ثالثاً/ الوسيط La Médiane (Me)

1/ تعريف الوسيط: قيمة المتغير الإحصائي الذي يفصل السلسلة الإحصائية إلى قسمين متساويين بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً، أي هي المشاهدة التي تكون التكرارات التي تسبقها تساوي التكرارات التي تليها.

2/ طرق حساب الوسيط: تختلف طرق حساب الوسيط باختلاف طبيعة البيانات.

1.2/ البيانات المنفصلة: نميز هنا بين البينات المتكررة وغير المتكررة.

1.1.2/ البيانات غير المتكررة:

بداية نقوم بترتيب البيانات تصاعدياً أو تنازليا ثم نحدد رتبة الوسيط Rme

- **إذا كان عدد القيم (n) فردياً:** $Rme = \frac{n+1}{2}$ تكون قيمة Me هي القيمة التي ترتيبها Rme.

- **إذا كان عدد القيم (n) زوجيا:** نحدد قيمتين للوسيط الأولى ترتيبها $Rme = \frac{n}{2}$ وهي Me_1 والثانية ترتيبها $Rme = \frac{n}{2} + 1$ وهي Me_2 وبالتالي قيمة الوسيط هي:

$$Me = \frac{Me_1 + Me_2}{2}$$

مثال 4: أحسب الوسيط لكل من:

- السلسلة الأولى: 16، 5، 20، 10، 7، 2، 14.
- السلسلة الثانية: 25، 10، 40، 27، 50، 36، 43، 16.

الحل: السلسلة الأولى: 16، 5، 20، 10، 7، 2، 14. بعد الترتيب التصاعدي يصبح لدينا: 2، 5، 7، 10، 14، 16، 20. نلاحظ أن عدد المفردات فردي ($n = 7$)، رتبة الوسيط في هذه الحالة $Rme = \frac{n+1}{2} = 4$ أي أن الوسيط هي القيمة التي ترتيبها الرابع، ومنه:

$$Me = \mathbf{10}$$

السلسلة الثانية: 25، 10، 40، 27، 50، 37، 43، 16. بعد الترتيب التصاعدي يصبح لدينا: 10، 16، 25، 27، 37، 40، 43، 50. نلاحظ أن عدد المفردات زوجي ($n = 8$)، معنى هذا أن الوسيط هو متوسط وسيطين الأول رتبته $Rme = \frac{n}{2} = 4$ أي أن $Me_1 = 27$ والثاني رتبته $Rme = \frac{n}{2} + 1 = 5$ أي أن $Me_2 = 37$ ومنه:

$$Me = \frac{Me_1 + Me_2}{2} = \frac{27 + 37}{2} = \mathbf{32}$$

2.1.2/ البيانات المتكررة:

إذا كانت البيانات منفصلة مع وجود التكرار نحدد رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum Fi}{2}$ بين قيم التكرارات المتجمعة الصاعدة، القيمة المقابلة هي الوسيط.

مثال 6: بالنسبة لهذه البيانات المنفصلة إذا اردنا تحديد الوسيط يجب أولاً تحديد قيم Fcc ثم نحسب رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum f_i}{2} = 45$

x_i	10	20	30	40	50	$\sum$
F_i	5	10	25	35	15	90
Fcc 0	5	15	40	Rme=45 75	90	-

يمكن ملاحظة أن قيمة $Rme = 45$ محصورة بين قيمتين من قيم Fcc وهي تقابل القيمة 40 ومنه $Me = 40$

ملاحظة: إذا كانت رتبة الوسيط Rme موجودة بين قيم التكرار المتجمع الصاعد Fcc فان الوسيط يكون متوسط القيمتين السابقة واللاحقة لرتبة الوسيط.

2.2/ البيانات المتصلة: يوجد ثلاثة طرق لحساب الوسيط في حالة البيانات المتصلة.

1.2.2/ بالاعتماد على قيم Fcc:

نجعل التوزيع التكراري توزيعاً صاعدا Fcc ثم نحدد رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum F_i}{2}$ ويستخدم ترتيب الوسيط في تحديد الفئة التي يقع فيها الوسيط وتدعى بالفئة الوسيطية ثم نحسب الوسيط باستخدام العلاقة التالية.

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times K$$

حيث:

L_0: الحد الأدنى للفئة الوسيطية، F_1: التكرار المتجمع الصاعد السابق لرتبة الوسيط،

F_2: التكرار المتجمع الصاعد اللاحق لرتبة الوسيط، K: طول الفئة الوسيطية.

ملاحظة: في حالة ما إذا كانت قيمة رتبة الوسيط تساوي قيمة من قيم Fcc فان الوسيط هو الحد الأعلى للفئة الوسيطية.

