

Chapitre 5 : modèles et espaces perceptuels, modèles et espaces physiques corrigés

1 Modèle RGB et modèles perceptuels

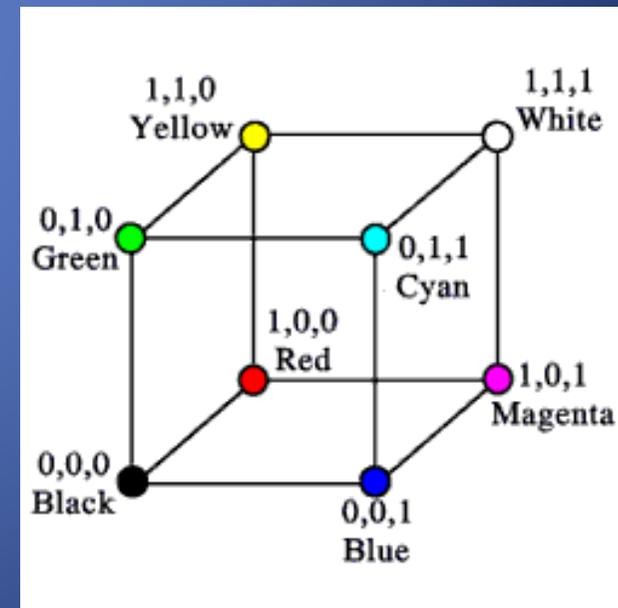
1.1 Cube RGB

Dans le modèle RGB, une couleur est représentée par un *triplet de nombres (R; G; B)*. On prendra ces nombres *dans l'intervalle [0,1]* pour simplifier les formules. Pour obtenir les valeurs utilisées dans la plupart des logiciels, *multiplier par 255 pour obtenir des valeurs comprises entre 0 et 255* (soit $256 = 2^8$ valeurs différentes possibles par canal de couleur).

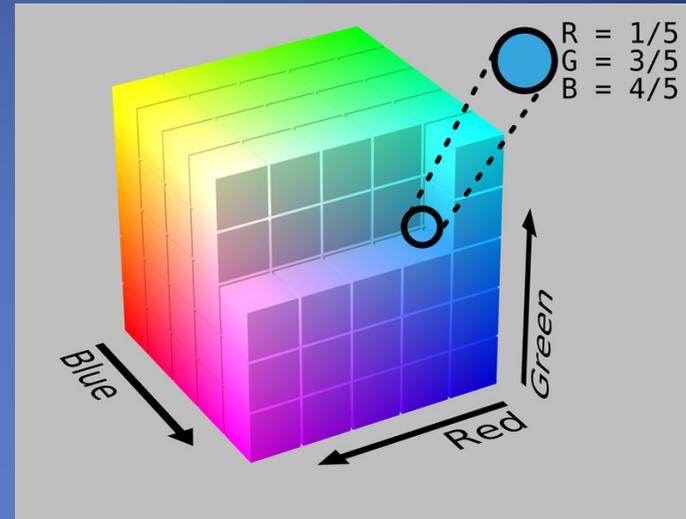
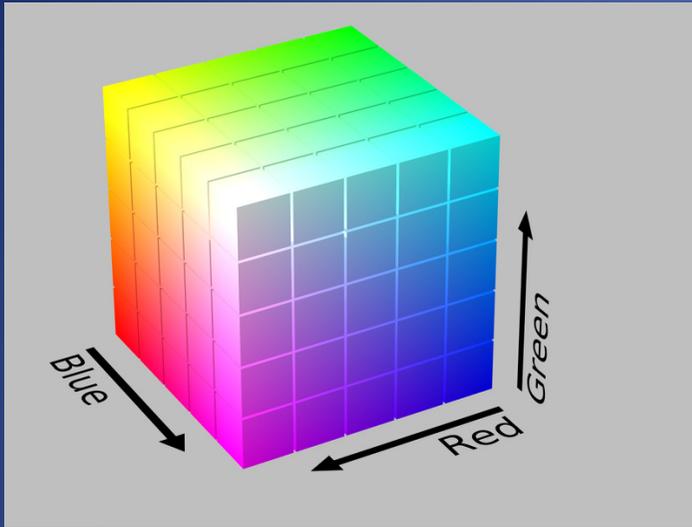
On représente le *modèle RGB* spatialement par un *cube*.

Les *sommets du cube* sont :

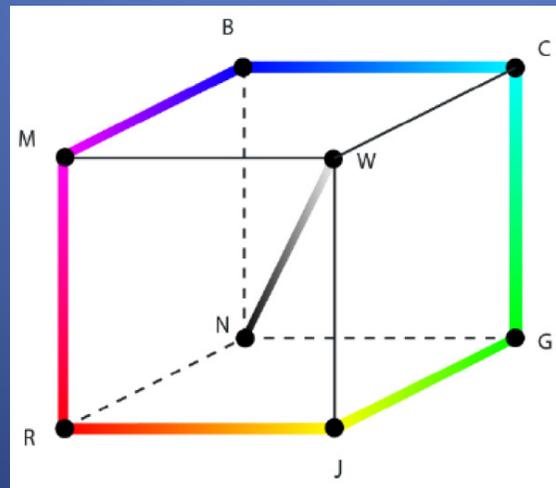
- ✓ le *blanc* et le *noir*, diamétralement opposés, représentés respectivement par les points $(1; 1; 1)$ et $(0; 0; 0)$;
- ✓ les *rouge*, *vert* et *bleu* purs, situés sur les axes de coordonnées, et représentés respectivement par $(1; 0; 0)$, $(0; 1; 0)$ et $(0; 0; 1)$;
- ✓ les *jaune*, *cyan* et *magenta* purs, correspondant à des mélanges de deux des couleurs précédentes : jaune = rouge + vert, représenté par $(1; 1; 0)$; cyan = vert + bleu représenté par $(0; 1; 1)$; magenta = rouge + bleu, représenté par $(1; 0; 1)$.



Représentation du cube RGB et identification d'une couleur par son triplet RGB



On remarque un *hexagone* (dans l'espace) sur le cube : celui forme en suivant les *arêtes du cube* sans passer par blanc et noir, donc en suivant le chemin Rouge-Jaune-Vert-Cyan-Bleu-Magenta-Rouge. C'est la « *roue des couleurs* ».



1.2 Variables perceptuelles, généralités

Les *quantités suivantes* seront *utilisées pour définir les variables perceptuelles* :

$$M := \max(R; G; B) \text{ et } m := \min(R; G; B)$$

Les *différents modèles perceptuels* (en particulier les modèles TSL/HSL et TSV/HSV qui nous intéressent ici) utilisent comme *variables* les notions de :

- ✓ *Teinte* (en anglais *hue*) ;
- ✓ *Saturation* (idem en anglais) ou *Chroma* (idem en anglais) ;
- ✓ *Luminosité* ou *Valeur* ou *intensité* (en anglais *lightness* ou *value* ou *intensity*).

1.2.1 Teinte (hue)

La *teinte* T est un *angle exprimé en degrés* $[0; 360]$. Ce nombre représente la « *couleur* » de la couleur et correspond à un *point sur la roue des couleurs*.

On s'attend évidemment à ce que les gris n'aient pas de teinte bien définie... Par conséquent, la *Teinte ne sera pas définie sur l'axe des gris*.

La *formule de conversion* $(R; G; B)$ vers T *diffère suivant les sources*. Il s'agit essentiellement, comme on l'a vu, de *paramétrer par un angle l'hexagone* de la roue des couleurs du cube RVB, et plusieurs paramétrages sont possibles.

Par exemple, dans les modèles HSV/TSV ou HSL/TSL (formule en degrés) :

$$\begin{cases} T = 60 \frac{G - B}{M - m} & \text{si } M = R \\ T = 120 + 60 \frac{B - R}{M - m} & \text{si } M = G \\ T = 240 + 60 \frac{R - G}{M - m} & \text{si } M = B \end{cases}$$

Ou encore, dans le modèle HSI/TSI (formule en radians) :

$$\begin{cases} T = \arccos \sqrt{\frac{R - G/2 - B/2}{R^2 + G^2 + B^2 - RG - RB - GB}} & \text{si } B > G \\ T = 2\pi - \arccos \sqrt{\frac{R - G/2 - B/2}{R^2 + G^2 + B^2 - RG - RB - GB}} & \text{sinon} \end{cases}$$

D'autres paramétrisations sont utilisées (par exemple, le logiciel Gimp utilise une autre formule que les deux précédentes).

On peut cependant affirmer ceci de toutes les formules de conversion utilisées :

- ✓ la *Teinte n'est pas définie sur la diagonale des gris du cube*, c'est à dire sur les triplets (R; G; B) pour lesquels $R = G = B$ (un gris n'a pas de « couleur ») ;
- ✓ si on prend un *demi-plan de l'espace qui s'appuie sur cette diagonale des gris* et qu'on construit l'intersection avec le cube (plein), on obtient un *triangle* (plein) qui est *iso-teinte*, et tous les triangles ainsi construits sont de teintes différentes.
- ✓ on envoie *bijectivement* (et même homéomorphiquement pour les mathématiciens) *l'hexagone trace sur le cube* (voir plus haut) sur le *cercle unité* : Rouge va (en radians) sur 0, Jaune sur $\pi/3$, Vert sur $2\pi/3$, Cyan sur π , Bleu sur $4\pi/3$, Magenta sur $5\pi/3$.

1.2.2 Saturation ou chroma

La *saturation S* ou la *chroma* est une quantité qui exprime le « *contraste de couleur* » d'une couleur. Elle est *comprise entre 0* (désaturation totale) *et 1* (saturation totale), ou bien *entre 0 et 100* en multipliant par 100 (et on la voit alors comme un *pourcentage de saturation*).

Même si la formule (R; G; B) vers S est différente selon les modèles, il faut penser à S comme à une *mesure radiale*.

Les *gris* (et eux seuls) seront les couleurs *totalelement désaturées*. Ce sont les couleurs pour lesquelles les *trois composantes RGB sont identiques*. On peut donc s'attendre à ce que la Saturation d'une couleur prenne en compte la différence entre ses composantes RGB, et c'est bien le cas dans les formules (mais cela peut se faire de façons différentes, voir plus bas).

1.2.3 Luminosité ou valeur ou intensité (lightness ou value ou intensity)

La quantité *Luminosité L* ou *Valeur V* exprime la « *clarté* » des couleurs. Elle dépend explicitement des modèles en ce sens que son nom change suivant le modèle (alors que la saturation, elle, a toujours le même nom même si sa formule diffère).

Elle est *comprise entre 0 et 1*, ou bien *entre 0 et 100* en multipliant par 100. En pratique, cette grandeur s'obtient en faisant une « *moyenne* » des composantes RGB d'une couleur.

1.3 Modèle et espaces TSV (HSV ou HSB)

1.3.1 Définition

TSV signifie « *teinte, saturation, valeur* » ; on utilise aussi les termes anglais *HSV* (*hue, saturation, value*) ou *HSB* (*hue, saturation, brightness*).

Le modèle de l'espace TSV a été créé en 1978 par Alvy Ray Smith. Il consiste en une *transformation non-linéaire de l'espace de couleur RVB*.

Basé sur nos sensations chromatiques, le modèle TSV est aussi un *modèle intuitif*.

Le modèle de l'espace TSV est un *dérivé de l'espace RVB* où la *luminosité évolue* comme sur un écran RVB *entre le noir et la luminosité maximum des couleurs primaires*.

Le modèle TSV est particulièrement utilisé dans les applications graphiques. Il a pris une place prépondérante avec l'avènement de l'informatique.

Le modèle TSV a de *très fortes affinités avec la synthèse additive*. C'est en quelque sorte *l'adaptation du modèle RVB vers des critères perceptuels*.



1.3.2 Composantes perceptuelles

C'est un espace colorimétrique, défini en fonction de ses *trois composantes perceptuelles* :

✓ *Teinte/hue* : on code la teinte suivant l'*angle* qui lui correspond sur le *cercle des couleurs* :

➤ 0° ou 360° : rouge ;

➤ 60° : jaune ;

➤ 120° : vert ;

➤ 180° : cyan ;

➤ 240° : bleu ;

➤ 300° : magenta.

➤ la valeur de la teinte varie entre 0 et 360, mais est parfois normalisée entre 0 et 100 % ;

✓ *Saturation/idem* : la « *pureté* » de la couleur :

➤ elle varie entre 0 et 100 % ;

➤ elle est parfois appelée « pureté » ;

➤ plus la saturation d'une couleur est faible, plus l'image sera « grisée » et plus elle apparaîtra fade, il est courant de définir la « désaturation » comme l'inverse de la saturation ;

✓ *Valeur/brightness ou value* : la « *brillance* » de la couleur :

➤ elle varie entre 0 et 100% ;

➤ plus la *valeur* d'une couleur est faible, plus la couleur est sombre. Une *valeur* de 0 correspond au noir.



