابع **Y** ، يمكن حساب معاملين للارتباط الجزئي كالتالي:

1-الارتباط الجزئي بين **X1** و **Y** بمنع تأثير المتغير **X2** و يكتب على الشكل التالي: **r01.2**

2-الارتباط الجزئي بين **X2** و **Y** بمنع تأثير المتغير **X1** و يكتب على الشكل التالي: **r02.1**

و يزداد عدد الارتباطات الجزئية مع تزايد عدد المتغيرات المستقلة بعزل احدها أو أكثر مرة واحدة .

و من شروطه :

* نلجأ إلى هذا الأسلوب عندما نريد معرفة ارتباط متغير مستقل واحد مع متغير تابع و عزل تأثير المتغيرات المستقلة الأخرى.

*جميع المتغيرات كمية (المتغير التابع و المتغيرات المستقلة)

*التوزيع الاعتدالي لبيانات كل المتغيرات.

*العلاقة الخطية بين المتغير التابع و كل متغير مستقل .

II. الارتباط اللابرامتري

1– معامل ارتباط فروق الرتب لسبيرمان **Spearman.**

في كثير من الأحيان يتعذر على القائم ببحث تربوى أو نفسي أن يقيس خاصية أو سمة أو متغير بطريقة موضوعية ولكنه يستطيع أن يرتب الأفراد من حيث توافر هذه الخاصية لديهم عندئذ يصبح استخدام معامل ارتباط الرتب مناسباً وهو يهدف إلى قياس

التغير الاقترانى الموجود بين ترتيب الأفراد بالنسبة لسمة أو متغير وترتيبهم بالنسبة لسمة أخرى أو متغير آخر .

ويمكن أيضاً ترتيب قيم متغيرين فيما بينهما تصاعدياً أو تنازلياً أى تحديد رتبة لكل قيمة بالنسبة للقيم الأخرى وعندما تتساوى قيمتان أو أكثر يحسب المتوسط الحسابى لرتب هذه القيم حتى يكون الترتيب منتظماً وتعتبر طريقة نظام الترتيب مناسبة لحساب معامل الارتباط إذ لم يزد عدد الحالات عن ثلاثين ** **. ويعطى معامل ارتباط الرتب لسبيرمان من العلاقة الآتية :–**

$$r = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2 - 1)}$$

حيث : n هى عدد الأفراد ، (D^2) تشير إلى مربعات فروق الرتب (الترتيب) على المتغيرين X ، Y .

و يتم اللجوء إليه عندما نريد تقدير العلاقة بين متغيرين من المستوى الرتبي ، او متغيرين كميين احدهما على الأقل لا تتوزع بياناته توزيعا اعتداليا . أو عندما يكون حجم العينة صغير (اقل من 30). و يمكن التأكد من الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط سبيرمان Spearman من خلال إتباع الخطوات التالية:

***إيجاد قيمة معامل الارتباط المحسوبة بالمعادلة اعلاه.**

***إيجاد قيمة معامل الارتباط الجدولية عند مستوى دلالة معين (0.05 او 0.01) و درجة الحرية df=n–1**

*** مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية ، فإذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة اكبر او تساوي القيمة الجدولية ، فهذا يعني وجود دلالة إحصائية . أما إذا كانت قيمة معامل الارتباط المحسوبة اصغر من القيمة الجدولية ، فهذا يعني عدم وجود دلالة إحصائية.**

***اتخاذ القرار: يتم رفض الفرضية الصفرية و قبول الفرضية البديلة في حالة وجود دلالة إحصائية ، و بالتالي يمكن التعميم على المجتمع . و اما قبول الفرضية الصفرية في حالة عدم وجود دلالة إحصائية ، و بالتالي لا يمكن التعميم على المجتمع . و يبقى معامل الارتباط المحسوب مقتصرا على العينة المدروسة فقط.**

