جامعة 8 ماي 1945 قالمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم التجارية

السنة الأولى جذع مشترك **الموسم الجامعي 2019 – 2020**

سلسلة التمارين الثانية للإحصاء 2

التمرين الأول

1- هناك 7 أجزاء من موسوعة علمية رتبت بشكل عشوائي في المكتبة. بكم طريقة يمكن ترتيبها وبكم طريقة تتم عملية الترتيب إذا كانت الأجزاء رقم 1، 2، 3 توجد جنبا إلى جنب.

2- ما هو عدد الأعداد ذات 7 أرقام التي يمكن تشكيلها باستعمال الرقم 1 مرتين والرقم 2 ثلاث مرات والرقم 3 مرتين. وما هو عدد الكلمات ذات عشرة حروف والتي يمكن تشكيلها باستخدام كلمة " الاحتمالات ".

3- في رف مكتبة، يوجد 12 كتاب منهم 5 في الرياضيات، 3 في الإحصاء، 2 في الاقتصاد و 2 في الإدارة. بكم طريقة يمكن ترتيب تلك الكتب، وبكم طريقة يمكن ترتيبها بشرط جمع كتب كل مادة معا.

التمرين الثاني

1- بكم طريقة يمكن تكوين عدد من 4 أرقام بالاعتماد على الأرقام التالية:1، 2، 4، 5، 6، 8، 9 وبشرط عدم تكرار نفس الرقم؛

- ☜ من الأعداد السابقة، كم هي الأعداد التي تقل عن 5000
- ☜ من الأعداد السابقة، كم هي الأعداد الزوجية
- ☜ من الأعداد السابقة، كم هي الأعداد الفردية
- ☜ من الأعداد السابقة، كم هي الأعداد التي تقبل القسمة على 5

2- تتكون جمعية من 15 رجلا و12 امرأة، يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له وأمينا عاما. ما هو عدد اللجان التي يمكن تكوينها. و ما هو عدد اللجان الممكن تكوينها بحيث يكون: **أ-** الأمين العام امرأة **ب-** الرئيس رجلا و الأمين العام امرأة **ج-** الرئيس و نائبه من جنسين مختلفين **د-** السيد "X" لا يترأس اللجنة. وما هو عدد اللجان المختلطة (مكونة من رجال و نساء)

التمرين الثالث

1- يحتوي كيس على 3 كرات خضراء و 7 كرات حمراء. نسحب عشوائيا 4 كرات من الكيس

1- نفرض أن سحب الكرات الأربعة يتم في آن واحد: **أ-** ما هو عدد طرق السحب **ب-** ما هو عدد طرق السحب كي نحصل على كرات من نفس اللون **ج-** ما هو عدد طرق السحب حتى يكون عدد الكرات الحمراء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء المسحوبة

2- نفرض في هذه المرة أن سحب الكرات الأربعة يتم على التوالي وبدون إرجاع: **أ-** ما هو عدد طرق السحب **ب-** ما هو عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء وكرة خضراء بهذا الترتيب **ج-** ما هو عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء وكرة خضراء **د-** ما هو عدد طرق السحب للحصول على الأقل على 3 كرات خضراء

2- بكم طريقة يمكن تقسيم مجموعة مؤلفة من 20 شخص إلى 4 مجموعات جزئية مؤلفة من 2، 5، 7 و6 أشخاص أو 4 مجموعات جزئية مؤلفة من 5 أشخاص

3- قسم يتكون من 20 طالبا 12 ذكر و8 إناث. نريد تكوين فريق يمثل هذا الفوج مكون من 5 طلبة. ما هو عدد الطرق لتشكيل هذا الفريق. ما هو عدد الفرق التي تحقق الشروط التالية: **أ-** عناصر الفريق من نفس الجنس **ب-** عناصر الفريق من جنسين مختلفين **ج-** الفريق يحتوي 3 ذكور و2 إناث **د-** الفريق يحتوي طالبة على الأكثر. نفرض أنه يوجد في هذا القسم طالب **(X)** وأخته **(Y)**. فما هو عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب **(X)** وأخته **(Y)** معا، وما هو عدد الفرق التي تحتوي الطالب **(X)** ولا توجد فيها أخته **(Y)**