Image couleur

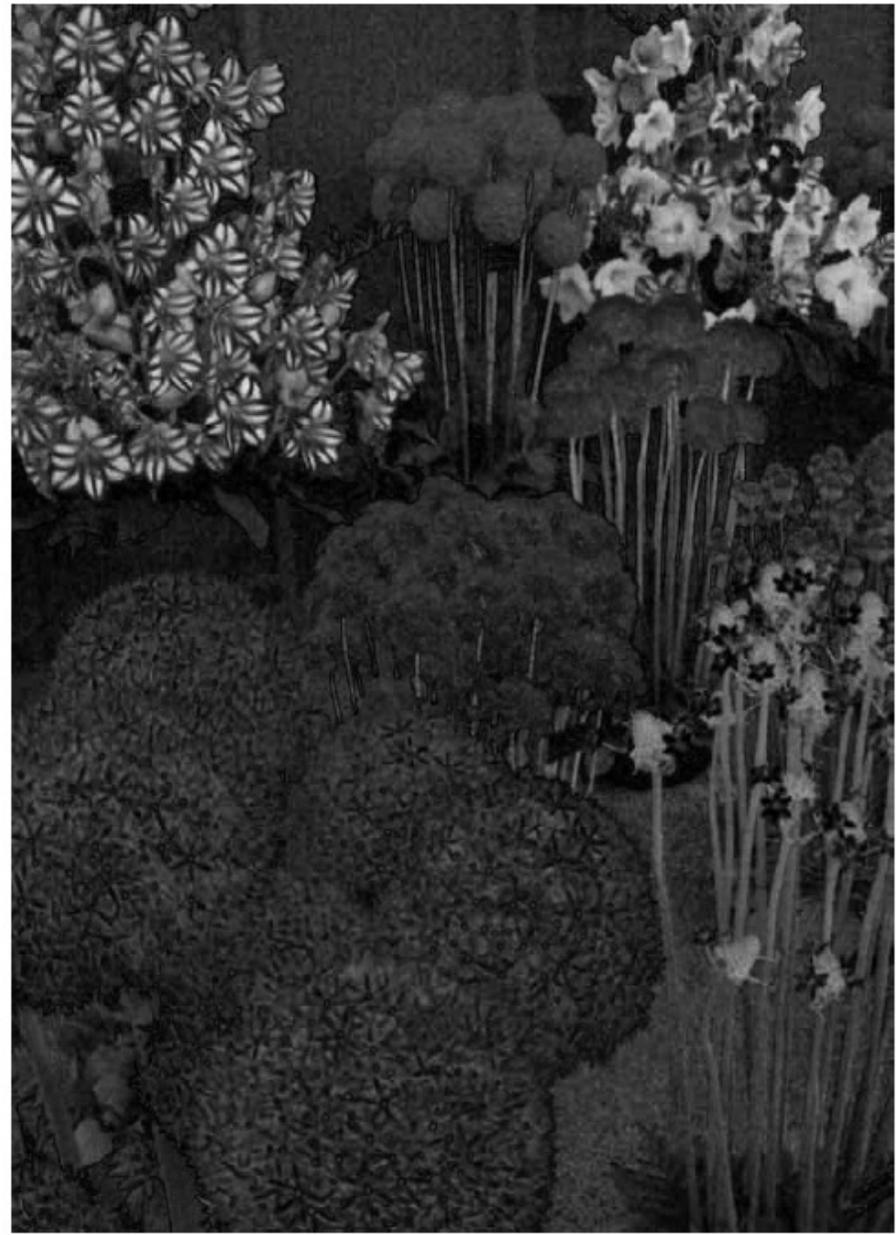


Composante valeur





Image couleur



Composante saturation





Image couleur



Composante teinte

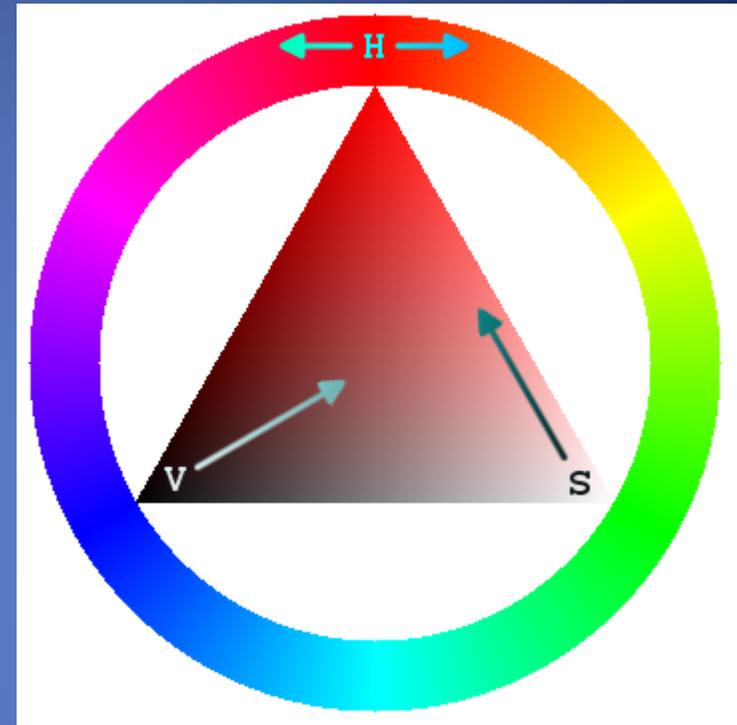
1.3.3 Roue TSV

Dans beaucoup de contextes applicatifs, un utilisateur est amené à choisir une couleur qui sera appliqué à un élément. Utilisée de cette manière, la *roue TSV* est souvent employée.

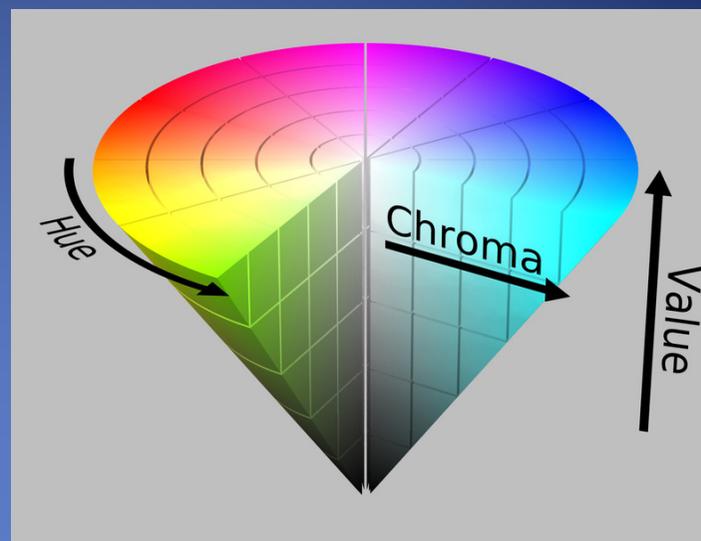
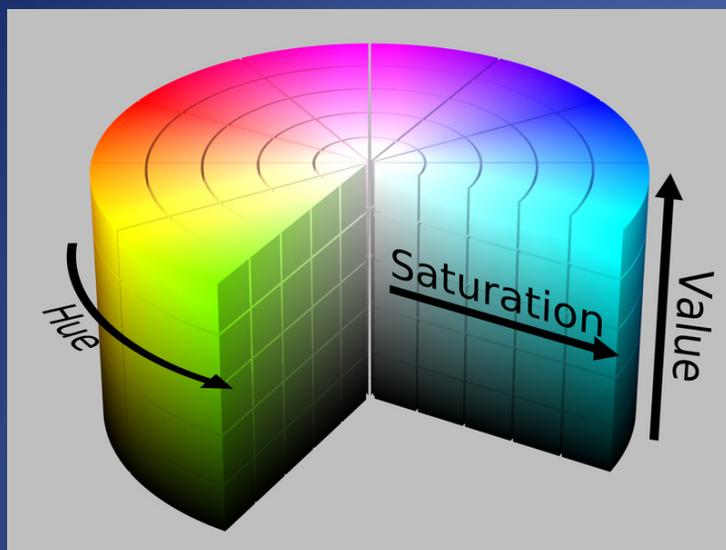
Ainsi, la *Teinte* est représentée par une *région circulaire* ; un *triangle* séparé peut être utilisé pour représenter la *Saturation* et la *Valeur*.

Typiquement, un côté du triangle représente *l'axe de Saturation*, alors que *l'axe perpendiculaire représente la Valeur*.

De cette manière, une couleur peut être choisie *d'abord en sélectionnant la Teinte sur la partie circulaire puis la Saturation et la Valeur sur le triangle*.



1.3.4 Représentations du modèle TSV/HSB



Représentation cylindrique et représentation conique de du modèle TSV

(1) Dans la *représentation cylindrique du modèle TSV*, on se représente un *cylindre vertical basé sur un disque ou un hexagone*. La *Valeur* est la *composante verticale* (0 en bas, 1 en haut), la *Teinte* est la *composante angulaire*, et la *Saturation* est la *composante radiale*. L'axe du cylindre est l'axe des gris.

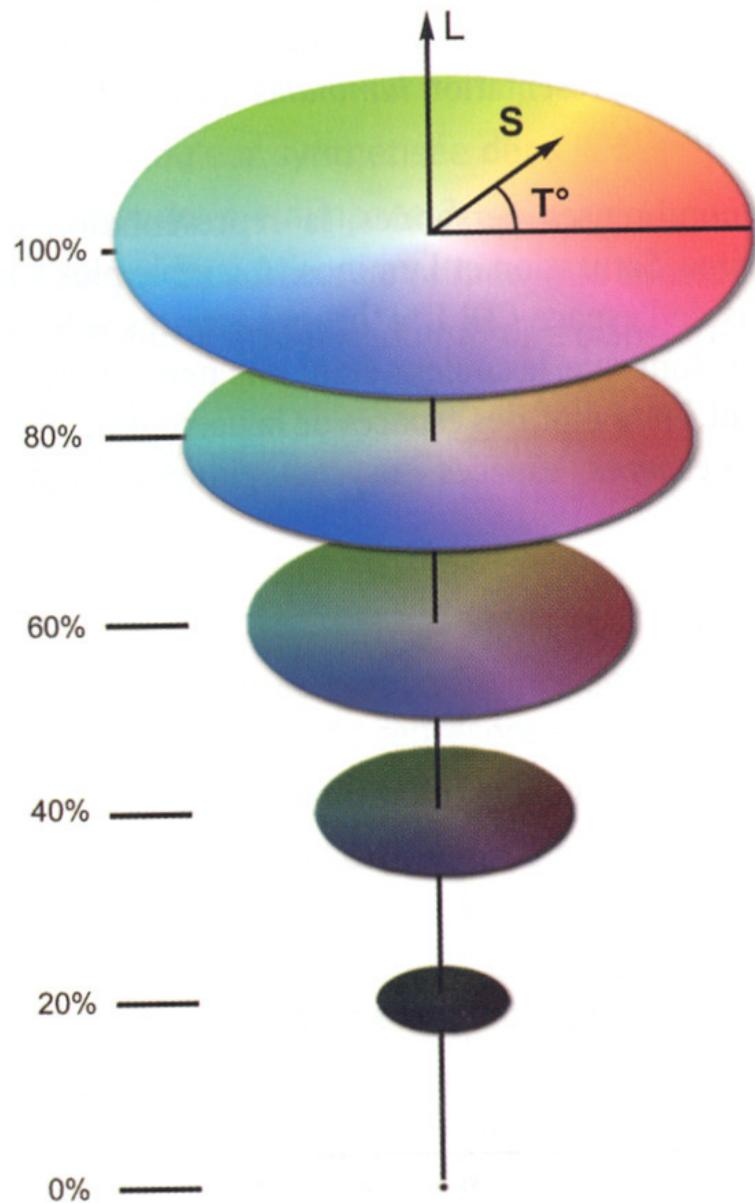
(2) La *représentation conique du modèle TSV* s'obtient à partir de la représentation cylindrique en *identifiant tous les points de Valeur nulle à un seul point* (le sommet du cône, situé en bas). Ici, la *composante radiale* est la *chroma*.

(3) La Valeur est maximale ($V = 1$) sur les trois faces du cube qui contiennent le blanc pur. Elle est minimale ($V = 0$) sur le noir pur uniquement.

(4) La « *roue des couleurs* » se situe *sur le bord du disque supérieur*. Il s'agit exactement des *couleurs totalement saturées de valeur maximale*.

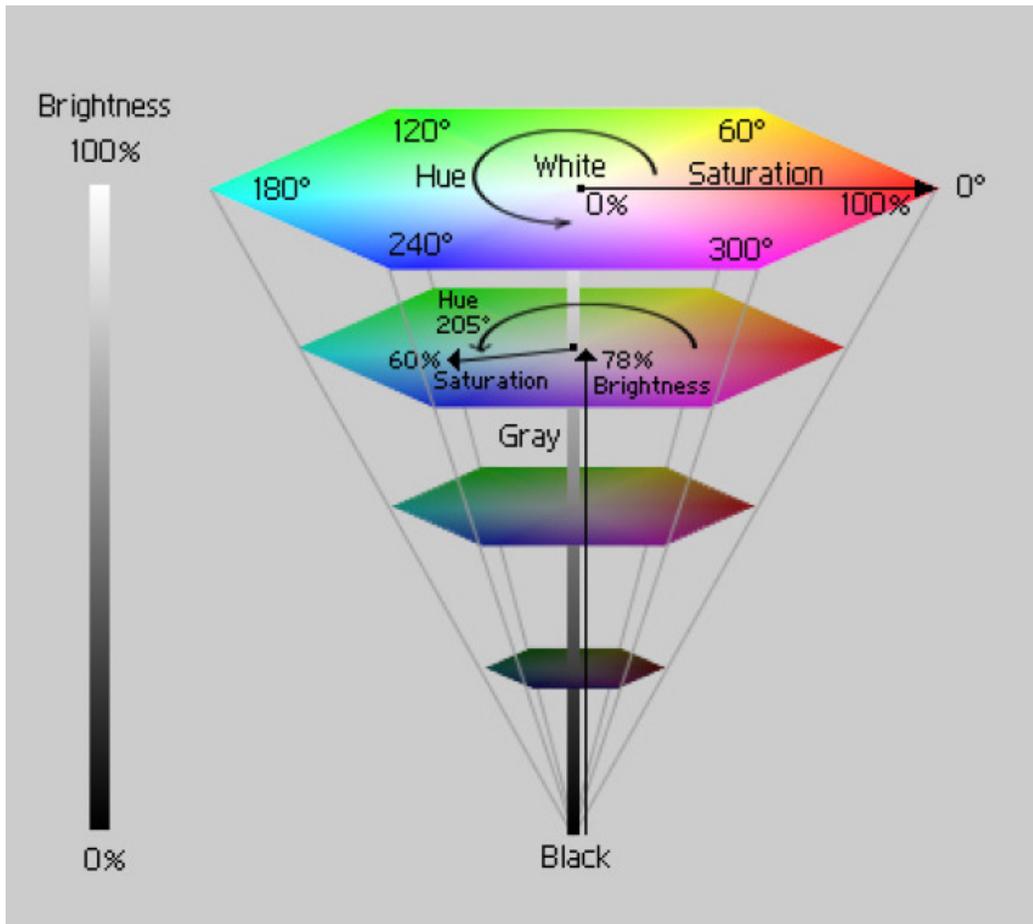
(5) Les *couleurs totalement saturées* sont celles dont *une des composantes RGB est nulle*.

1.3.5 Modèle TSV/HSV ou HSB



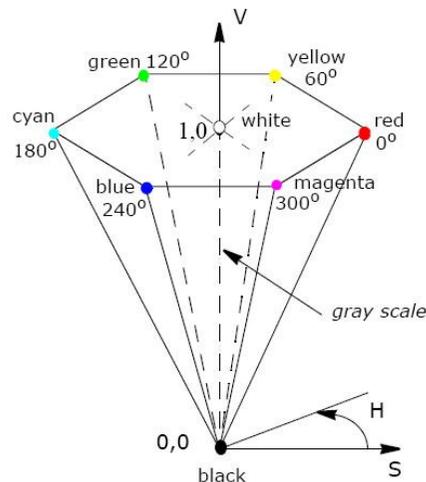
Modèle TSV en forme de cône unique. Le S correspond à la chroma

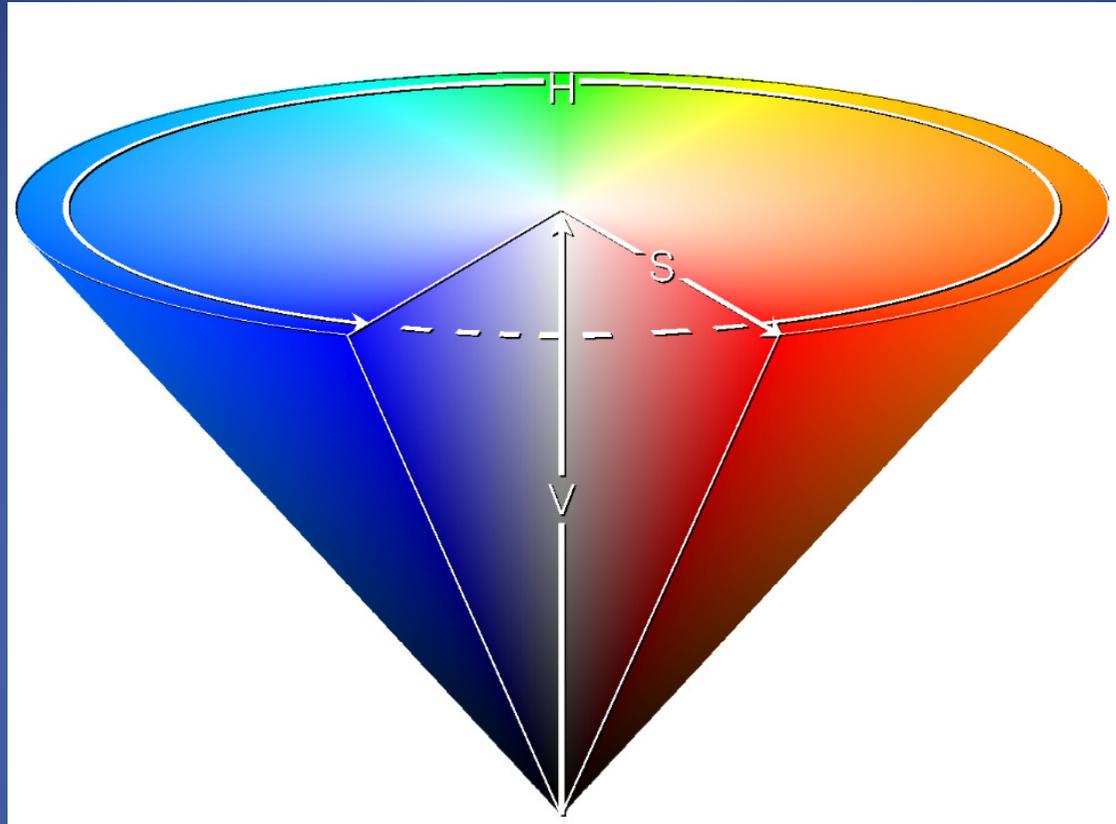




A noter :

- ✓ B= Valeur (Brightness)
- ✓ la Teinte (=Hue) est une composante angulaire, la Saturation est une composante radiale
- ✓ l'hexagone des couleurs « pures » est le *bord du niveau de valeur 100%* (maximale)
- ✓ l'axe des gris est l'axe de l' « hexacône » (= un cône)
- ✓ la *dissymétrie entre le Noir pur et le Blanc pur* (le Noir est le seul point de Valeur 0)





La représentation conique est bien adaptée pour représenter tout l'espace TSV en un seul objet.