مثال : احسب معامل ارتباط سبيرمان فى الحالة الآتية :-

X : (30, 28, 26, 24, 22, 20, 20, 18, 16, 14, 12, 10)
Y : (12, 13, 11, 11, 10, 9, 8, 9, 7, 7, 6,5)

الحل : نكون الجدول الآتى :-

الأفراد	الدرجات الخام		رتب		الفروق	
	X	Y	X	Y	D	D^2
1	30	12	1	2	-1	1
2	28	13	2	1	+1	1
3	26	11	3	3.5	-.5	.25
4	24	11	4	3.5	+.5	.25
5	22	10	5	5	.00	.00
6	20	9	6.5	6.5	.00	.00
7	20	8	6.5	8	-1.5	2.25
8	18	9	8	6.5	+1.5	2.25
9	16	7	9	9.5	-.5	.25
10	14	7	10	9.5	+.5	.25
11	12	6	11	11	.00	.00
12	10	5	12	12	.00	.00
$\sum$					0.00	7.5

ثم تستخدم العلاقة الآتية :-

$$r = 1 - \frac{6 \times 7.5}{12(144-1)} = 1 - 0.03 = .97$$

والتفســير الإحصــائى للنتيجة الكمية السابقة يبين أن العلاقة بين المتغيرين جزئية موجبة تقترب من العلاقة الطردية أى أن هناك ارتباطاً شديداً بين المتغيرين .

و لاختبار الدلالة الإحصائية لمعامل الارتباط المتحصل عليه (المحسوب) نقوم ب:

***إيجاد القيمة الجدولية لمعامل الارتباط عند مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية**

df=12−1=11 **و بالرجوع إلى الجدول النظري لمعاملات الارتباط سبيرمان (انظر الجدول أسفله) نجد** r=0.623.

***مقارنة القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية ، فنجد أن القيمة المحسوبة لمعامل الارتباط سبيرمان (0.97) اكبر من القيمة الجدولية (0.623). و هذا يعني وجود دلالة إحصائية.**

***اتخاذ القرار: بما ان هناك دلالة إحصائية ، فيمكن رفض الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة إرتباطية بين المتغيرين. و يمكن التعميم على المجتمع الذي سحبت منه البيانات.**

القيم الحرجة لمعامل ارتباط سبيرمان

N	.05	.01	N	.05	.01
6	.886	---	19	.462	.608
7	.786	---	20	.450	.591
8	.738	.881	21	.438	.576
9	.683	.833	22	.428	.562
10	.648	.818	23	.418	.549
11	.623	.794	24	.409	.537
12	.591	.780	25	.400	.526
13	.566	.745	26	.392	.515
14	.545	.716	27	.385	.505
15	.525	.689	28	.377	.496
16	.507	.666	29	.370	.487
17	.490	.645	30	.364	.478
18	.476	.625			

2- معامل الاقتران (فاي) Phi Coefficient

ان معامل الاقتران فاي (ϕ) حالة خاصة من معامل ارتباط بيرسون، ويستخدم هذا المعامل في حالة ايجاد العلاقة بين متغيرين الاول ثنائي حقيقي والثاني ثنائي حقيقي، ومن الامثلة على ذلك العلاقة بين الجنس (ذكور، اناث) والانتماء السياسي (ديمقراطي، جمهوري)، والعلاقة بين التدخين (يدخن، لا يدخن) والموت بسبب السرطان او اسباب اخرى.

فيمكن اللجوء إلى معامل فاي عندما نريد تقدير العلاقة بين متغيرين نوعيين مقسمين تقسيما ثنائيا حقيقيا.

$$\text{معامل الاقتران (فاي)} = \frac{\text{أ د} - \text{ب حـ}}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})\ (\text{حـ} + \text{د})\ (\text{أ} + \text{حـ})\ (\text{ب} + \text{د})}}$$

$$\phi = \frac{a\,d - b\,c}{\sqrt{(a + b)\ (c + d)\ (a + c)\ (b + d)}}$$

مثال

على فرض ان احد الباحثين اراد ان يجد العلاقة بين الجنس والانتماء السياسي، فاختار عينة مؤلفة من (15) فرداً (8 ذكور، 7 اناث) وقد حصل الباحث على البيانات الواردة في الجدول (8:6) بعد سؤال افراد العينه عن انتماءهم السياسي.