الحل النموذجي للسلسلة الثانية

حل التمرين الأول

1- أ/ عدد طرق ترتيب الأجزاء السبع للموسوعة (بما أننا بصدد ترتيب كافة الأجزاء فنتحدث هنا عن التبديلات، وبما أنه كذلك لا يمكن إيجاد جزء معين في مكانين مختلفين فتصبح التبديلات بدون تكرار) ومنه عدد الطرق المطلوبة هو:

$$P_7 = 7! = 5040 \text{ (طريقة)}$$

1- ب/ عند ترتيب الأجزاء 1، 2 و3 جنبا إلى جنب يمكن اعتبارهم كجزء واحد، ونصبح بالتالي بصدد ترتيب 5 أجزاء عوض 7 أجزاء ومنه عدد الطرق المطلوبة هو:

$$P_5 = 5! = 120 \text{ (طريقة)}$$

2- أ/ عدد الأعداد ذات 7 أرقام التي يمكن تشكيلها باستعمال الرقم 1 مرتين والرقم 2 ثلاث مرات والرقم 3 مرتين

$$\tilde{P}_7 = \frac{7!}{2! \times 3! \times 2!} = 210 \text{ (عدد)}$$

2- ب/ عدد الكلمات ذات 10 حروف والتي يمكن تشكيلها باستخدام كلمة " الاحتمالات "

كلمة الاحتمالات تحتوي على 4 مرات الحرف "أ" ومرتين الحرف "ل" ومرة واحدة الحرف "ح" ومرتين الحرف "ت" ومرة واحدة الحرف "م"، ومنه عدد الكلمات المطلوبة هو:

$$\tilde{P}_{10} = \frac{10!}{4! \times 2! \times 1! \times 2! \times 1!} = 37800 \text{ (كلمة)}$$

3- أ/ عدد طرق ترتيب المجموعة

$$P_{12} = 12! = 479001600 \text{ (طريقة)}$$

3- ب/ عدد طرق ترتيب المجموعة شرط جمع كتب كل مادة معا

يمكن اعتبار كتب الرياضيات كتابا واحدا وكذلك باقي كتب المواد الأخرى. وعليه، نصبح بصدد ترتيب 4 كتب عوض 12 ومنه:

$$P_4 = 4! = 24 \text{ (طريقة)}$$

هذا بالنسبة لترتيب المجموعة، وتجدر الإشارة كذلك إلى أن هناك أيضا الترتيب داخل كل مجموعة جزئية. و منه، فالترتيب العام يصبح من الشكل

$$24(5! \times 3! \times 2! \times 2!) = 69120 \text{ (طريقة)}$$

حل التمرين الثاني

1- عدد طرق تكوين عدد من 4 أرقام مع عدم التكرار

$$A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840 \text{ (عدد)}$$

☜ الأعداد التي تقل عن 5000

ومنه يصبح لدينا:

$$3 \times 6 \times 5 \times 4 = 360 \text{ (عدد)}$$

☜ الأعداد الزوجية

ومنه يصبح لدينا:

$$4 \times 5 \times 6 \times 4 = 480 \text{ (عدد)}$$

☜ الأعداد الفردية:

$$840 - 480 = 360 \text{ (عدد)}$$

☜ الأعداد التي تقبل القسمة على 5

ومنه يصبح لدينا:

$$4 \times 5 \times 6 \times 1 = 120 \text{ (عدد)}$$

2- أ/ عدد اللجان التي يمكن تكوينها هو:

$$A_{27}^{3} = 17550 \text{ (لجنة)}$$

2- ب/ عدد اللجان التي يكون أمينها العام امرأة هو:

$$A_{12}^{1} \times A_{26}^{2} = 7800 \text{ (لجنة)}$$

2- ج/ عدد اللجان التي يكون رئيسها رجلا و أمينها العام امرأة هو:

$$A_{15}^{1} \times A_{12}^{1} \times A_{25}^{1} = 4500 \text{ (لجنة)}$$

2- د/ عدد اللجان التي يكون رئيسها و نائبه من جنسين مختلفين هو:

$$(A_{15}^{1} \times A_{12}^{1} \times A_{25}^{1}) \times 2 = 9000 \text{ (لجنة)}$$

2- هـ/ عدد اللجان التي لا يترأسها السيد "X" هو:

عدد اللجان الكلي – عدد اللجان التي يترأسها السيد "X"

عدد اللجان التي يترأسها السيد "X" هو:

$$A_{26}^{2} = 650 \text{ (لجنة)}$$

ومنه عدد اللجان التي لا يترأسها السيد "X" هو:

$$A_{27}^{3} - A_{26}^{2} = 17550 - 650 = 16900 \text{ (لجنة)}$$

2- و/ عدد اللجان المختلطة هو:

عدد اللجان الكلي – عدد اللجان من نفس الجنس

عدد اللجان من نفس الجنس هو:

$$A_{15}^{3} + A_{12}^{3} = 1320 + 2730 = 4050 \text{ (لجنة)}$$

ومنه عدد اللجان المختلطة هو:

$$A_{27}^{3} - (A_{15}^{3} + A_{12}^{3}) = 17550 - 4050 = 13500 \text{ (لجنة)}$$

حل التمرين الثالث

1-1- أ/ بما أن سحب الكرات الأربع يتم في آن واحد فإن عدد طرق السحب هو:

$$C_{10}^{4} = 210 \text{ (طريقة)}$$

1-1 ب/ لسحب 4 كرات من نفس اللون، يجب سحب 4 كرات حمراء، ويكون عندئذ عدد طرق السحب هو:

$$C_{7}^{4} = 35 \text{ (طريقة)}$$

1-1 ج/ يكون عدد الكرات الحمراء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء المسحوبة عندما نسحب 3 كرات حمراء و كرة خضراء أو نسحب 4 كرات حمراء. و منه، عدد طرق السحب في هذه الحالة هو:

$$C_{7}^{3} \times C_{3}^{1} + C_{7}^{4} = 105 + 35 = 140 \text{ (طريقة)}$$

2-1 أ/ عدد طرق السحب لأربع كرات على التوالي و بدون إرجاع هو:

$$A_{10}^{4} = 5040 \text{ (طريقة)}$$

2-1 ب/ عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء وكرة خضراء بهذا الترتيب

$$A_{7}^{3} \times A_{3}^{1} = 630 \text{ (طريقة)}$$

2-1 ج/ عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء وكرة خضراء

إذا رمزنا للكرة الحمراء بالرمز R وللكرة الخضراء بالرمز V، فيكون سحب 3 كرات حمراء وكرة خضراء كما يلي:

$$(R,R,R,V);(R,R,V,R);\ (R,V,R,R);\ (V,R,R,R)$$

ومنه، عدد طرق السحب المطلوبة هو:

$$(7 \times 6 \times 5 \times 3) \times 4 = 2520 \text{ (طريقة)}$$

2-1 د/ عدد طرق السحب للحصول على الأقل على 3 كرات خضراء

إذا رمزنا للكرة الحمراء بالرمز R و للكرة الخضراء بالرمز V، فيكون سحب 3 كرات خضراء على الأقل كما يلي:

$$(V,V,V,R);(V,V,R,V);\ (V,R,V,V);\ (R,V,V,V)$$

ومنه، عدد طرق السحب المطلوبة هو:

$$(A_{3}^{3} \times A_{7}^{1}) \times 4 = 168 \text{ (طريقة)}$$

2- أ/ عدد طرق الحصول على 4 مجموعات تتألف من 2 ،5، 7 و6 أفراد

$$C_{20}^{2} \times C_{18}^{5} \times C_{13}^{7} \times C_{6}^{6} = 2793510720$$

2- ب/ عدد طرق الحصول على 4 مجموعات تتألف كل منها من 5 أفراد

$$C_{20}^{5} \times C_{15}^{5} \times C_{10}^{5} \times C_{5}^{5} = 11732745024$$

1-3 عدد الطرق لتشكيل هذا الفريق هو:

$$C_{20}^{5} = 15504 \text{ (فريق)}$$

1-3 أ/ عدد الفرق التي تحتوي عناصر من نفس الجنس هو:

$$C_{12}^{5} + C_{8}^{5} = 848 \text{ (فريق)}$$

1-3 ب/ عدد الفرق التي تحتوي عناصر من جنسين مختلفين هو:

عدد الفرق الكلي – عدد الفرق التي تحتوي عناصر من نفس الجنس

$$C_{20}^{5} - (C_{12}^{5} + C_{8}^{5}) = 15504 - 848 = 14656 \text{ (فريق)}$$

1-3 ج/ عدد الفرق التي تحتوي 3 ذكور و2 إناث هو:

$$C_{12}^{3} \times C_{8}^{2} = 6160 \text{ (فريق)}$$

1-3 د/ عدد الفرق التي تحتوي طالبة على الأكثر هو:

$$C_{12}^{4} \times C_{8}^{1} + C_{12}^{5} \times C_{8}^{0} = 4752 \text{ (فريق)}$$

2-3 أ/ عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب (X) وأخته (Y) معا هو:

عدد الفرق الكلي – عدد الفرق التي تحتوي الطالب وأخته معا

عدد الفرق التي تحتوي الطالب وأخته هو الفرق التي يتم تشكيلها بإضافة 3 طلبة (يتم اختيارهم من بين 18 طالب) إلى الطالبين (X) و (Y). وعدد هذه الفرق هو:

$$C_{18}^{3} = 816 \text{ (فريق)}$$

ومنه، عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب (X) وأخته (Y) معا هو:

$$C_{20}^{5} - C_{18}^{3} = 15504 - 816 = 14688 \text{ (فريق)}$$

2-3 ب/ عدد الفرق التي تحتوي الطالب (X) ولا توجد فيها أخته (Y)

الفرق التي تحتوي الطالب (X) دون أخته (Y) يتم تشكيلها باختيار 4 طلبة من بين 18 طالب يتم اضافتهم للطالب (X) و عددها

$$C_{18}^{4} = 3060 \text{ (فريق)}$$