1.3.6 La saturation et la luminosité dans le modèle TSV

Dans ce modèle, tout comme le RVB, la *saturation* nous pose un sérieux *problème intuitif*, car *elle n'évolue pas depuis le gris ou le noir vers la couleur vive, mais depuis le blanc vers la couleur vive.*

Ce n'est pas la conception habituelle ou populaire que nous avons de la saturation.

Dans ce système *l'échelle de la luminosité se fait en deux étapes sur deux axes perpendiculaires : d'abord du noir vers la couleur (luminosité ou valeur), puis de la couleur vers le blanc (saturation).*

1.3.7 Couleurs complémentaires

On définit deux *couleurs* comme *complémentaires* si *mélangées ensemble, elle produisent un gris.*

Soit une couleur (h, s, v) dans l'espace de couleur TSV, il existe un complément (h', s', v') tel que quand (h, s, v) et (h', s', v') sont mélangées en proportions égales, la saturation de la couleur produite vaut 0. Alors,

$$t' = \begin{cases} t - 180, & \text{si } t \geq 180 \\ t + 180, & \text{si } t < 180 \end{cases}$$
$$s' = \frac{v \times s}{v \times (s - 1) + 1}$$
$$v' = v \times (s - 1) + 1$$

1.4 Modèle TSL (HSL)

1.4.1 Définition

Le *modèle TSL* (acronyme de *Teinte, Saturation, Luminosité*) ou *HSL* en anglais (*hue, saturation, lightness*) est *le plus intuitif de tous les modèles colorimétriques*. Il est basé sur le ressenti de la perception humaine d'où son nom de *modèle perceptuel*.

Chaque critère de couleur est clairement séparé, ce qui en fait le *modèle le plus pratique* pour la retouche d'image ou l'ajustement des couleurs.

Il ne faut pas confondre le modèle TSL avec le modèle TSV présenté avant.



Les *trois variables* qui caractérisent le TSL sont :

- ✓ la *teinte/hue*, mesurée par un *angle de 0 à 360°* autour de la roue chromatique décrit toutes les couleurs du spectre et ses complémentaires,
- ✓ la *saturation* est mesurée sur un *rayon, du centre de la roue vers les bords* en partant des couleurs neutres (désaturées) vers les couleurs les plus vives (saturées ou pures). *Elle reflète bien la notion intuitive de coloration*, car elle va des couleurs vives vers le gris,
- ✓ la *luminosité/lightness*, mesurée sur l'*axe vertical* entre le noir (en bas, pas de lumière ou valeur 0) et le blanc (en haut, lumière maximum ou valeur 1).

C'est le *modèle de référence* pour les *artistes* et tous ceux qui sont amenés à faire des *mélanges de couleurs sous forme d'encre, de pigments ou de teintures*.

Le TSL a en effet de *fortes affinités avec la synthèse soustractive* et les modèles basés sur le CMJ (ou le CMJN).

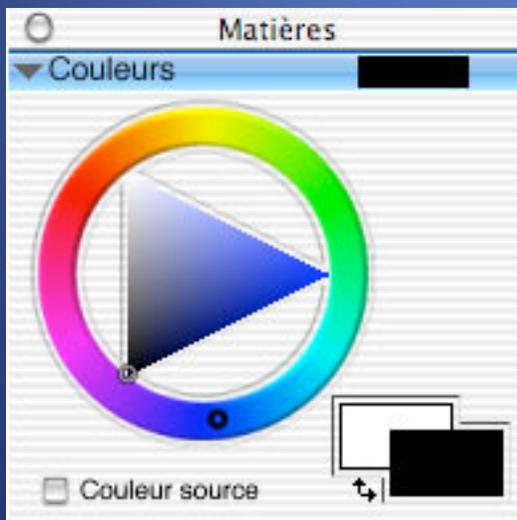


1.4.2 Roue TSL

Certains lui reprochent de ne pas représenter la saturation comme la définition officielle de la CIE, mais ici on est dans un système soustractif, ce qui fait que *le blanc pur est une couleur dont la saturation est maximum*.

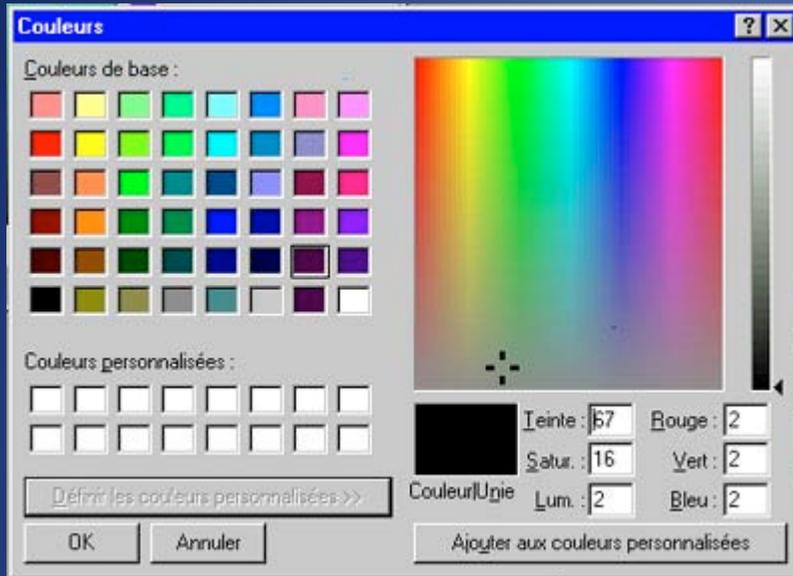
L'*avantage majeur* du modèle TSL est de *séparer clairement la composante luminosité des composantes chromatiques* : *teintes et saturation sont sur un même plan* en conformité avec la sensation colorée de l'œil et la *luminosité* quant à elle, est placée *sur un axe perpendiculaire*.

Ce modèle permet aussi de définir pour chaque teinte, un *plan de teinte constante* où les *couleurs varient en luminosité et saturation*.



Dans les logiciels de retouche d'image, les sélecteurs de couleurs ont une prédilection pour le mode TSL. Ici, celui de Painter.

Une coupe verticale dans le modèle TSL fait apparaître toutes les variations pour une même teinte. La *roue chromatique* associée à un *plan de teinte constante* est la représentation la plus pratique.

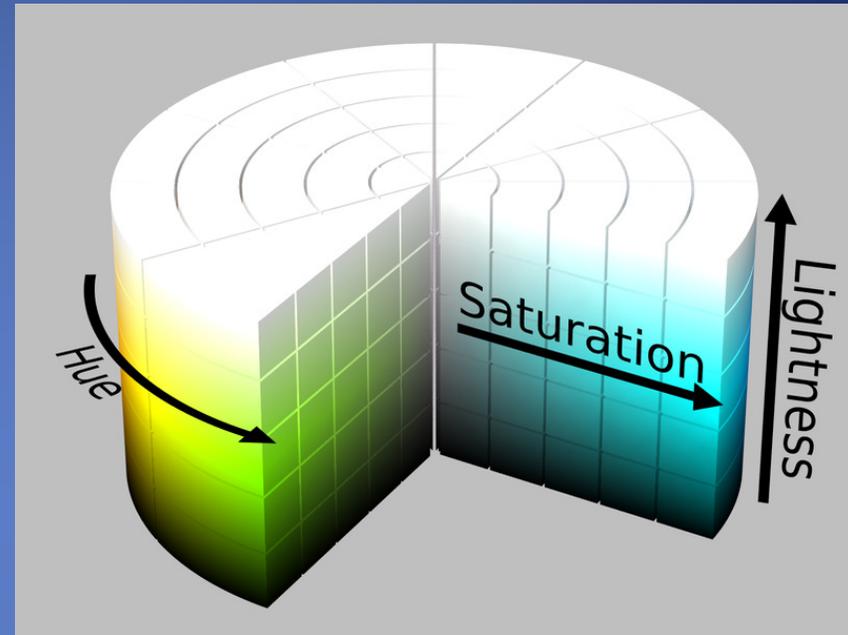
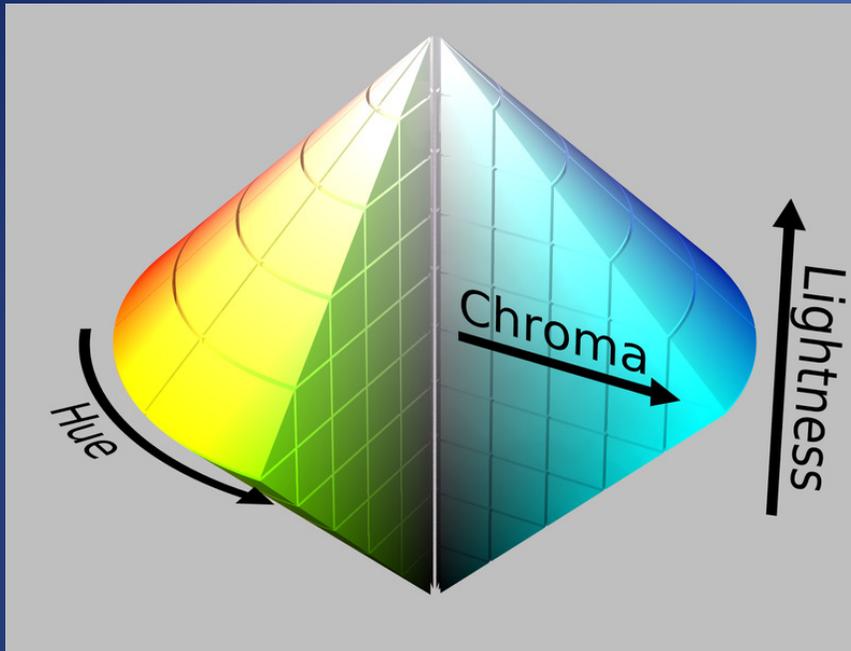


Le sélecteur couleur de Windows utilise le modèle TSL. C'est la méthode la plus intuitive : d'un côté le *carré des couleurs* donne accès aux *teintes* et aux *saturation*s, de l'autre, le *curseur vertical* est paramétrable du noir au blanc et encode donc la *luminosité*.



1.4.3 Représentations du modèle TSL/HSL

Représentation conique représentation cylindrique du modèle TSL



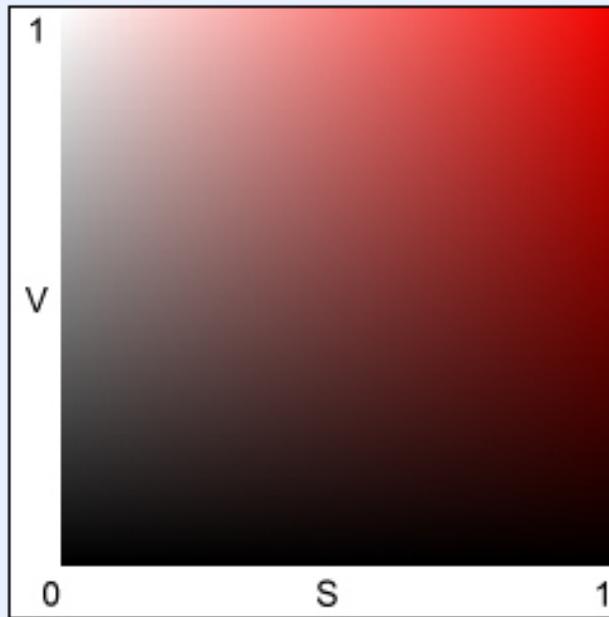
- (1) Ici la représentation géométrique prend la forme d'un *double cône* (deux cônes identiques recollés le long des disques), *posé verticalement sur un de ses sommets*. La *Teinte* est encore la *coordonnée angulaire*, la *chroma* est la *coordonnée radiale*, et la *Luminosité* est la *coordonnée verticale*.
- (2) On peut aussi le voir comme un *cylindre vertical*, comme dans le modèle précédent. La face inférieure du cylindre est un disque composé de noir pur, et la face supérieure est un disque de blanc pur (à la différence du modèle précédent). Ici, la *coordonnée radiale* est la *saturation*.
- (3) A nouveau, *l'axe du cylindre ou du cône* est *l'axe des gris*.

Ce modèle présente des *différences par rapport au modèle TSV*, qui le rend *plus intuitif* à utiliser :

- (a) Ce modèle est *plus symétrique que le précédent*. Le noir pur se trouve au sommet inférieur du double cône ; c'est l'unique point de Luminosité minimale ($L = 0$). Le blanc pur au sommet supérieur ; c'est l'unique point de Luminosité maximale ($L = 1$), ce qui est déjà une différence par rapport au modèle TSV .
- (b) A Teinte et Luminosité fixées, si on fait varier la Saturation on passe d'une couleur totalement saturée au gris pur de même Luminosité. C'est un avantage, pour l'utilisation pratique intuitive du modèle, par rapport au modèle précédent : dans TSV, a Luminosité maximale, on passait de couleurs totalement saturées au blanc pur.
- (c) Pour une Teinte et une Saturation fixées, la Luminosité fait passer du noir pur ($L = 0$) au blanc pur ($L = 1$) en passant par toute la gamme de couleurs correspondante. En revanche, dans le modèle TSV on passait du noir pur a une couleur qui n'était pas du blanc.
- (d) La *roue des couleurs* (l'hexagone du cube dans le modèle RGB, le bord du disque supérieur du cône dans le modèle TSV) est ici *au milieu du cône*, c'est le bord des disques selon lesquels les deux cônes sont recollés. La Luminosité y est $L = 1/2$.