الجدول (6:8) الجنس و الانتماء السياسي

الجنس	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2
الانتماء السياسي	1	1	2	1	2	1	1	1	2	2	2	1	2	1	1

المطلوب: حساب معامل الارتباط بين الجنس والانتماء السياسي باستخدام الاحصائي المناسب ($\alpha = 0.05$).

الحل: توجد إمكانية تنظيم البيانات الواردة في الجدول اعلاه في جدول 2X2 و الذي يسمى بجدول الاقتران، إذ نقوم بتوزيع هذه البيانات على شكل تكرارات بحيث يتم استخدام التصنيف التالي للمتغيرين المشار إليه في الجدول أسفله.

أ . الجنس ذكور = 1
اناث = 2
ب. الانتماء السياسي
ديمقراطي = 1
جمهوري = 2

وبتطبيق هذه المعطيات على الجدول اعلاه، فإننا نحصل على الجدول التالي:

الانتماء السياسي / الجنس	ديمقراطي	جمهوري	المجموع
ذكور	6 (أ)	2 (ب)	8
اناث	3 (حـ)	4 (د)	7
المجموع	9	6	15

هذا وتمثل الاحرف أ ، ب ، حـ، د التكرارات في كل خلية من الخلايا، فعلى سبيل المثال تمثل البيانات الموجودة في الخلية أ ذكور ديمقراطيين. وبناءاً على ذلك يمكن الاستعاضة عن معادلة بيرسون باستخدام معامل **فاي** Ø و ذلك كما هو مبين في المعادلة الآتية:

$$\text{معامل الاقتران (فاي)} = \frac{\text{أ د} - \text{ب حـ}}{\sqrt{(\text{أ} + \text{ب})\,(\text{حـ} + \text{د})\,(\text{أ} + \text{حـ})\,(\text{ب} + \text{د})}}$$

$$\phi = \frac{a\,d - b\,c}{\sqrt{(a + b)\,(c + d)\,(a + c)\,(b + d)}}$$

وبتطبيق هذه المعادلة على البيانات الواردة في الجدول فان :

$$\emptyset = \frac{\mathbf{6 \times 4 - 2 \times 3}}{\sqrt{\mathbf{8 \times 7 \times 9 \times 6}}} = \frac{\mathbf{18}}{\mathbf{54.99}} = \mathbf{0.327}$$

ولفحص فيما اذا كان معامل الاقتران ذا دلالة فاننا نستخدم كاي2. وبما ان توزيع 2ϕ هو توزيع كاي2 بدرجة حرية واحدة، فان كاي2 يتم حسابه باستخدام المعادلة التالية:

$$\text{كاي}^2 = \text{ن} \times (\text{فاي})^2$$

$$X^2 = N\,(\phi)^2$$

و بتطبيق ذلك على البيانات المتعلقة بالمثال السابق فان :

$\text{كاي}^2 = 15 \times (0.327)^2$

$= 1,61$

$$\chi^2 = 15 \times (0.327)^2 = 1.61$$

ان قيمة كاي2 يمكن استخراجها مباشرة من جدول الاقتران وفحص الفرضية الصفرية التي تشير الى ان هناك استقلالية بين الجنس والانتماء السياسي.

$$\text{إن كاي}^2 = \text{مجـ}\ \frac{(\text{الملاحظ} - \text{المتوقع})^2}{\text{المتوقع}}$$

وبناءً على ذلك فاننا بحاجة الى ايجاد المتوقع لكل خلية من الخلايا الواردة في الجدول وذلك على النحو التالي:

أ. المتوقع بالنسبة للخلية الاولى (ذكور وديمقراطين) $= \frac{8 \times 9}{15}$

$= 4.8$

ب. المتوقع بالنسبة للخلية الثانية (اناث وديمقراطيا ت) $= \frac{7 \times 9}{15}$

$= 4.2$

حـ. المتوقع بالنسبة للخلية الثالثة (ذكور وجمهوريين) $= \frac{8 \times 6}{15}$

$= 3.2$

د. المتوقع بالنسبة للخلية الرابعة (اناث وجمهوريات) $= \frac{7 \times 6}{15}$

$= 2.8$

وبتطبيق معادلة كاي^2 على هذه النتائج فان:

$$\text{كاي}^2 = \frac{(4.8-6)^2}{4.8} + \frac{(4.2-3)^2}{4.2} + \frac{(3.2-2)^2}{3.2} + \frac{(2.8-4)^2}{2.8}$$

$$= 0.3 + 0.343 + 0.45 + 0.514$$

$= 1.61$ وهي نفس النتيجة السابقة التي توصلنا اليها بتطبيق المعادلة

وبمقارنة هذه القيمة مع قيمة كاي2 الحرجة والتي تساوي من جدول كاي2 الموجود في الملحق (4:4) بدرجات حرية 1 و $\alpha = 0.05$ 3.84 فاننا نستطيع القول انه لا يوجد ارتباط ذو دلالة عند مستوى ($\alpha = 0.05$) بين الجنس والانتماء السياسي.

عند حساب معامل فاي فاننا نسأل عن وجود علاقة بين المتغير س والمتغير ص وكذلك الحال بالنسب لـ كاي^2، ولكن يستخدم كاي^2 لفحص الدلالة الاحصائية المتعلقة بالارتباط، بينما معامل فاي يقيس درجة او حجم العلاقة.

هذا ولا بد من الاشارة هنا الى ان هناك علاقة خطية بين معامل فاي وكاي2، وبناءً على الحقيقة التي تشير الى ان:

كاي2 = ن × (فاي)2

فان معامل فاي يمكن حسابه من خلال المعادلة

$$\text{معامل فاي } (\phi) = \sqrt{\frac{\text{كاي}^2}{\text{ن}}} \qquad (\phi) = \sqrt{\frac{X^2}{N}}$$

وبالرجوع الى قيمة كاي2 المتعلقة بالبيانات الواردة في الجدول

فان معامل فاي $(\phi) = \frac{1.61}{15}$

= 0.327 وهي نفس النتيجة التي اشرنا اليها سابقاً.

❖ أما إذا كنا بصدد تقدير العلاقة بين متغيرين نوعيين ، و كان احدهما مقسما تقسيما ثنائيا حقيقيا في حين أن المتغير الثاني مقسم تقسيما ثنائيا مفتعلا ، فإننا نستخدم معامل $\varnothing_{bi}$ الثنائي الذي معادلته كالتالي:

$$\varnothing_{bi} = \varnothing * \sqrt{\frac{p.q}{h}}$$

حيث $\frac{\sqrt{p.q}}{h}$ قيمة تستخرج من الجدول بالاعتماد على **p–q**

حيث تأخذ المعطيات التي تخضع لمعامل **<u>فاي الثنائي</u>** $\varnothing_{bi}$ نفس تشكل المعطيات في معامل **<u>فاي الأصيل</u>Ø** و يجب صبها في جدول رباعي أيضا ، بل إن حساب **<u>فاي الثنائي</u>** $\varnothing_{bi}$ يتطلب أولا حساب معامل **<u>فاي الأصيل</u> Ø** كما تبينه المعادلة اعلاه.

، أو معامل كرامر **Cramer V** الذي معادلته كالتالي:

$$v = \sqrt{\frac{2\chi}{n(L-1)}}$$

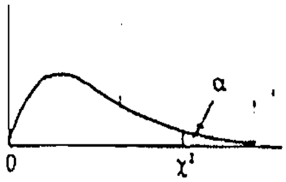
حيث 2χ المحسوب من الجدول الرباعي.