2.2.2/ بالاعتماد على قيم Fcd:

نجعل التوزيع التكراري توزيعاً نازلا Fcd ثم نحدد رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum F_i}{2}$ ويستخدم ترتيب الوسيط في تحديد الفئة التي يقع فيها الوسيط وتدعى بالفئة الوسيطية ثم نحسب الوسيط باستخدام العلاقة التالية.

$$Me = L_0 + \frac{F_2 - \frac{\sum F_i}{2}}{F_2 - F_1} \times K$$

حيث:

L_0: الحد الأدنى للفئة الوسيطية، F_1: التكرار المتجمع النازل اللاحق لرتبة الوسيط،

F_2: التكرار المتجمع النازل السابق لرتبة الوسيط، K: طول الفئة الوسيطية.

3.2.2/ بالاعتماد على الرسم البياني:

الوسيط بيانيا هو نقطة تقاطع كل من المنحنى الممثل للتكرار المتجمع الصاعد (المنحنى التكاملي) والمنحنى الممثل للتكرار المتجمع النازل (المنحنى التفاضلي)، فالإسقاط العمودي لنقطة التقاطع بين المنحنيين على محور الفواصل يعطينا قيمة الوسيط، كما يمكن تحديده باستخدام منحنى التكرار المتجمع الصاعد أو النازل فقط، ويكون ذلك من خلال تعيين رتبة الوسيط على محور التراتيب، وصورة هذه النقطة على محور الفواصل تعطينا قيمة الوسيط.

مثال 7: ليكن لدينا الجدول التكراري التالي:

Classes	160 – 180	180 – 200	200 – 220	220 - 240	240 – 260	260 – 280
F_i	7	20	33	25	11	4

المطلوب: أحسب الوسيط بالطرق الرياضية والطريقة البيانية.

حل المثال 7:

Classes	160 – 180	180 – 200	200 – 220	220 - 240	240 – 260	260 – 280
F_i	7	20	33	25	11	4
Fcc 0	7	27	Rme=50 60	85	96	100
Fcd 100	93	73	Rme=50 40	15	4	0

أ/ حساب الوسيط بالاعتماد على قيم Fcc:

رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum F_i}{2} = 50$ نستنتج أن الفئة الوسيطية هي] 220 – 200] ومنه:

$$Me = L_0 + \frac{\frac{\sum F_i}{2} - F_1}{F_2 - F_1} \times K = 200 + \frac{50 - 27}{60 - 27} \times 20 = \mathbf{213,94}$$

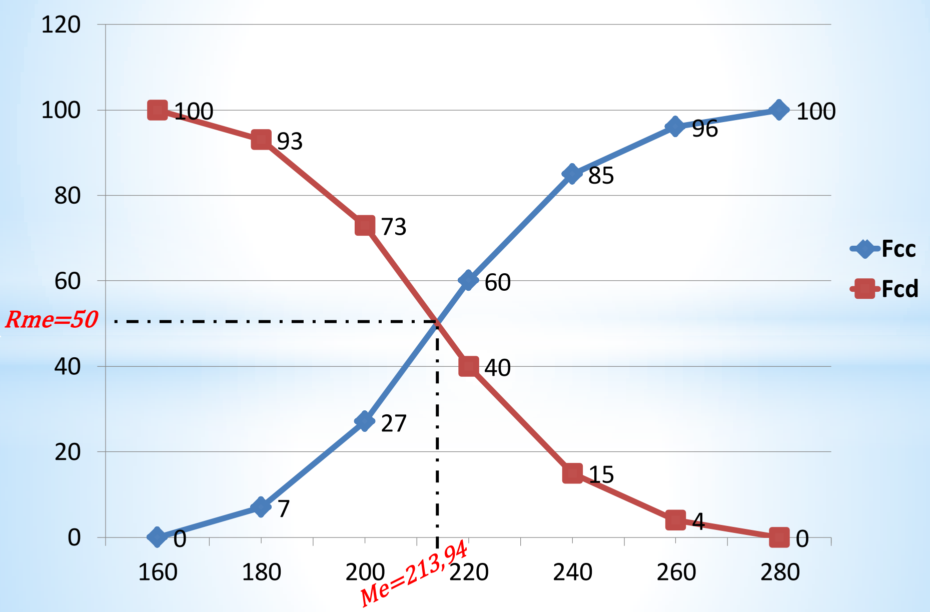
ب/ حساب الوسيط بالاعتماد على قيم Fcd:

رتبة الوسيط $Rme = \frac{\sum F_i}{2} = 50$ نستنتج أن الفئة الوسيطية هي] 220 – 200] ومنه:

$$Me = L_0 + \frac{F_2 - \frac{\sum F_i}{2}}{F_2 - F_1} \times K = 200 + \frac{73 - 50}{73 - 40} \times 20 = \mathbf{213,94}$$

-19-

ج/ حساب الوسيط بالاعتماد على الرسم البياني:



-20

3/ خصائص الوسيط:

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- يمكن حسابه من جداول التوزيع التكراري المفتوحة؛
- يمكن حسابه بيانيا؛
- لا يدخل في حسابه جميع القيم ويتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها.