Darkening in HSV *reduces* saturation.

Lightening in HSV *increases* saturation.

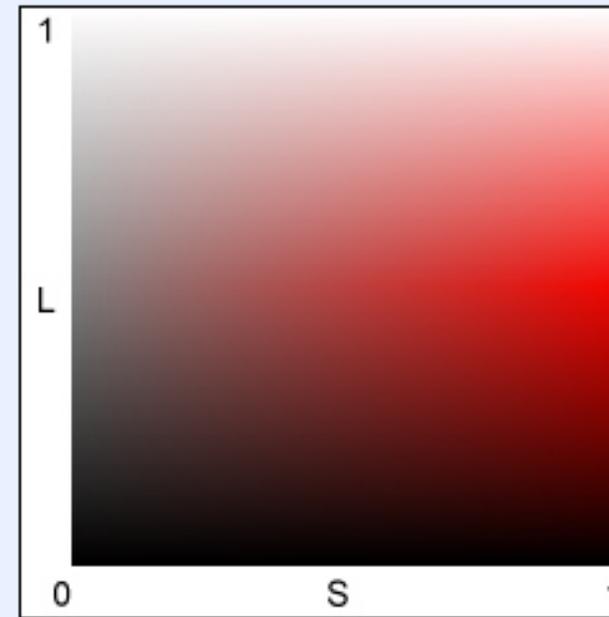


HSV

Best representation of saturation

Darkening in HSL *increases* saturation when $L > 0.5$.

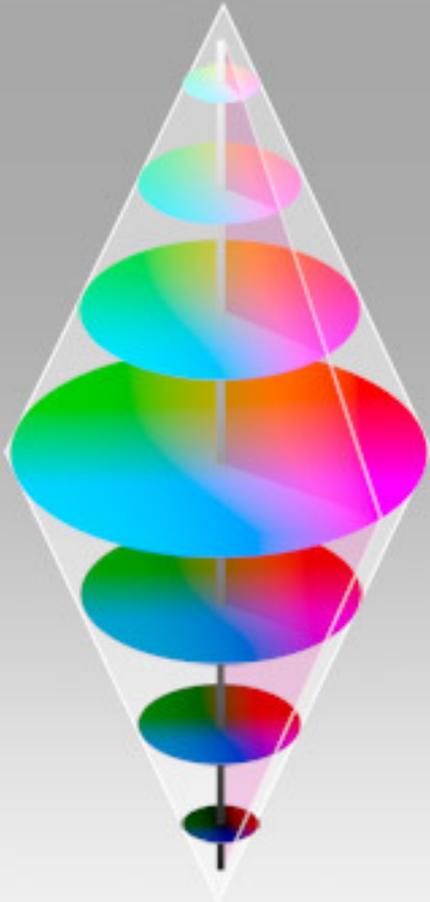
Lightening in HSL *reduces* saturation when $L > 0.5$.



HSL

Best representation of lightness



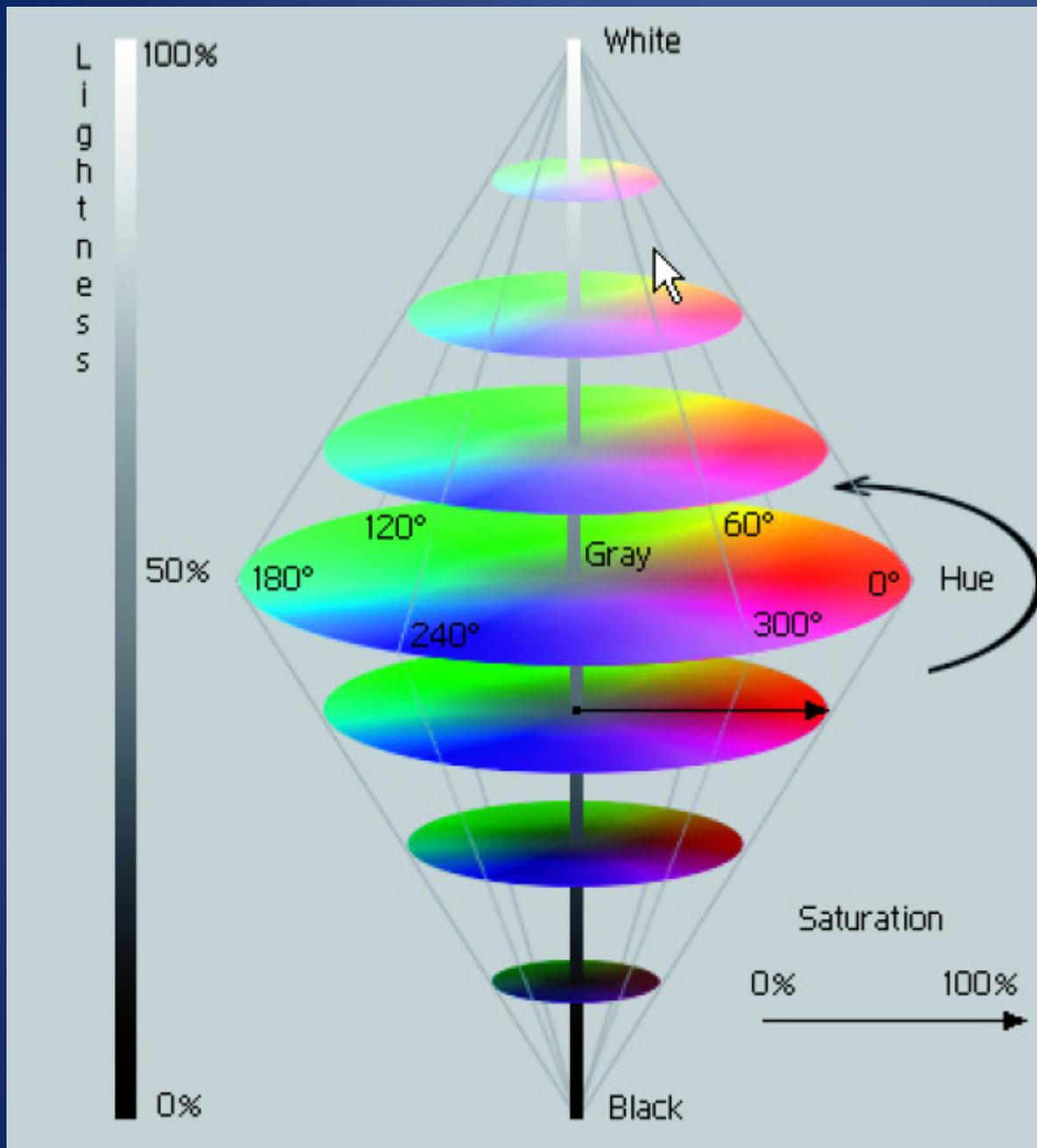


Le TSL est basé sur un *cercle chromatique* qui a l'*avantage* de présenter les *teintes complémentaires face à face* et dans l'ordre logique des couleurs spectrales.

En contrepartie, il a l'*inconvenient* d'apporter une *notation polaire* (exprimée en degrés autour du cercle) plus ou moins inexploitable pour les conversions vers les autres modèles.

Ce *gamut* en forme de *double cône* n'a *aucune légitimité mathématique*. C'est une adaptation à la simplicité. Dans ce modèle les mélanges entre complémentaires vont toujours donner une couleur neutre, et un gris à 50 % sur la roue chromatique centrale.

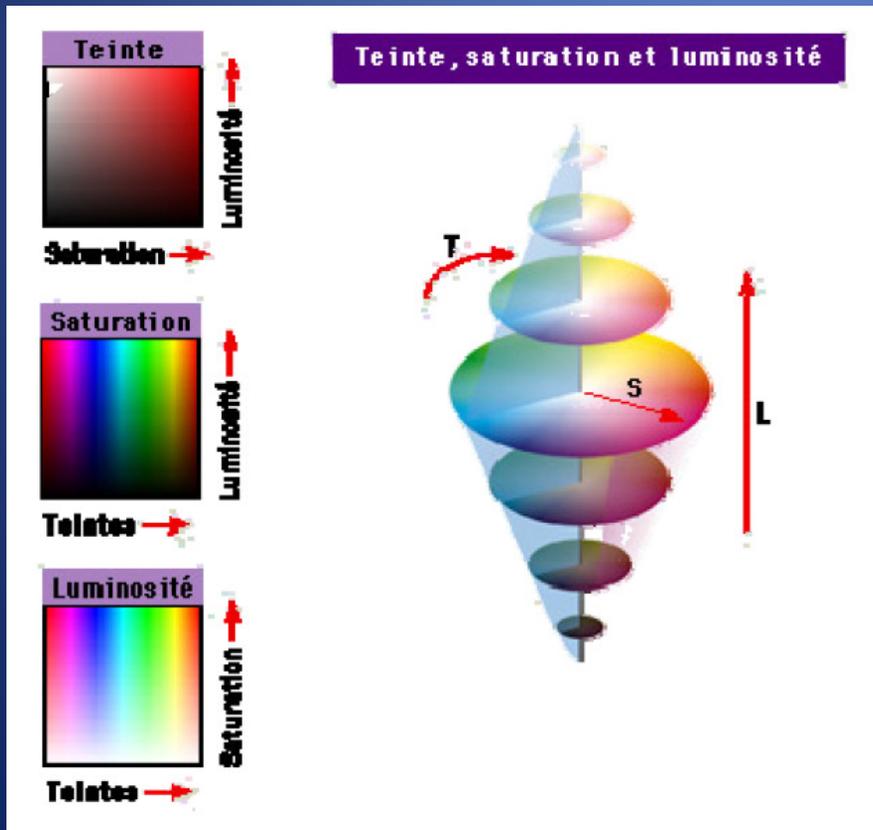
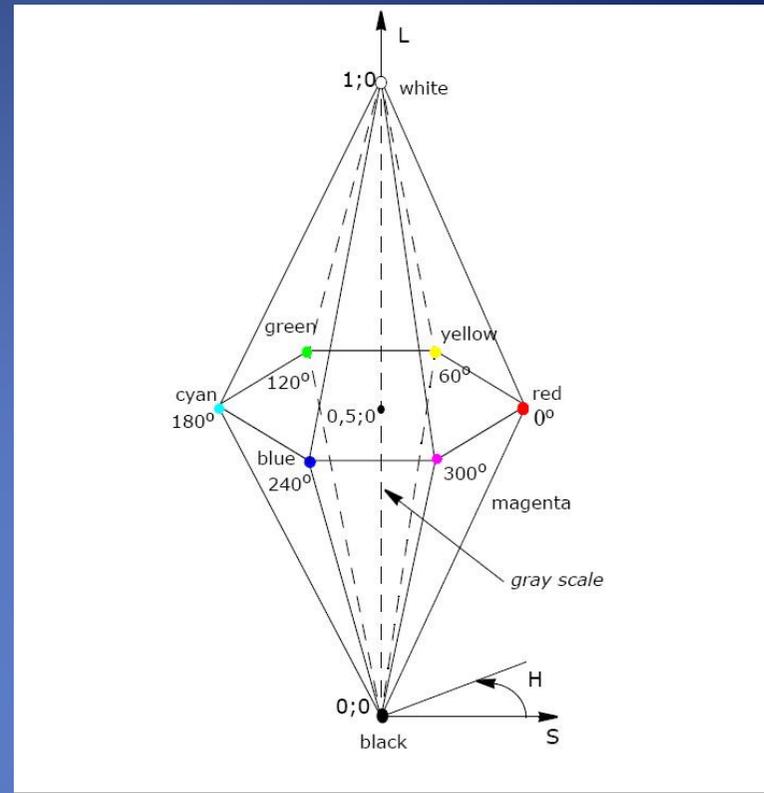
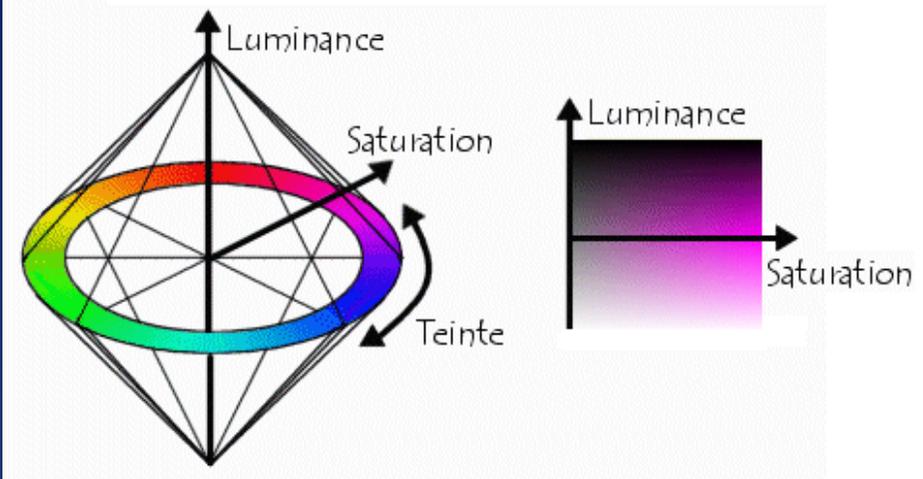




A noter :

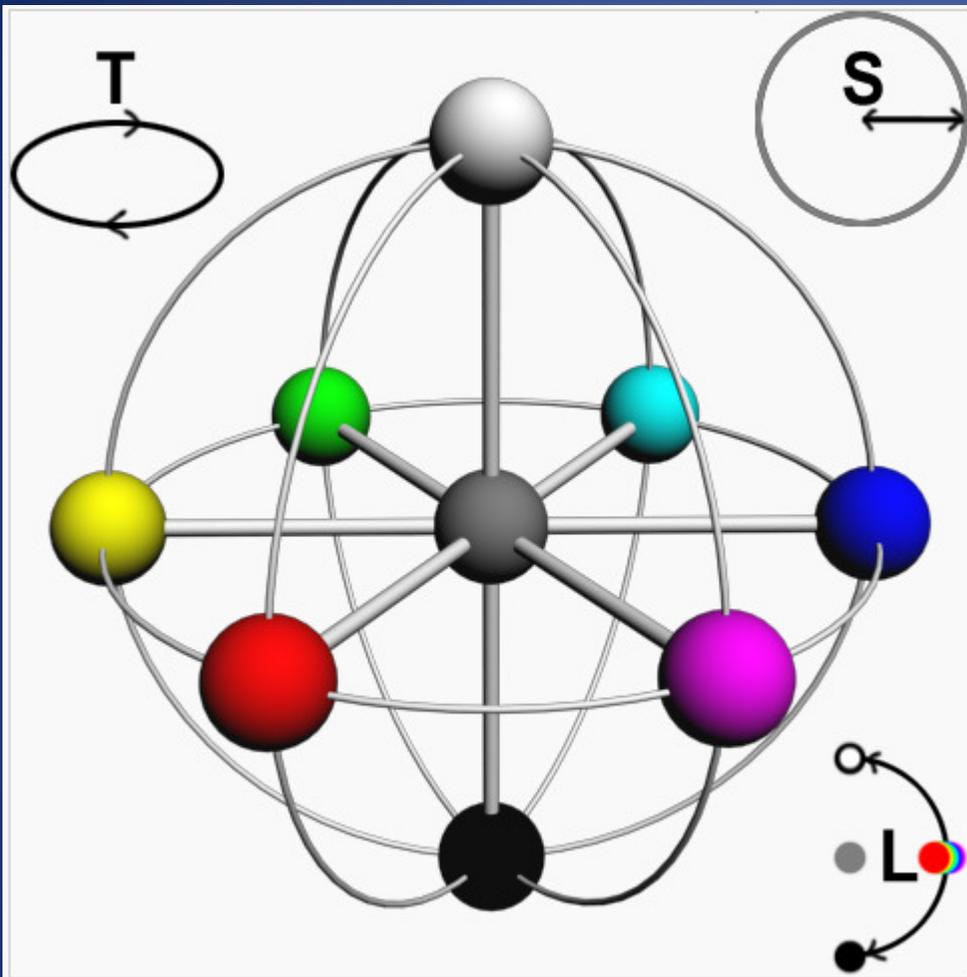
- ✓ L=Luminosité=Lightness
- ✓ la Teinte (=Hue) est une composante angulaire, la Saturation est une composante radiale
- ✓ l'hexagone des couleurs « pures » est le bord du niveau de luminosité 50% (milieu de 0% et 100%)
- ✓ l'axe des gris est l'axe du double cône
- ✓ la symétrie entre le Noir pur et le Blanc pur