L هو اصغر تقسيم ، و بمان جدول معامل كرامر رباعي فان اصغر تقسيم هو 2.

N حجم العينة.

❖ أما إذا كنا بصدد تقدير العلاقة بين متغيرين نوعيين ، مقسمان تقسيما ثنائيا مفتعلا ، فإننا نلجأ إلى استخدام معامل الارتباط الرباعي r_t ، على أن يكون المتغير المقابل لكل منهما متغيرا كميا موزعا توزيعا اعتداليا.

الملحق (٤ : ٤)   جدول توزيع كاي٢.



df	.995	.990	.975	.950	.900	.750	.500	.250	.100	.050	.025	.010	.005
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.10	0.45	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.58	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.21	2.37	4.11	6.25	7.82	9.35	11.35	12.84
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.22	13.36	15.51	17.54	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.90	8.34	11.39	14.68	16.92	19.02	21.66	23.59
10	2.15	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.55	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.34	13.70	17.28	19.68	21.92	24.72	26.75
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.34	14.85	18.55	21.03	23.34	26.21	28.30
13	3.56	4.11	5.01	5.89	7.04	9.30	12.34	15.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.17	13.34	17.12	21.06	23.69	26.12	29.14	31.31
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.04	14.34	18.25	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.91	15.34	19.37	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.79	16.34	20.49	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	13.68	17.34	21.60	25.99	28.87	31.53	34.81	37.15
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	14.56	18.34	22.72	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	15.45	19.34	23.83	28.41	31.41	34.17	37.56	40.00
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	16.34	20.34	24.93	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	17.24	21.34	26.04	30.81	33.93	36.78	40.29	42.80
23	9.26	10.19	11.69	13.09	14.85	18.14	22.34	27.14	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18
24	9.88	10.86	12.40	13.85	15.66	19.04	23.34	28.24	33.20	36.42	39.37	42.98	45.56
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	19.94	24.34	29.34	34.38	37.65	40.65	44.32	46.93
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	20.84	25.34	30.43	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29
27	11.80	12.88	14.57	16.15	18.11	21.75	26.34	31.53	36.74	40.11	43.20	46.96	49.64
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	22.66	27.34	32.62	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	23.57	28.34	33.71	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34
30	13.78	14.95	16.79	18.49	20.60	24.48	29.34	34.80	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67
40	20.67	22.14	24.42	26.51	29.06	33.67	39.34	45.61	51.80	55.75	59.34	63.71	66.80
50	27.96	29.68	32.35	34.76	37.69	42.95	49.34	56.33	63.16	67.50	71.42	76.17	79.52
60	35.50	37.46	40.47	43.19	46.46	52.30	59.34	66.98	74.39	79.08	83.30	88.40	91.98
70	43.25	45.42	48.75	51.74	55.33	61.70	69.34	77.57	85.52	90.53	95.03	100.44	104.24
80	51.14	53.52	57.15	60.39	64.28	71.15	79.34	88.13	96.57	101.88	106.63	112.34	116.35
90	59.17	61.74	65.64	69.13	73.29	80.63	89.33	98.65	107.56	113.14	118.14	124.13	128.32
100	67.30	70.05	74.22	77.93	82.36	90.14	99.33	109.14	118.49	124.34	129.56	135.82	140.19

3-معامل التوافق.

إن معامل فاي وكما رأينا يستخدم فقط عندما يتم تصنيف المتغيرين الى مجموعتين، ولكن عنما يتم تصنيف المتغيرين او احداهما الى اكثر من مجموعتين فانه معامل التوافق يستخدم لقياس درجة الارتباط.