رابعا/ المتوسط الهندسي (G) La Moyenne Géométrique

1/ تعريف المتوسط الهندسي: يستخدم هذا المتوسط لوصف ظاهرة حسب نسبة تغيرها، وخصوصا عندما يكون سلوك الظاهرة يتبع نمط المتتالية الهندسية، إذن المتوسط الهندسي هو عبارة عن الجذر النوني لجداء القيم x_i أو c_i.

2/ طرق حساب المتوسط الهندسي: نميز في حساب المتوسط الهندسي بين البيانات المنفصلة والمتصلة.

البيانات المنفصلة غير المتكررة	البيانات المنفصلة المتكررة	البيانات المتصلة
$logG = \frac{\sum log\, x_i}{n} \Rightarrow G = 10^{logG}$ أو $G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \dots x_n}$	$logG = \frac{\sum F_i\, log\, x_i}{\sum F_i} = \sum fr_i\, log\, x_i \Rightarrow G = 10^{logG}$	$logG = \frac{\sum F_i\, log\, c_i}{\sum F_i} = \sum fr_i\, log\, c_i \Rightarrow G = 10^{logG}$

مثال 8: ليكن لدينا البيانات التالية: 2، 3، 5، 8، 10. المتوسط الهندسي لهذه القيم هو:

$$G = \sqrt[5]{2 \times 3 \times 5 \times 8 \times 10} = \mathbf{4,74}$$

أو

$$logG = \frac{log2 + log3 + log5 + log8 + log10}{5} = \frac{0{,}30 + 0{,}48 + 0{,}70 + 0{,}90 + 1}{5} = 0{,}676 \Rightarrow G = 10^{logG} = 10^{0{,}676} = \mathbf{4,74}$$

خامسا/ المتوسط التوافقي (H) La Moyenne Harmonique

1/ تعريف المتوسط التوافقي: هو مقلوب المتوســـــط الحسابي لمقلوب القيم x_i أو c_i.

ويُستخدم المتوسط التوافقي في حالة إذا كان المتوسط المدروس عبارة عن حاصل قسمة متغيرين آخرين مثل السرعة، الكثافة السكانية.

2/ طرق حساب المتوسط التوافقي:

البيانات المنفصلة غير المتكررة	البيانات المنفصلة المتكررة	البيانات المتصلة
$H = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$	$H = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}}$	$H = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{c_i}}$

مثال 9: سيارة تقطع مسافة 200 كلم بسرعة 50 كلم/ساعة وتقطع مسافة 100 كلم بسرعة 100 كلم/ساعة المطلوب: ما هو متوسط سرعة السيارة خلال مسارها؟

X_i	F_i
50	200
100	100
Σ	300

$$H = \frac{\sum F_i}{\sum \frac{F_i}{x_i}} = \frac{300}{\frac{200}{50} + \frac{100}{100}} = \frac{300}{5} = 60\ km/h$$

-23

سادسا/ المتوسط التربيعي (MQ) La Moyenne Quadratique

1/ تعريف المتوسط التربيعي: هو الجذر التربيعي للمتوسط الحسابي لمربعات القيم x_i أو c_i.

2/ طرق حساب المتوسط التربيعي:

البيانات المنفصلة غير المتكررة	البيانات المنفصلة المتكررة	البيانات المتصلة
$MQ = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$	$MQ = \sqrt{\frac{\sum F_i x_i^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\sum Fr_i x_i^2}$	$MQ = \sqrt{\frac{\sum F_i c_i^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\sum Fr_i c_i^2}$

مثال 10: حدد قيمة المتوسط الربيعي للجدول التكراري التالي:

Classes	2 - 4	4 – 6	6 - 8	8 – 10	10 – 12
F_i	4	3	2	3	4

$$MQ = \sqrt{\frac{\sum F_i c_i^2}{\sum F_i}} = \sqrt{\frac{4 \times 3^2 + 3 \times 5^2 + 2 \times 7^2 + 3 \times 9^2 + 4 \times 11^2}{16}} = \sqrt{\frac{936}{16}}$$

$$= \sqrt{58{,}5} = \mathbf{7{,}65}$$

-24