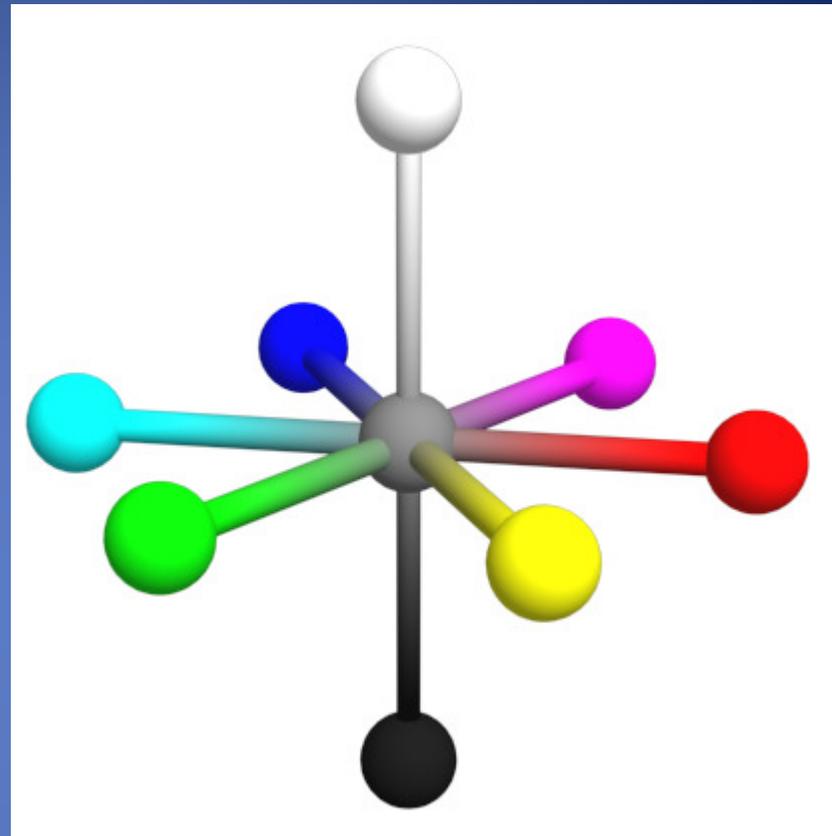


Modèle TLS : Ce modèle, qui ressemble très fort au modèle de Munsell, si ce n'est qu'il est plus « fin », est très répandu dans le domaine du traitement électronique de l'image.

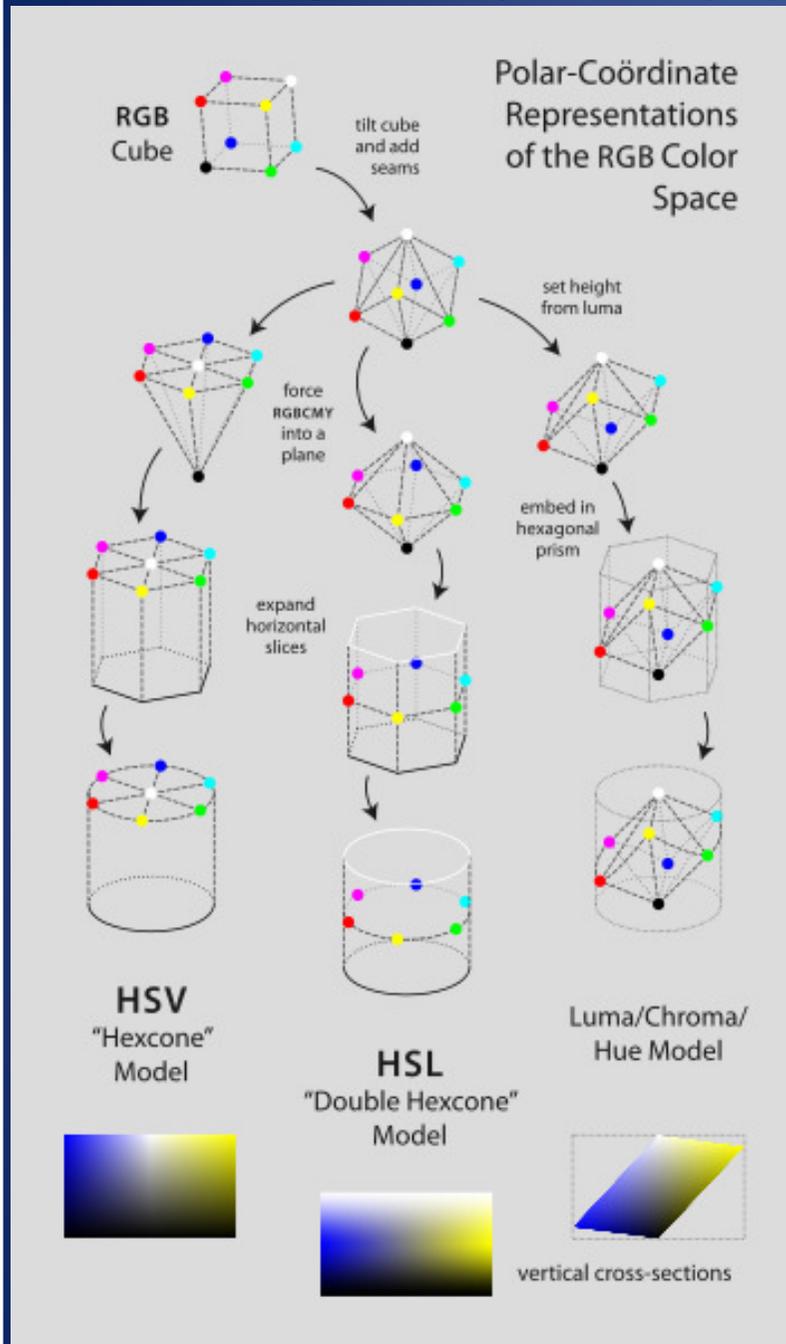




Représentation sphérique "possible" du TSL



1.5 Dérivation géométrique et analytique des modèles HSL et HSB



Les modèles HSL et HSB peuvent s'obtenir au départ du modèle RGB par un *raisonnement géométrique*.

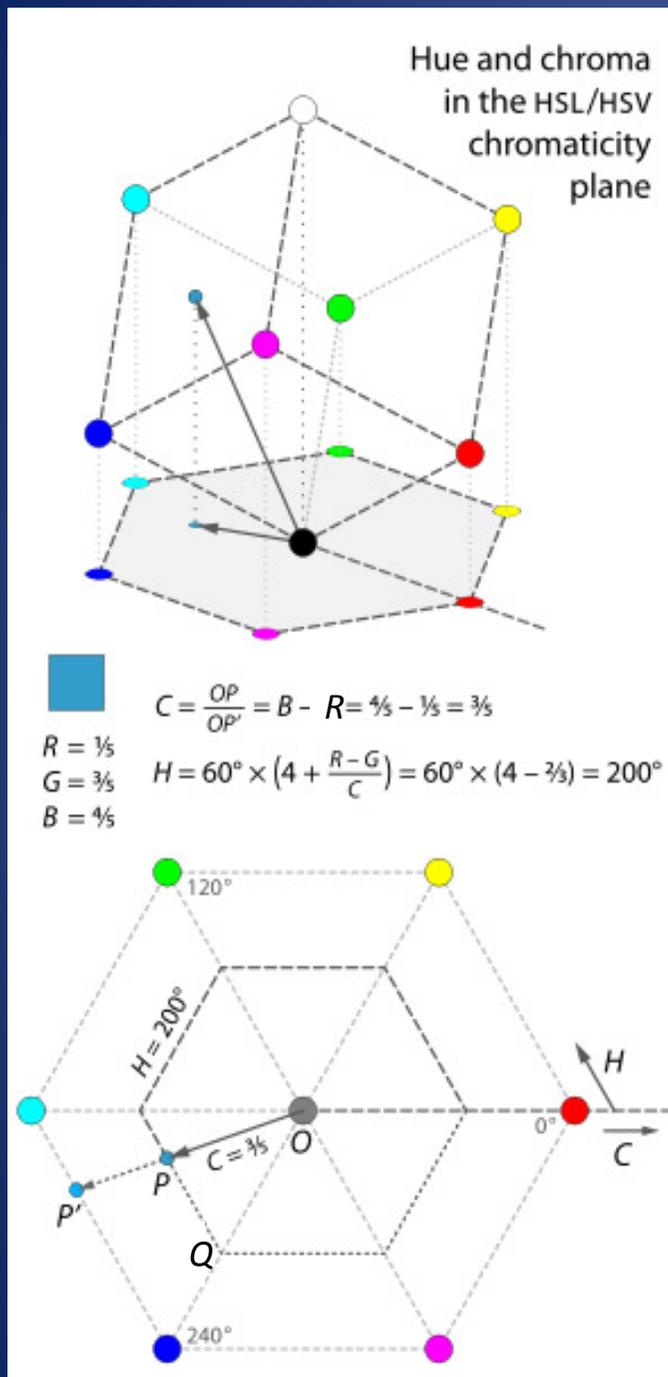
On commence par *incliner le cube RGB* de telle manière que *le sommet noir reste à l'origine* et que *le sommet blanc vienne à la verticale du sommet noir*. La *verticale* correspond à présent à l'*axe neutre*.

On *projette* ensuite le *cube* incliné *sur le plan de chromaticité* (plan perpendiculaire à l'axe neutre) et on obtient ainsi une *forme hexagonale*, avec le rouge, le jaune, le vert, le cyan, le bleu et le magenta comme sommets.

1.5.1 Teinte et chroma

La *teinte* (hue) d'une couleur correspond à l'*angle que forme le vecteur couleur dans le plan de chromaticité par rapport à la direction du rouge (0°)*.

La *chroma* (reliée à la *saturation*) correspond à la *longueur du vecteur*.



Plus précisément, la *teinte* (hue) et la *chroma* d'une couleur sont *définies par rapport à la forme hexagonale* résultant de la projection du cube.

✓ La *chroma* C est le rapport entre la distance séparant la projection dans l'hexagone du point représentant la couleur inconnue de l'origine, et la distance séparant, dans cette direction le bord de l'hexagone de l'origine, c'est-à-dire le *rapport OP/OP'* ou encore le *rapport des rayons des deux hexagones ci-dessous à gauche*.

Ce *rapport* correspond à la *différence entre la plus grande et la plus petite des valeurs du triplet RGB* de la couleur considérée.

$$M = \max(R, G, B)$$

$$m = \min(R, G, B)$$

$$C = M - m$$

Pour comprendre pourquoi la chroma peut être calculée par $M - m$, notons que *toute couleur neutre*, caractérisée par $R = G = B$ *se projette sur l'origine* et a par conséquent une *saturation nulle*.

Donc, *si on ajoute ou soustrait la même quantité* aux trois coefficients R , G et B , *on bouge verticalement* dans le cube incliné, et *on ne change pas de projection* ni de *chroma*.

Par conséquent, les deux couleurs (R,G,B) et $(R - m, G - m, B - m)$ se projettent *sur le même point de l'hexagone* et ont donc la *même chroma*.

Or, parmi ces composantes, par définition de m , *l'une est forcément nulle*.

La chroma d'une couleur dont *une des composantes est égale à zéro* est simplement *le maximum des deux autres composantes*

Donc, *elle vaut $M-m$* (cf. figure précédente et théorème de Thalès dans les triangles OPP'BleuQ).

✓ La *teinte* H (hue) correspond à la *proportion de la distance parcourue sur le bord de l'hexagone, depuis le point rouge jusqu'au point d'intersection du vecteur projeté*, normalement mesurée entre 0 et 1, mais plus généralement mesurée par un *angle entre 0° et 360°* .

Les gris ($C=0$), qui se projettent sur l'origine ont une teinte indéfinie, mais on leur attribue parfois une teinte nulle.

Mathématiquement, la teinte est définie par morceaux :

$$H' = \begin{cases} \text{undefined,} & \text{if } C = 0 \\ \frac{G-B}{C} \bmod 6, & \text{if } M = R \\ \frac{B-R}{C} + 2, & \text{if } M = G \\ \frac{R-G}{C} + 4, & \text{if } M = B \end{cases}$$
$$H = 60^\circ \times H'$$

Ces définitions permettent d'*enrouler géométriquement les hexagones de saturation sur des cercles*, chaque côté de l'hexagone devenant un arc de cercle de 60°. Après une telle transformation, *la teinte se mesure précisément par un angle et la saturation par une distance à l'origine* et correspondent à *l'angle et à la grandeur du vecteur couleur*.