ومعامل التوافق يرتبط مباشرة باختبار كاي2 ويتم حسابه باستخدام جدول الاقتران. وفي المقابل فان كاي يحسب من معامل الاقتران. ان كاي2 يزودنا بطريقة اكثر سهولة لحساب الدلالة الاحصائية لمعامل الاقتران.

هذا ويمكن ايجاد معامل التوافق (حـ) عن طريق المعادلة التالية:

المعادلة (17:6):

$$\text{حـ} = \sqrt{\frac{\text{كاي}^2}{\text{كاي}^2 + \text{ن}}}$$

$$C = \sqrt{\frac{X^2}{X^2 + N}}$$

هناك العديد من الصعوبات المرتبطة بهذا النوع من المعاملات. ومن هذه الصعوبات ما له علاقة بحجم (ن)، وبما أن حجم (ن) دائماً اكبر من صفر فان قيمة معامل التوافق لن تكون مساوية 1، واكثر من ذلك فان القيمة القصوى لهذا المعامل تعتمد على الابعاد المتضمنة في جدول التوافق والذي نحسب منه قيمة هذا المعامل. وبناءً على ذلك عندما يكون هناك جدول (2x2) فان القيمة القصوى لمعامل التوافق تساوي 0.707 ، وعندما يكون هناك جدول (3x3) فان القيمة القصوى لمعامل التوافق تساوي 0.816 وهكذا.

وبشكل عام فاننا نجد القيمة القصوى من خلال المعادلة (18:6) التالية:

المعادلة (18:6):

$$\text{القيمة القصوى لمعامل التوافق (حـ)} = \sqrt{\frac{\text{ك} - 1}{2}}$$

$$\text{Maximum value of } C = \sqrt{\frac{k - 1}{2}}$$

اذ ان ك = عدد الاعمدة او عدد الصفوف ايهما اصغر.

مثال (6:6)

على فرض ان احد الباحثين اراد ان يجد العلاقة بين الحالة الاجتماعية والتفضيل كأن يكون لوحده، او في مجموعة صغيرة، ومجموعة كبيرة.

وقد حصل الباحث على بيانات (100) فرد على متغيري الحالة الاجتماعية والتفضيل والجدول (9:6) يوضح ذلك.

الجدول (9:6) التكرارات حسب متغيري الحالة الاجتماعية والتفضيل

الحالة الاجتماعية / التفضيل	فرد	مجموعة صغيرة	مجموعة كبيرة
اعزب	18	4	3
متزوج	8	12	5
مطلق	10	7	8
ارمل	6	15	4

المطلوب: فحص الفرضية الصفرية باستخدام الاحصائي المناسب ($\alpha = 0.05$).

الحل:

1- الفرضية الصفرية: يوجد استقلالية بين الحالة الاجتماعية والتفضيل.

الفرضية البديلة: يوجد هناك ارتباط بين الحالة الاجتماعية والتفصيل.

2- الاختبار الاحصائي: لايجاد العلاقة بين الحالة الاجتماعية والتفضيل فاننا نستخدم اختبار كاي^2 (χ^2) وذلك باستخدام المعادلة والتي اشرنا اليها سابقاً عند الحديث عن كاي^2 والتي تشير الى:

$$\text{كاي}^2\ (\chi^2) = \text{مجـ}\ \frac{(\text{الملاحظ} - \text{المتوقع})^2}{\text{المتوقع}}$$

ولايجاد المتوقع لكل خلية من الخلايا فان ذلك يتطلب تنظيم البيانات الواردة في الجدول (9:10) على النحو التالي والمشار اليه في الجدول (10:6).

