مقاييـــــــــــس النزعـــة المركزيـــــة

Caractéristiques de Tendance Centrale

تمهيد الفصل:

إن الباحث في الميدان الإحصائي لا يكتفي بجمع المعلومات وتبويبها وتمثيلها بيانيا فقط بل يحاول استعمال بعض العمليات والقوانين لكي يختصر هذه البيانات، ففي معظم الحالات معطيات السلسلة لها ميل نحو الانتشار حول قيمة مركزية، هذه الأخيرة تستعمل كخاصية تنوب عن باقي المعطيات، وهي تستعمل من أجل معرفة خصائص السلسلة ولمقارنتها مع سلاسل إحصائية أخرى.

ومن بين مقاييس النزعة المركزية لدينا: الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، المتوسط الهندسي، المتوسط التربيعي، والمتوسط التوافقي.

-1-

أولا/ الوسط الحسابي $(\overline{x})$ La Moyenne Arithmétique

1/ تعريف الوسط الحسابي: هو أشهر مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخداماً، يرمز له بالرمز $\overline{x}$ ويمكن تعريفه على أنه مجموعة من القيم مقسوماً على عددها (معدل القيم).

2/ طرق حساب الوسط الحسابي: تختلف طرق حساب الوسط الحسابي من حالة إلى أخرى حسب طبيعة البيانات الإحصائية.

1.2/ حالة البيانات المنفصلة: نميز في هذه الحالة بين البيانات غير المتكررة والبيانات المتكررة.

1.1.2/ حالة البينات غير المتكررة (المفردة): يطلق عليه في هذه الحالة بالوسط الحسابي البسيط، فإذا كان لدينا القيم التالية: $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots\ldots x_n$ فان:

$\overline{x} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}$ وبصورة عامة:

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

-2-

2.1.2/ حالة البيانات المتكررة: يطلق عليه في هذه الحالة بالوسط الحسابي المرجح، فإذا كان لدينا القيم التالية: $x_1, x_2, x_3, \dots \dots \dots x_n$ وتكراراتها على التوالي هي: $F_1, F_2, F_3, \dots \dots \dots F_n$ فإن الوسط الحسابي يساوي: $\bar{x} = \frac{x_1 \times F_1 + x_2 \times F_2 + x_3 \times F_3 + \dots + x_n \times F_n}{F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n}$ وبصورة عامة:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i x_i}{\sum F_i} = \sum Fr_i x_i$$

2.2/ حالة البيانات المتصلة: المقصود بالبيانات المتصلة هو تلك البيانات التي تعرض في شكل فئات، ويحسب الوسط الحسابي في هذه الحالة بثلاثة طرق نستعرضها فيما يلي:

1.2.2/ الطريقة المباشرة: نستخدم في الطريقة المباشرة نفس القانون الخاص بالبيانات المنفصلة مع وجود تكرار مع استبدال قيم xi بقيم ci والتي تمثل قيم مراكز الفئات، ويصبح القانون كما يلي:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i c_i}{\sum F_i} = \sum Fr_i c_i$$

-3-

2.2.2/ طريقة الوسط الفرضي: يحسب الوسط الحسابي في هذه الحالة بالاعتماد على الصيغة التالية:

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum F_i w_i}{\sum F_i}$$

حيث: α يمثل الوسط الفرضي ويكون عادة مركز الفئة الذي يقابل أكبر تكرار؛
w_i يمثل الانحرافات أو الفروقات بين مراكز الفئات والوسط الفرضي α أي أن: $w_i = c_i - \alpha$.

3.2.2/ طريقة الانحرافات المختصرة: يحسب الوسط الحسابي في هذه الحالة بالاعتماد على الصيغة التالية:

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum F_i w_i'}{\sum F_i} \times k$$

حيث: α يمثل الوسط الفرضي، $w_i' = \frac{W_i}{K}$، k طول الفئة.

ويُشار إلى أن هذه الطريقة تُستخدم في الحالة التي يكون فيها أطوال الفئات متساوي فقط.

-4-

مثال 1: أحسب الوسط الحسابي بطرق مختلفة للبيانات التالية:

Classes	5 - 15	15 - 25	25 - 35	35 - 45	45 - 55
F_i	4	18	25	22	14

الحل:

Classes	F_i	C_i	$F_i \times C_i$	W_i	$F_i \times W_i$	K	W'_i	$F_i \times W'_i$
5 - 15	4	10	40	-20	-80	10	-2	**-8**
15 - 25	18	20	360	-10	-180	10	-1	**-18**
25 - 35	25	30	750	0	0	10	0	**0**
35 - 45	22	40	880	10	220	10	1	**22**
45 - 55	14	50	700	20	280	10	2	**28**
$\sum$	83	-	2730	-	240	-	-	24

أ/ الطريقة المباشرة:

$$\bar{x} = \frac{\sum F_i \times c_i}{\sum F_i} = \frac{2730}{83} = 32{,}89$$

-5-

ب/ طريقة الوسط الفرضي: بافتراض أن $\alpha = 30$ فإن: $Wi = Ci - \alpha$

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum F_i \times w_i}{\sum F_i} = 30 + \frac{240}{83} = \mathbf{32,89}$$

ج/ طريقة الانحرافات المختصرة: $W'_i = \frac{Wi}{K}$

$$\bar{x} = \alpha + \frac{\sum F_i \times w'_i}{\sum F_i} \times k = 30 + \frac{24}{83} \times 10 = \mathbf{32,89}$$

3/ خصائص الوسط الحسابي:

- أكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما؛
- المتوسط الحسابي قابل للعمليات الجبرية ولا يمكن حسابه بيانيا؛
- يتأثر بالقيم المتطرفة (القيم المتطرفة هي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة)؛
- لا يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة من البداية و/أو النهاية وذلك لأنه يعتمد في حسابه على مراكز الفئات.