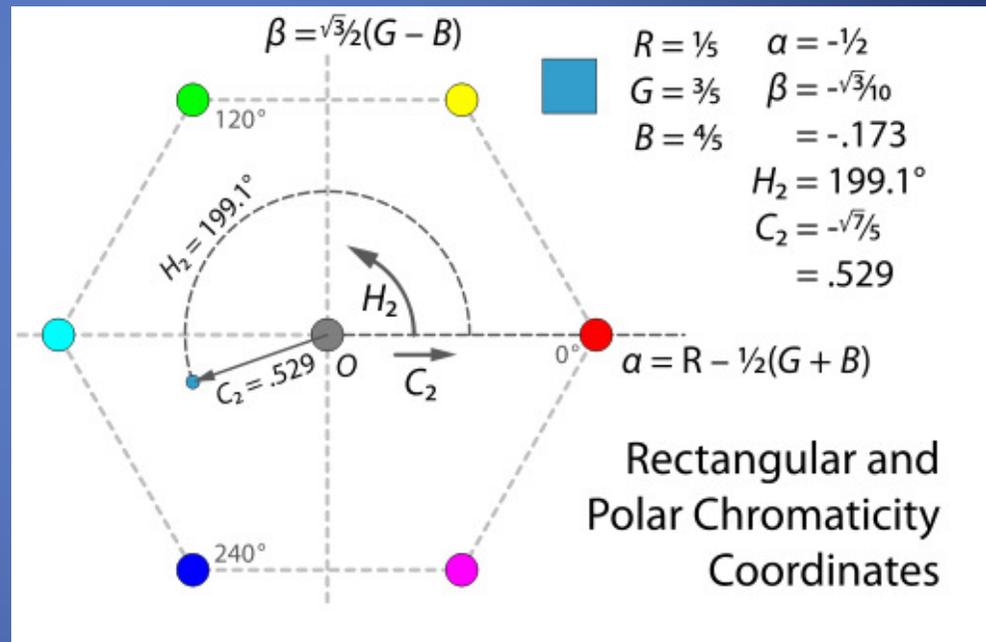
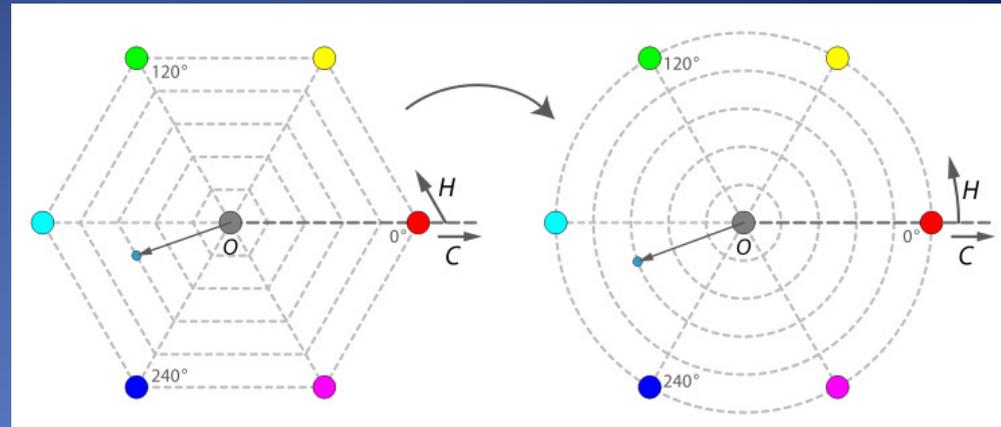
Parfois, cette transformation des hexagones en cercles est évitée et *la teinte et la saturation sont définies différemment* (notons les H_2 et C_2) à l'aide du passage usuel des coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires. Les *coordonnées de chromaticité cartésiennes, notées α et β* sont définies par :

$$\alpha = \frac{1}{2}(2R - G - B)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}(G - B)$$

$$H_2 = \text{atan} \frac{\beta}{\alpha}$$

$$C_2 = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$



Notons que les deux définitions de la teinte (H et H_2) coïncident quasiment, avec une différence maximum entre elles pour toute couleur d'environ $1,12^\circ$ (qui se produit pour douze teintes particulières, par exemple $H = 13,38^\circ$, $H_2 = 12,26^\circ$) et sont égales $H = H_2$ pour chaque multiple de 30° . Les deux définitions de la saturation (C et C_2) diffèrent davantage : elles sont égales aux coins de l'hexagone, mais pour les points situés à moitié entre deux coins, tels que $H = H_2 = 30^\circ$, on a $C = 1$, mais $C_2 = \sqrt{3}/4 \approx 0,866$, c'est-à-dire une différence d'environ 13,4%.

1.5.2 Luminosité : intensité ou valeur ou clarté ou luma

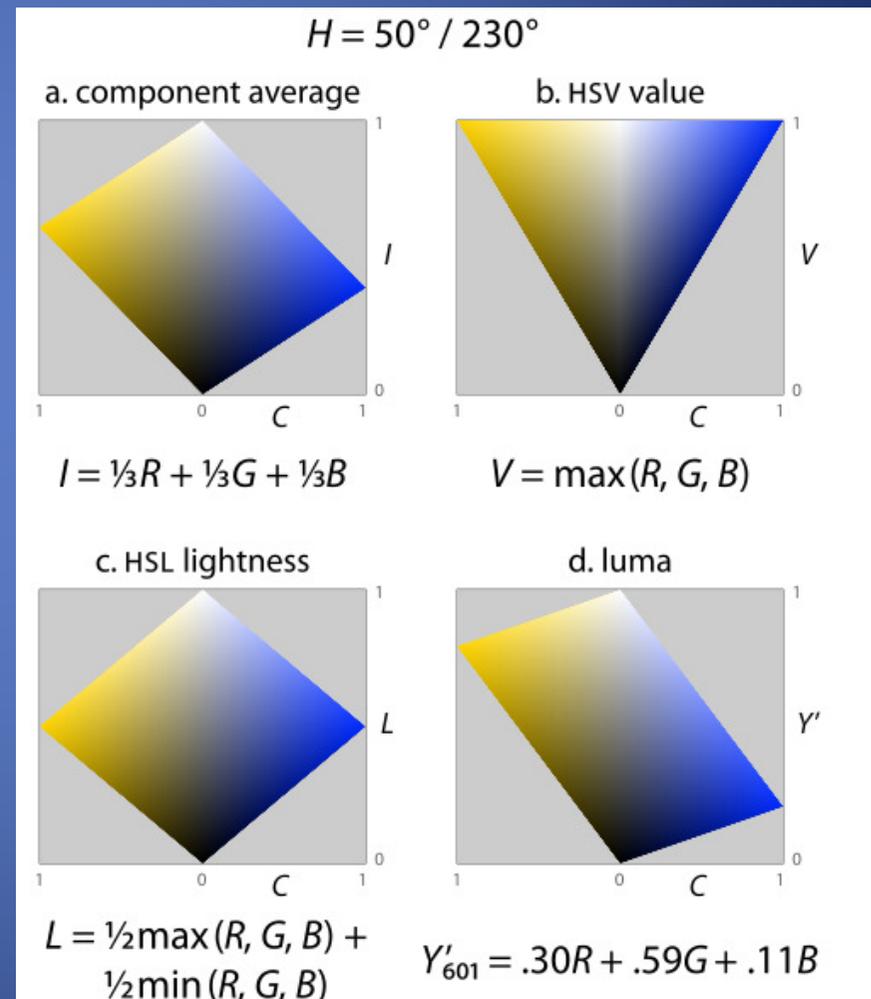
Alors que les définitions de la teinte et de la saturation sont généralement admises sans réserve (elles satisfont le critère que *des couleurs perçues semblablement doivent correspondre à des nombres similaires*), la définition de la clarté ou de la valeur est moins évidente : il y a plusieurs possibilités qui dépendent de l'objectif et des buts de la représentation. Nous en présentons ici *quatre* des plus communes :

✓ La définition la plus simple, *celle du modèle HSI*, est d'effectuer une *moyenne des trois composantes* ; la grandeur est alors appelée *intensité*.

Géométriquement, c'est la projection du point de couleur sur l'axe neutre, et *elle mesure la hauteur du point de couleur dans le cube incliné*.

L'avantage de cette représentation, avec les distances euclidiennes de la saturation et de la teinte, est de *préserver les distances et les angles de la géométrie du cube RGB*.

$$I = \frac{1}{3}(R + G + B)$$



✓ Dans le *modèle HSV*, la *valeur (value)* est définie comme *la plus grande des composantes de la couleur*, le *M* de ci-dessus. *Cette méthode place les trois primaires et les couleurs secondaires dans un plan avec le blanc*, ce qui forme une *pyramide hexagonale* ou *hexacône* en dehors du cube RGB.

$$V = M$$

✓ Dans le *modèle HSL*, la *clarté L (lightness)* est définie comme la *moyenne de la plus grande et de la plus petite des composantes*. Cette définition place aussi les primaires et les secondaires dans un plan, mais ce plan se trouve à mi chemin entre le blanc et le noir. Le modèle de solide des couleurs en résultant est donc un *double cône*.

$$L = \frac{1}{2}(M + m)$$

✓ Une alternative plus pertinente perceptuellement est d'utiliser *la luma Y'* comme dimension de clarté. La luma est une *moyenne pondérée des composantes R G B, basée sur leur contribution à la luminance perçue*, par exemple pour les primaires du système de télévision couleur NTSC, on prend :

$$Y'_{601} = 0.30R + 0.59G + 0.11B$$

Notons que *les quatre définitions donnent la même valeur pour les gris, la clarté ou la valeur correspond à la valeur R = G = B*.



Fig. 12a. Color photograph



b. CIELAB L^*



c. Component average: "intensity" I



d. HSV value V



e. HSL lightness L



f. Rec. 601 luma Y'

Comparaison des grandeurs utilisées pour mesurer la clarté dans les systèmes perceptuels

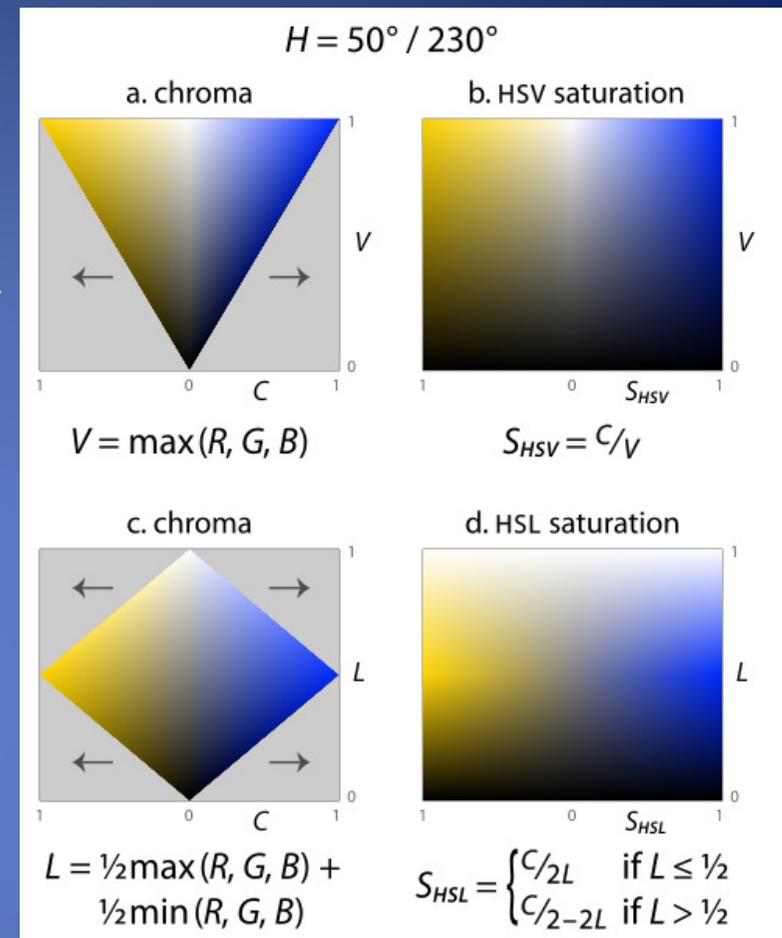
1.5.3 Saturation et chroma

Si on encode les couleurs dans un modèle teinte/clarté/chroma ou teinte/valeur/chroma en utilisant les définitions des paragraphes précédents, *toutes les combinaisons de valeur V (ou de clarté L) et de chroma C ne sont pas possibles* : par conséquent, la moitié des couleurs que l'on peut décrire en utilisant $H \in [0^\circ, 360^\circ)$, $C \in [0, 1]$, and $V \in [0, 1]$ tombent *en dehors du gamut RGB* (parties grises des diagrammes dans l'image ci-contre).

Les créateurs de ces modèles considèrent que c'est *problématique* pour leur utilisation. Pour résoudre ce problème, *les modèles HSL et HSV adaptent la chroma pour qu'elle soit définie pour n'importe quelle valeur de l'intervalle [0,1]*, quelle que soit la combinaison d'une teinte et d'une clarté ou valeur.

Cette *nouvelle grandeur* porte le nom de *saturation* dans les deux modèles.

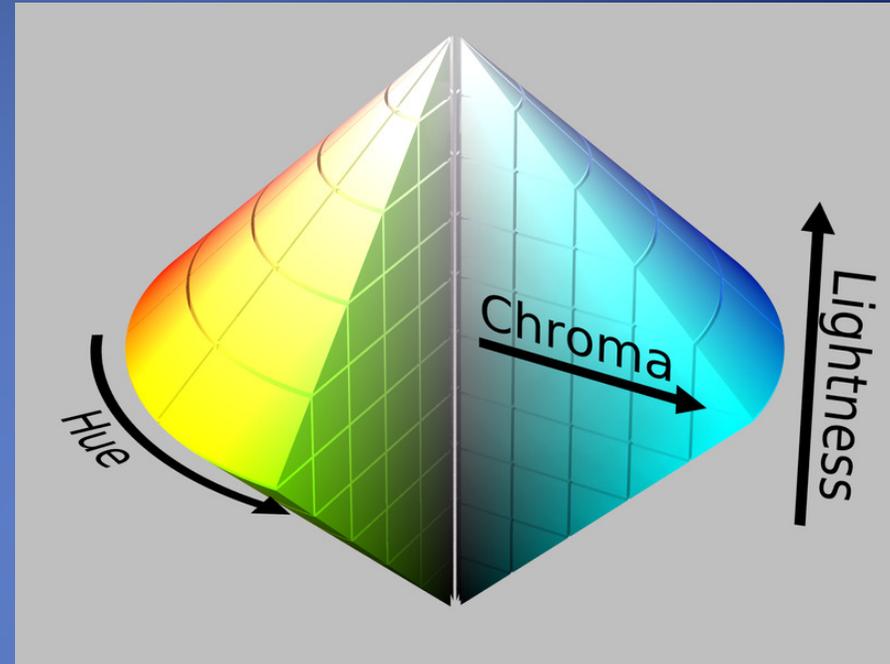
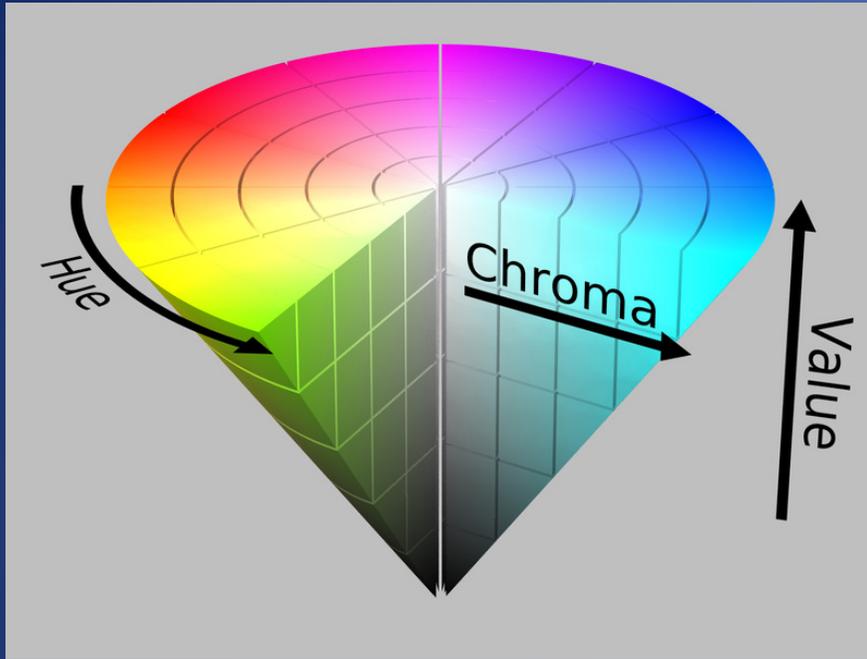
Pour *calculer la saturation*, on divise simplement la chroma par la chroma maximum de cette valeur ou la chroma maximum de cette clarté.