الجدول (10:6) التكرارات الملاحظة والتكرارات المتوقعة وفقاً لمتغيري الحالة الاجتماعية والتفضيل

الحالة الاجتماعية / التفضيل	فرد	مجموعة صغيرة	مجموعة كبيرة	المجموع
اعزب	18 (10.5)	4 (9.5)	3 (5)	25
متزوج	8 (10.5)	12 (9.5)	5 (5)	25
مطلق	10 (10.5)	7 (9.5)	8 (5)	25
ارمل	6 (10.5)	15 (9.5)	4 (5)	25
المجموع	42	38	20	100

هذا وتمثل القيم الواقعة بين قوسين التكرارات المتوقعة، ولايجاد التكرارات المتوقعة لاي لية من الخلايا فاننا نجد مجموع الصف الذي تنتمي اليه الخلية ومجموع العمود الذي تمي اليه الخلية ومن ثم المجموع الكلي لجميع الخلايا وبعد ذلك يتم ايجاد التكرارات توقعة باستخدام المعادلة (19:6) التالية:

المعادلة (19:6):

$$\text{التكرارات المتوقعة لاي خلية من الخلايا} = \frac{\text{مجموع الصف التى تنتمى اليها الخلية} \times \text{مجموع العمود الذي تنتمى اليه الخلية}}{\text{المجموع الكلي للخلايا}}$$

وباستخدام البيانات الواردة في الجدول (10:6) فإن:

$$\text{كاي}2\ (X^2) = \frac{(10.5 - 18)^2}{10.5} + \frac{(10.5 - 8)^2}{10.5} + \frac{(10.5 - 10)^2}{10.5} + \frac{(10-6)^2}{10.5} +$$

$$\frac{(9.5 - 4)^2}{9.5} + \frac{(9.5 - 12)^2}{9.5} + \frac{(9.5 - 7)^2}{9.5} +$$

$$\frac{(9.5-15)^2}{9.5} + \frac{(5-3)^2}{5} + \frac{(5-5)^2}{5} + \frac{(5-8)^2}{5} + \frac{(5-4)^2}{5}$$

$$= 18.388$$

3- تحديد القيمة الحرجة: لايجاد القيم الحرجة لكاي2 فاننا بحاجة الى ايجاد درجات الحرية للاعمدة والتي تساوي (عدد الاعمدة – 1) ومن ثم درجات الحرية للصفوف (عدد الصفوف – 1) وبالتالي يتم الحصول على حاصل ضرب (عدد الصفوف – 1) (عدد الاعمدة – 1).

وبالنسبة للبيانات الواردة في الجدول (10:6) فان درجات الحرية = (3-1) (4-1)
= 6

وبالرجوع الى جدول كاي^2 والموجود في الملاحق وباستخدام درجات حرية6 و($\alpha = 0.05$) فان قيمة كاي^2 الحرجة تساوي 12.592 .

4– القرار: بما ان قيمة كاي2 المحسوبة والتي تساوي 18.388 اكبر من قيمة كاي^2 الحرجة والتي تساوي 12.592 فاننا نفشل في رفض الفرضية الصفرية ونقول ان هناك ارتباط ذو دلالة عند مستوى ($\alpha = ,05$) بين الحالة الاجتماعية والتفضيل.

ان اختبار كاي^2 لا يخبرنا بحجم العلاقة فهو يزودنا بالمعلومات الضرورية لرفض الفرضية الصفرية المتعلقة بالاستقلالية بين المتغيرين، ولذلك من اجل تقرير قوة العلاقة الارتباطية فانه من الضروري حساب معامل الارتباط.

لقد اشرنا في السابق الى ان معامل فاي يستخدم لايجاد معامل الارتباط للبيانات الخاصة بجدول توافق (2X2) ، ولكن بالنسبة للجدول الذي يحتوي على اكثر من (2X2) فاننا لا نستطيع ان نستخدم معامل فاي، وبالتالي فإن معامل الارتباط الاكثر ملائمة هو معامل التوافق (ح) والذي يتم حسابه مباشرة من خلال قيمة كاي2. وهذا المعامل كما اشرنا يمكن حسابه لاي حجم من الجداول وذلك باستخدام المعادلة (17:6) التي اشرنا اليها سابقاً.