-6-

ثانيا/ المنـوال (Mo) Le Mode

1/ تعريف المنوال: هو القيمة الأكثر تكراراً أو شيوعاً بين قيم المشاهدات، ويمكن أن يكون للبيانات أكثر من منوال وإذا لم تتكرر القيم أو تكررت بنفس التكرار فلا وجود للمنوال، ويرمز له بالرمز Mo.

2/ طرق حساب المنوال: تختلف طرق حساب المنوال باختلاف طبيعة البيانات.

1.2/ البيانات المنفصلة:

- إذا لم تتكرر القيم فلا وجود للمنوال؛
- إذا تكررت القيم بنفس التكرارات فلا وجود للمنوال؛
- إذا تكرر أحد القيم أكبر من البقية فهناك منوال واحد؛
- إذا كان لقيمتين نفس التكرار وهو الأكبر فلمجموعة القيم منوالان.

مثال 2: حدد قيمة المنوال في كل حالة من الحالات التالية:

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7	1، 1، 2، 2، 3، 3، 4، 4	1، 2، 3، 4، 5، 5، 7	1، 2، 4، 4، 5، 5، 5، 6، 7
نلاحظ أنه لا وجود لأي تكرار ومنه لا يوجد منوال.	نلاحظ أن القيم تتكرر بنفس التكرار ومنه لا وجود للمنوال	نلاحظ أن القيمة 5 تتكرر أكثر من بقية القيم ومنه يوجد منوال واحد (Mo=5)	نلاحظ أن القيمتين 4 و5 تتكرران بنفس التكرار وهو الأكبر ومنه يوجد منوالان (Mo1=4) و (Mo2=5)

2.2/ البيانات المتصلة: في الحالة التي تكون فيها البيانات على شكل فئات لا بد من تحديد الفئة المنوالية أولاً والتي تقابل أكبر تكرار. ويأخذ القانون الصيغة التالية:

$$\boldsymbol{Mo = L_0 + \frac{(F_0 - F_1)}{(F_0 - F_1) + (F_0 - F_2)} \times K}$$

حيث:

L_0: الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

F_0: التكرار المطلق للفئة المنوالية؛

F_1: التكرار المطلق السابق للفئة المنوالية؛

F_2: التكرار المطلق اللاحق للفئة المنوالية؛

K: طول الفئة المنوالية.

-9-

مثال 3: أحسب المنوال للبيانات التالية:

Classes	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 - 50	50 – 60
F_i	5	10	25	20	15

الحل: الفئة المنوالية هي]30 – 40[لأنها تقابل أكبر تكرار ومنه:

$$Mo = L_0 + \frac{(F_0 - F_1)}{(F_0 - F_1) + (F_0 - F_2)} \times K$$
$$= 30 + \frac{(25 - 10)}{(25 - 10) + (25 - 20)} \times 10$$
$$= \mathbf{37,5}$$

حالة خاصة: في حالة ما إذا كان أطوال الفئات غير متساوي يتم حساب المنوال باستخدام قيم التكرار المعدل (المصحح) عوض التكرار الأصلي،

حيث: $F_i^* = \frac{F_i}{k}$.

-10-

مثال 4: أحسب المنوال في الحالة التالية:

Classes	10 – 20	20 - 50	50 – 70	70 – 110	110 – 120
F_i	10	15	30	60	20

الحل: من خلال الجدول أعلاه نلاحظ أن أطوال الفئات غير متساوي ومنه لا بد من حساب التكرار المصحح قبل حساب المنوال.

Classes	10 – 20	20 – 50	50 – 70	70 – 110	110 – 120
F_i	10	15	30	60	20
K	10	30	20	40	10
F_i^*	1	0,5	1,5	1,5	2
$F_i^* \times 10$	10	5	15	15	20

نلاحظ قبل التعديل أن الفئة منوالية هي 70-110كونها تقابل أكبر تكرار من المنظور الخاطئ لكن بعد حساب التكرار المعدل - وبعد ضربه في المعامل الثابت (10) للتخلص من الفاصلة- تبين أن الفئة المنوالية هي 110-120:

$$Mo = L_0 + \frac{(F_0 - F_1)}{(F_0 - F_1) + (F_0 - F_2)} \times K$$

$$= 110 + \frac{(20 - 15)}{(20 - 15) + (20 - 0)} \times 10 = \mathbf{112}$$

3/ خصائص المنوال:

- أسهل مقاييس النزعة المركزية تحديدا؛
- لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- يمكن حسابه بيانيا؛
- يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يعتبر أفضل مقياس لوصف الظواهر الكيفية (النوعية).