$$S_{HSV} = \begin{cases} 0, & \text{if } C = 0 \\ \frac{C}{V}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

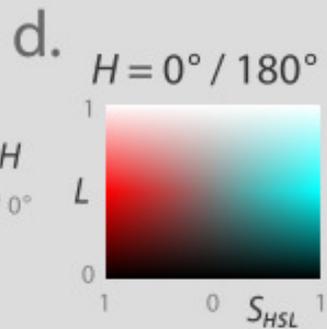
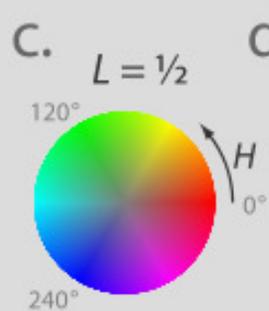
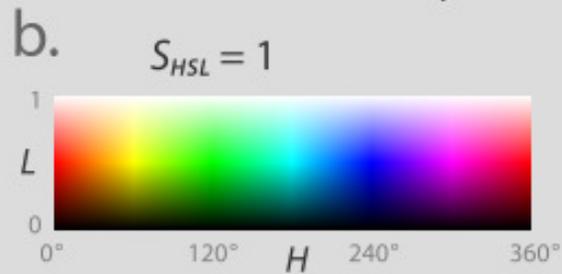
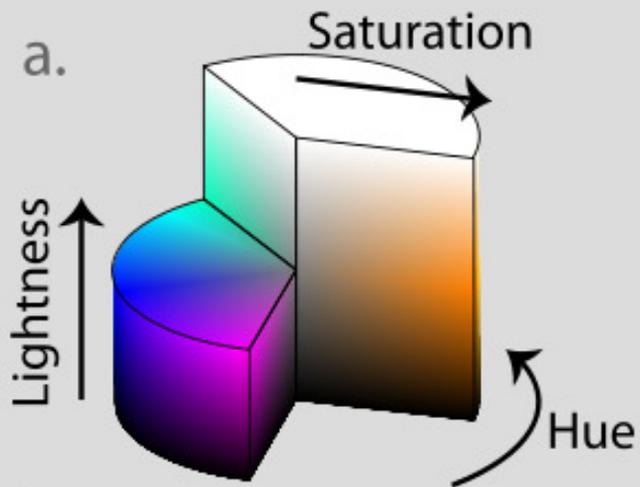
$$S_{HSL} = \begin{cases} 0, & \text{if } C = 0 \\ \frac{C}{1-|2L-1|}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

En utilisant la *saturation plutôt que la chroma*, les modèles coniques HSV et HSL deviennent *cylindriques* :

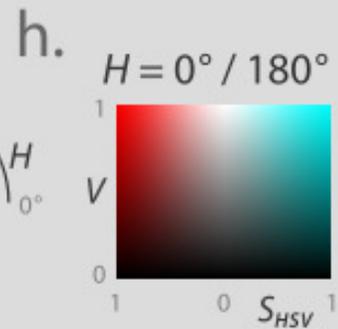
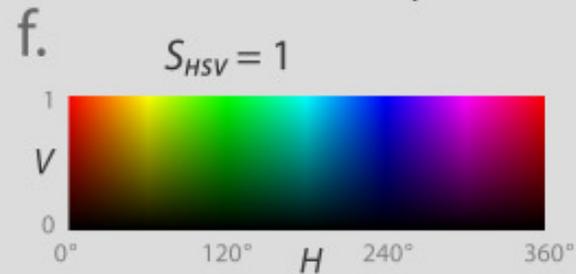
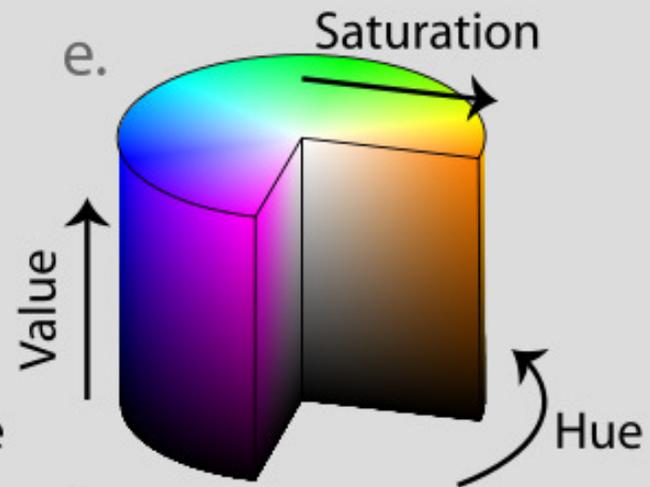


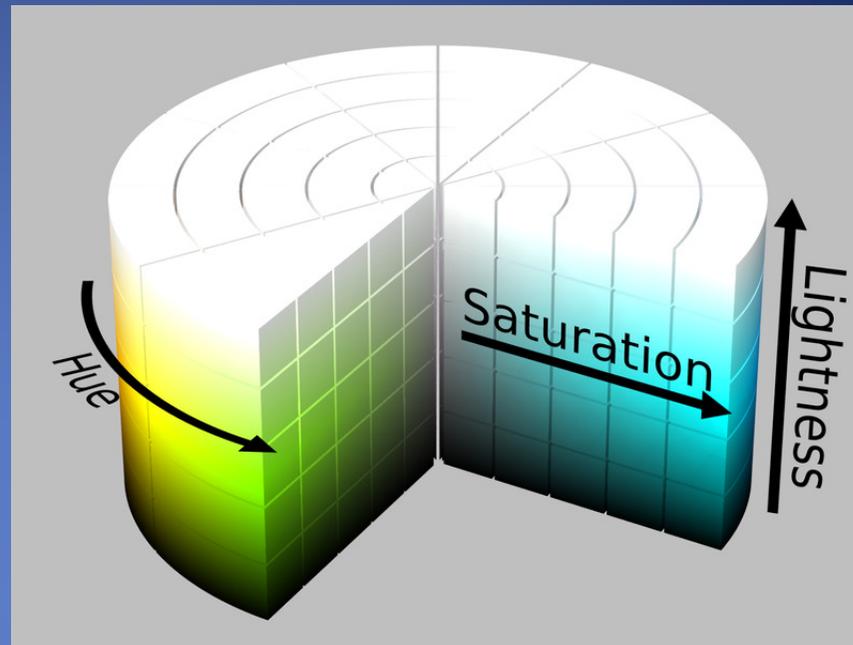
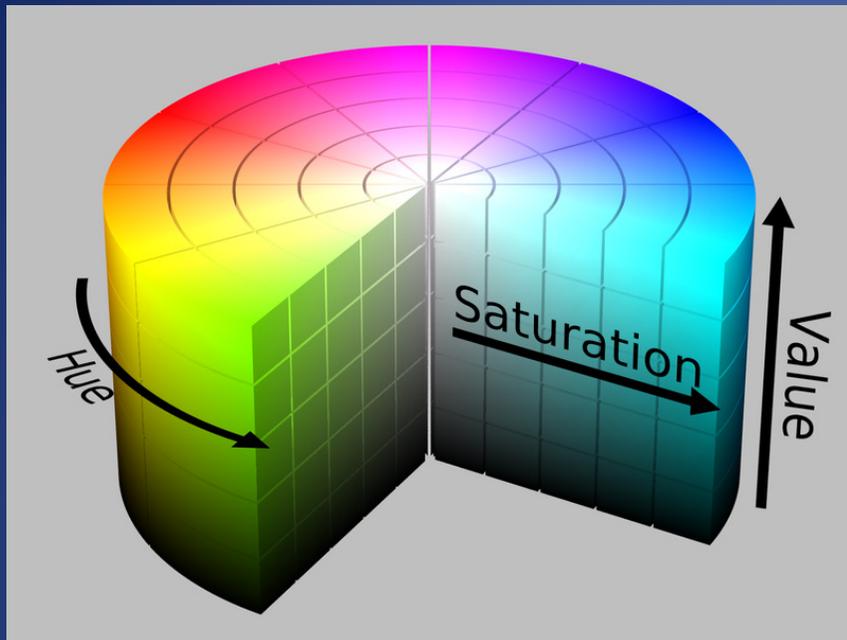
Cône du modèle HSV et double cône du modèle HSL

HSL



HSV





Cylindre du modèle HSV et cylindre du modèle HSL



Exemples : toutes les valeurs des paramètres ci-dessous sont dans l'intervalle [0, 1], sauf celles de H et H_2 qui sont dans l'intervalle $[0^\circ, 360^\circ)$.

Color	R	G	B	H	H_2	C	C_2	V	L	I	Y'_{601}	S_{HSV}	S_{HSL}	S_{HSI}
	1.000	1.000	1.000	n/a	n/a	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.000	0.000	0.000
	0.500	0.500	0.500	n/a	n/a	0.000	0.000	0.500	0.500	0.500	0.500	0.000	0.000	0.000
	0.000	0.000	0.000	n/a	n/a	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	1.000	0.000	0.000	0.0°	0.0°	1.000	1.000	1.000	0.500	0.333	0.299	1.000	1.000	1.000
	0.750	0.750	0.000	60.0°	60.0°	0.750	0.750	0.750	0.375	0.500	0.664	1.000	1.000	1.000
	0.000	0.500	0.000	120.0°	120.0°	0.500	0.500	0.500	0.250	0.167	0.293	1.000	1.000	1.000
	0.500	1.000	1.000	180.0°	180.0°	0.500	0.500	1.000	0.750	0.833	0.850	0.500	1.000	0.400
	0.500	0.500	1.000	240.0°	240.0°	0.500	0.500	1.000	0.750	0.667	0.557	0.500	1.000	0.250
	0.750	0.250	0.750	300.0°	300.0°	0.500	0.500	0.750	0.500	0.583	0.457	0.667	0.500	0.571
	0.628	0.643	0.142	61.8°	61.5°	0.501	0.494	0.643	0.393	0.471	0.581	0.779	0.638	0.699
	0.255	0.104	0.918	251.1°	250.0°	0.814	0.750	0.918	0.511	0.426	0.242	0.887	0.832	0.756
	0.116	0.675	0.255	134.9°	133.8°	0.559	0.504	0.675	0.396	0.349	0.460	0.828	0.707	0.667
	0.941	0.785	0.053	49.5°	50.5°	0.888	0.821	0.941	0.497	0.593	0.748	0.944	0.893	0.911
	0.704	0.187	0.897	283.7°	284.8°	0.710	0.636	0.897	0.542	0.596	0.423	0.792	0.775	0.686
	0.931	0.463	0.316	14.3°	13.2°	0.615	0.556	0.931	0.624	0.570	0.586	0.661	0.817	0.446
	0.998	0.974	0.532	56.9°	57.4°	0.466	0.454	0.998	0.765	0.835	0.931	0.467	0.991	0.363
	0.099	0.795	0.591	162.4°	163.4°	0.696	0.620	0.795	0.447	0.495	0.564	0.875	0.779	0.800
	0.211	0.149	0.597	248.3°	247.3°	0.448	0.420	0.597	0.373	0.319	0.219	0.750	0.601	0.533
	0.495	0.493	0.721	240.5°	240.4°	0.228	0.227	0.721	0.607	0.570	0.520	0.316	0.290	0.135

1.5.4 Formules de définition du modèle HSV

Un consensus semble se dégager autour de la *Valeur* :

$$V := M = \max(R, G, B)$$

qui ne prend donc en compte que *la plus grande des composantes R; G; B*.

Pour la *variable de pureté*, deux variantes sont possibles , selon le type de modèle HSV choisi :

$$S := \frac{M - m}{M} \quad (\text{modèle cylindrique})$$

La variable de pureté S est la *saturation*

$$S := M - m \quad (\text{modèle conique})$$

La variable de pureté S est la *Chroma*

1.5.5 Transformation entre HSV et RGB (représentation cylindrique)

$$t \in [0, 360[$$

$$s, v, r, g, b \in [0, 1]$$

r, v, b désignent respectivement les coordonnées RVB,

t, s, v désignent respectivement les coordonnées TSV.

max la plus grande valeur entre r, v et b ; et min la plus petite.

✓ Conversion de RGB vers TSV

$$t = \begin{cases} 0, & \text{si } max = min \\ (60^\circ \times \frac{v-b}{max-min} + 360^\circ) \bmod 360^\circ, & \text{si } max = r \\ 60^\circ \times \frac{b-r}{max-min} + 120^\circ, & \text{si } max = v \\ 60^\circ \times \frac{r-v}{max-min} + 240^\circ, & \text{si } max = b \end{cases}$$
$$s = \begin{cases} 0, & \text{si } max = 0 \\ 1 - \frac{min}{max}, & \text{sinon} \end{cases}$$
$$v = max$$

✓ Conversion de TSV vers RGB

$$t_i = \left\lfloor \frac{t}{60} \right\rfloor \bmod 6$$

$$f = \frac{t}{60} - t_i$$

$$l = v \times (1 - s)$$

$$m = v \times (1 - f \times s)$$

$$n = v \times (1 - (1 - f) \times s)$$

$$(r, v, b) = \begin{cases} (v, n, l), & \text{si } t_i = 0 \\ (m, v, l), & \text{si } t_i = 1 \\ (l, v, n), & \text{si } t_i = 2 \\ (l, m, v), & \text{si } t_i = 3 \\ (n, l, v), & \text{si } t_i = 4 \\ (v, l, m), & \text{si } t_i = 5 \end{cases}$$

L'espace TSV contient toutes les couleurs, ce qui permet à chaque couleur de l'espace RGB d'avoir une correspondance TSV. En revanche, la conversion d'un espace colorimétrique à l'autre exploite les opérateurs "max" et "min". La conversion est donc irréversible, c'est-à-dire que *les teintes TSV ne sont pas toutes représentées dans l'espace RGB.*

1.5.6 Formules de définition du modèle HSL

On prend :

$$L = \frac{M + m}{2} \in [0, 1]$$

$$\begin{cases} S := (M - m)/2L & \text{si } L \leq 1/2 \\ S := (M - m)/(2 - 2L) & \text{sinon} \end{cases}$$

1.5.7 Conversion de RGB vers HSL

Soient $r, v, b \in [0,1]$ les *coordonnées rouge, verte et bleue* de la couleur étudiée dans l'espace RGB. Le cas échéant, il faudra transposer les coordonnées r, v, b de l'intervalle $[0, 255]$ vers l'intervalle $[0, 1]$.

Soit $Max=M$ la plus grande valeur entre r, v , et b , et $Min=m$ la plus petite.

Calcul de la *valeur de la teinte* T sur le cercle chromatique $\in [0, 360[$:

$$T = \begin{cases} 0, & \text{si } \max = \min \\ (60^\circ \times \frac{v-b}{\max - \min} + 360^\circ) \bmod 360^\circ, & \text{si } \max = r \\ 60^\circ \times \frac{b-r}{\max - \min} + 120^\circ, & \text{si } \max = v \\ 60^\circ \times \frac{r-v}{\max - \min} + 240^\circ, & \text{si } \max = b \end{cases}$$

Calcul des *valeurs de la saturation* S et de la *luminosité* $L \in [0,1]$ dans l'espace TSL :

$$L = \frac{1}{2}(\max + \min)$$
$$S = \begin{cases} 0, & \text{si } \max = \min \\ \frac{\max - \min}{\max + \min} = \frac{\max - \min}{2l}, & \text{si } L \leq \frac{1}{2} \\ \frac{\max - \min}{2 - (\max + \min)} = \frac{\max - \min}{2 - 2l}, & \text{si } L > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Remarques :

La valeur de T est généralement normalisée entre **0** et **360°** (*360° exclus*)

La *valeur* $T = 0$ est utilisée quand $Max = Min$ (c'est-à-dire pour les *gris*) bien que cette valeur n'ait pas dans ce cas de sens géométrique (cas où $S = 0$).