وبتطبيق هذه المعادلة على النتائج المتعلقة بالمثال (6:6) فان:

$$\text{معامل التوافق (حـ)} = \frac{18.388}{18.388 + 100}$$

$$= 0.394$$

وللحكم على معامل الارتباط هذا فاننا بحاجة الى ايجاد القيمة القصوى لمعامل التوافق والتي يتم حسابها من خلال المعادلة (18:6).

وبتطبيق هذه المعادلة فان:

$$\text{القيمة القصوى لـ (حـ)} = \sqrt{\frac{1-3}{3}}$$

$$= 0.816$$

وبمقارنة معامل التوافق والذي يساوي 0.394 مع هذه القيمة فانه يمكن القول ان حجم العلاقة متوسط وليس متدني.

<u>كما يمكن إيجاد قيمة معامل التوافق من المعادلة الآتية:</u>

$$c = \sqrt{\frac{M-1}{M}}$$

$$M = \sum \frac{fo^2}{Sr * Tk}$$

fo : التكرار الملاحظ. Sr: مجموع الصف. Tk : مجموع العمود.

–خطوات اختبار الفرضية:– إنشاء الجدول المناسب(جدول التوافق)

المجموع		التفضيل				
		مجموعة ك	مجموعة ص	فرد		
25	Sr	3	4	18	اعزب	الحالة الاجتماعية
25	Sr	5	12	8	متزوج	
25	Sr	8	7	10	مطلق	
25	Sr	4	15	6	ارمل	
100	N	20 Tk	38 Tk	42 Tk		المجموع

- إيجاد قيمة *M بالتعويض في المعادلة:*

$$\mathrm{M}=\sum\frac{fo^2}{Sr*Tk}$$

$$M=\frac{18^2}{25*42}+\frac{4^2}{25*38}+\frac{3^2}{25*20}+\frac{8^2}{25*42}+\frac{12^2}{25*38}+\frac{5^2}{25*20}+\frac{10^2}{25*42}+\frac{7^2}{25*38}+\frac{8^2}{25*20}+\frac{6^2}{25*42}+\frac{15^2}{25*38}+\frac{4^2}{25*20}=\mathbf{1.18}$$

-إيجاد قيمة معامل التوافق c بالتعويض في المعادلة:

$$c=\sqrt{\frac{M-1}{M}}=\sqrt{\frac{1.18-1}{1.18}}=\mathbf{0.394}$$

و منه فالعلاقة الارتباطية بين المتغيرين ضعيفة.

و لاختبار الدلالة الإحصائية لمعامل التوافق المحسوب نقوم بتحويل قيمة **c** المحسوبة إلى قيمة $\mathbf{x^2}$

من خلال المعادلة الآتية:

$$x^2=\frac{N*C^2}{1-C^2}$$

بالتعويض في المعادلة اعلاه نحصل على:

$$x^2=\frac{100*0.394^2}{1-0.394^2}=\frac{15.5223}{0.8447}=\mathbf{18.38}$$

-إيجاد قيمة x^2 *الجدولية عند مستوى الدلالة 0.05 و درجة الحرية* df

حيث df = (عدد الصفوف−1)(عدد الأعمدة −1)=(4−1)(3−1)=6

و بالرجوع إلى الجدول النظري لقيمx^2 نجد أن x^2 الجدولية عند (0.05 − 6)=**12.59**.

-مقارنة x^2 المحسوبة مع x^2 الجدولية فنجد أن x^2 المحسوبة(18.38) اكبر من x^2 الجدولية(12.59) و هذا يعني وجود دلالة إحصائية.

-**اتخاذ القرار: بما أن** x^2 دالة إحصائية ، فإننا نرفض الفرضية الصفرية التي تنفي وجود علاقة إرتباطية بين متغير متغير التفضيل و الحالة الاجتماعية. و نقبل بالفرضية البديلة التي تقر بوجود علاقة ارتباط بين المتغيرين و بالتالي يمكن تعميم قيمة الارتباط الملاحظة على المجتمع الذي سحبت منه العينة .