De même, la valeur **0** de S quand L est égal à **0** ou **1** est arbitraire.

1.5.8 Conversion de TSL vers RGB

Étant donnée une couleur définie par des *coordonnées* (t, s, l) dans l'espace TSL, avec :

- ✓ t dans l'intervalle semi-ouvert $[0, 360[$, donnant la position en degré de la *teinte* sur le cercle chromatique,
- ✓ s dans l'intervalle $[0, 1]$, donnant la *saturation*,
- ✓ l dans l'intervalle $[0, 1]$, donnant la *luminosité*,

le *triplet* (r, v, b) des coordonnées de la couleur dans l'espace RVB, elles aussi dans l'intervalle $[0, 1]$, et correspondant au *rouge*, au *vert* et au *bleu*, peut être calculé par l'algorithme suivant.

Remarques préliminaires :

Si $s = 0$, alors, la couleur est achromatique (*grise*). Dans ce cas particulier, r , v , et b sont tous égaux à l .

Notez que la valeur de H n'est pas utilisée, et pourrait être indéfinie.

Cet algorithme peut être utilisé même si $s = 0$.

Les variables q et p servent juste d'intermédiaire pour faciliter la compréhension du calcul.

Calcul des composantes r, v, b à partir des coordonnées t, s, l :

$$q = \begin{cases} l \times (1 + s), & \text{si } l < \frac{1}{2} \\ l + s - (l \times s), & \text{si } l \geq \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$p = 2 \times l - q$$

$$t_k = \frac{t}{360} \quad (t \text{ normalisé pour être dans l'intervalle } [0,1[)$$

$$t_R = t_k + \frac{1}{3}$$

$$t_V = t_k$$

$$t_B = t_k - \frac{1}{3}$$

$$\text{si } t_C < 0 \rightarrow t_C = t_C + 1.0 \quad \text{pour chaque } C \in \{R, V, B\}$$

$$\text{si } t_C > 1 \rightarrow t_C = t_C - 1.0 \quad \text{pour chaque } C \in \{R, V, B\}$$

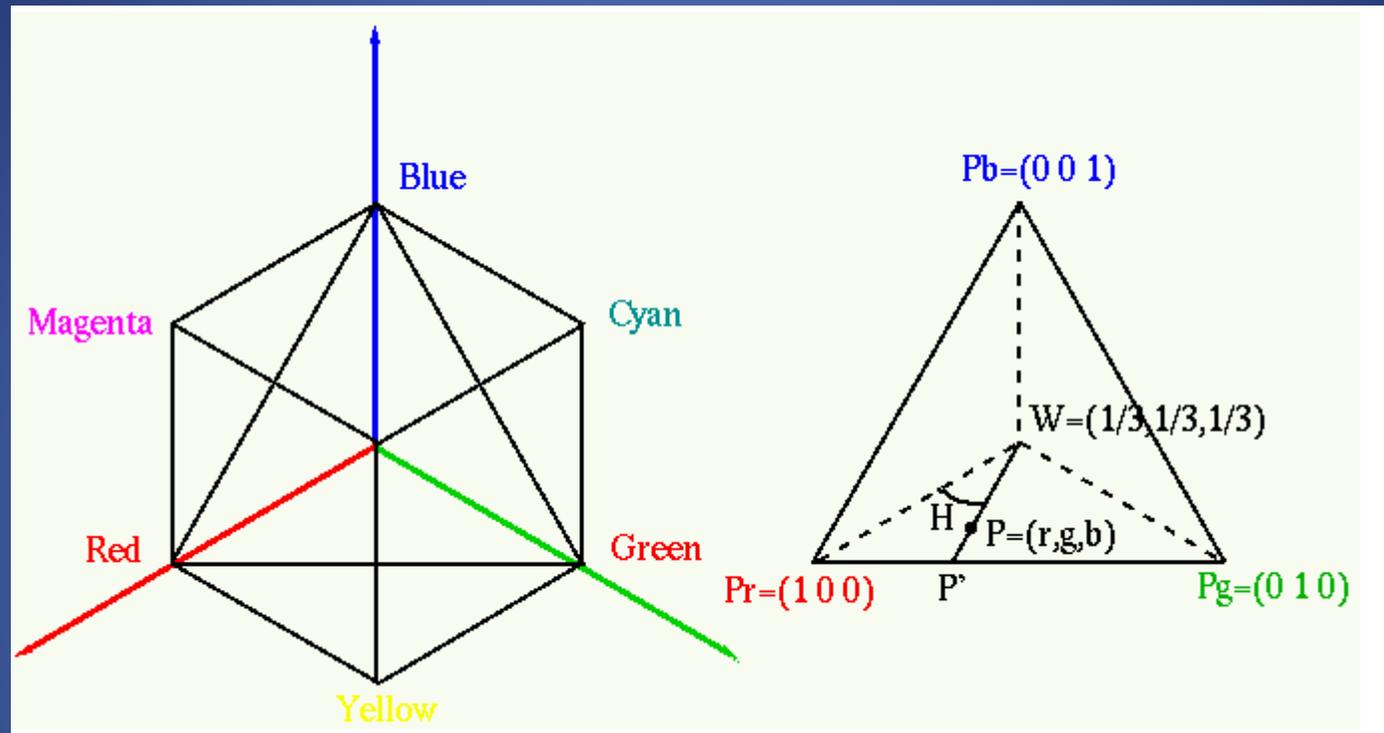
Calcul de chaque composante $Couleur_C$ du triplet $(Couleur_R, Couleur_V, Couleur_B) = (r, v, b)$:

$$Couleur_C = \begin{cases} p + ((q - p) \times 6 \times t_C), & \text{si } t_C < \frac{1}{6} \\ q, & \text{si } \frac{1}{6} \leq t_C < \frac{1}{2} \\ p + ((q - p) \times 6 \times (\frac{2}{3} - t_C)), & \text{si } \frac{1}{2} \leq t_C < \frac{2}{3} \\ p, & \text{sinon} \end{cases}$$

pour chaque $C \in \{R, G, B\}$

1.6 Modèle TSI/HSI

1.6.1 Transformation du modèle RGB au modèle TSI/HSI



✓ Détermination de l'intensité :

L'intensité est définie par :

$$I \triangleq \frac{1}{3}(R + G + B), \quad \text{i.e.} \quad R + G + B = 3I$$

✓ Détermination de la teinte H (hue)

Soit P l'intersection du vecteur (R,G,B) avec le plan de Maxwell d'équation $R+G+B=1$ et W la projection dans ce plan de l'axe achromatique. Les coordonnées trichromatiques de la lumière colorée sont :

$$\begin{cases} r \triangleq R/(R+G+B) = R/3I \\ g \triangleq G/(R+G+B) = G/3I \\ b \triangleq B/(R+G+B) = B/3I \end{cases}$$

La teinte H est l'angle formé par les vecteurs \overline{PW} et $\overline{P_rW}$. On obtient, en calculant le produit scalaire de ces deux vecteurs :

$$\overline{P_rW} \cdot \overline{PW} = (P_r - W) \cdot (P - W) = |P_r - W| |P - W| \cos H$$

puisque :

$$\overline{P_rW} = P_r - W = (1, 0, 0) - \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$$

et :

$$\overline{PW} = P - W = \left(r - \frac{1}{3}, g - \frac{1}{3}, b - \frac{1}{3}\right)$$

Supposons pour fixer les idées que : $G > B$; i.e., $0 \leq H \leq \pi$.

l'angle de teinte H s'obtient alors par :

$$H = \cos^{-1} \left(\frac{(P_r - W) \cdot (P - W)}{|P_r - W| |P - W|} \right)$$

Calculons :

$$(P_r - W) \cdot (P - W) = \frac{2}{3} \left(r - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \left(g - \frac{1}{3} \right) - \frac{1}{3} \left(b - \frac{1}{3} \right) = 2r - g - b = \frac{2R - G - B}{3(R + G + B)}$$

$$|P_r - W| = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(0 - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(0 - \frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\begin{aligned} \frac{|P - W|}{|P_r - W|} &: \frac{\sqrt{\left(r - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(g - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(b - \frac{1}{3}\right)^2}}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \sqrt{\frac{9(R^2 + G^2 + B^2) - 3(R + G + B)^2}{9(R + G + B)^2}} \\ &: \frac{\sqrt{6(R^2 + G^2 + B^2 - RG - GB - BR)}}{3(R + G + B)} \end{aligned}$$

En remplaçant, on obtient :

$$\begin{aligned} H &: \cos^{-1} \left(\frac{(P_r - W) \cdot (P - W)}{|P_r - W| |P - W|} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{2R - G - B}{\sqrt{2/3} \sqrt{6(R^2 + G^2 + B^2 - RG - GB - BR)}} \right) \\ &: \cos^{-1} \left(\frac{3R - (R + G + B)}{2\sqrt{R^2 + G^2 + B^2 - RG - GB - BR}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{(R - G) + (R - B)}{2\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right) \end{aligned}$$

Si $B > G$, H s'obtient en faisant 360° - l'expression précédente.

✓ Détermination de la saturation S

La saturation de toutes les couleurs des bords du triangle RGB est définie comme valant 1 (100%) et la saturation de W est définie comme valant 0.

Appelons p' l'intersection de la droite Wp avec les bords. Si la lumière colorée est telle que $p=W$, $S=0$ et si $p=p'$, $S=1$.

La saturation de toute couleur p entre W et p' est définie par :

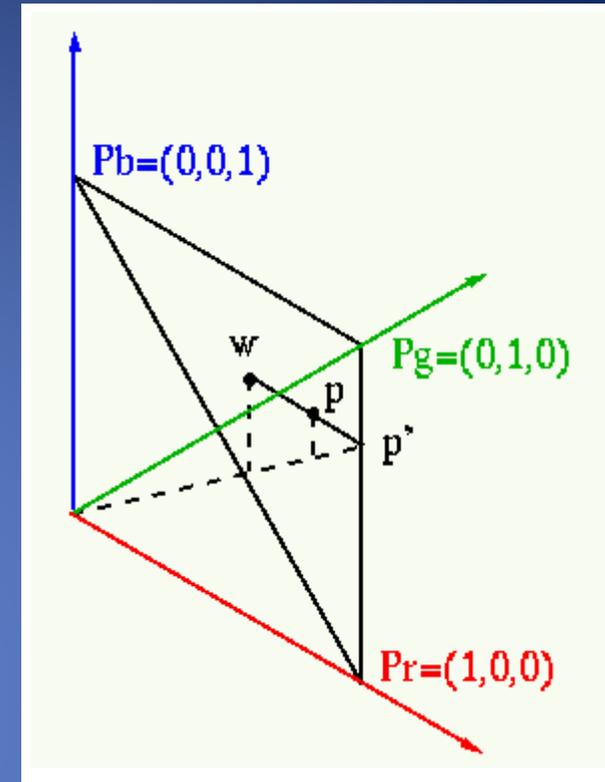
$$S = \frac{|WP|}{|WP'|} = \frac{|WP'| - |PP'|}{|WP'|} = 1 - \frac{|PP'|}{|WP'|} = 1 - \frac{b}{1/3} = 1 - 3b$$

Ici, on a supposé que le point p est à l'intérieur du triangle : $\triangle P_r W P_g$

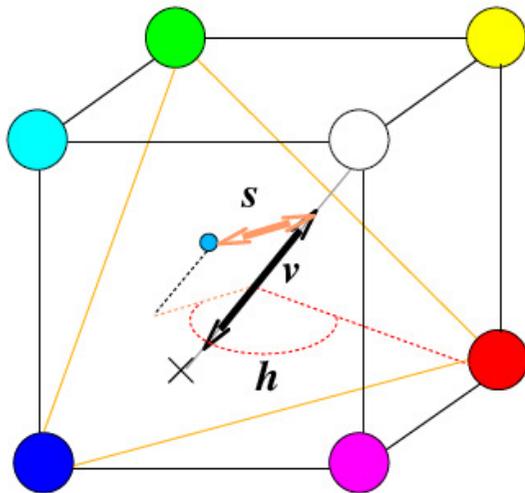
ce qui revient à dire que : $b = \min(r, g, b)$

En général, on a donc :

$$S = 1 - 3 \min(r, g, b) = \begin{cases} 0, & \min(r, g, b) = 1/3, \text{ i.e. } r = g = b = 1/3, \text{ i.e. } p = w \\ 1, & \min(r, g, b) = 0, \text{ i.e. } p \text{ is on one of the edges} \\ 0 < S < 1, & 0 < \min(r, g, b) < 1/3 \end{cases}$$



L'espace HSV

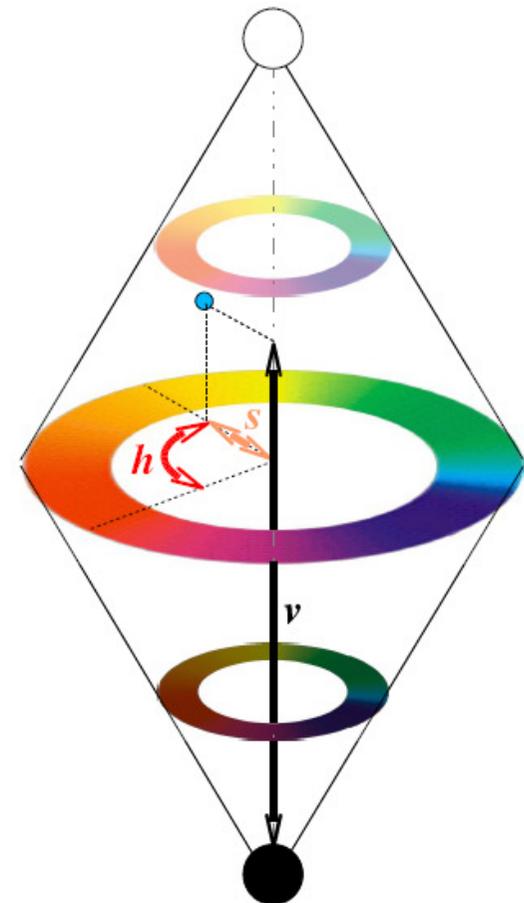


Le passage de RGB à HSV se fait par une transformation non linéaire. Plusieurs opérateurs ont été proposés pour la conversion. Voici un exemple :

$$v = \frac{r + g + b}{3}$$

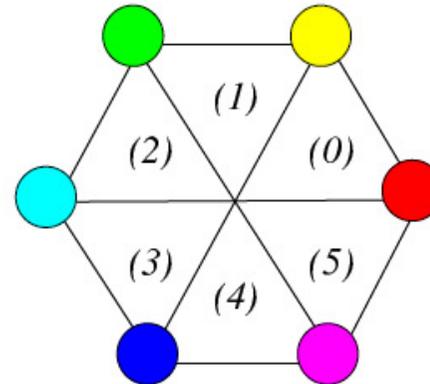
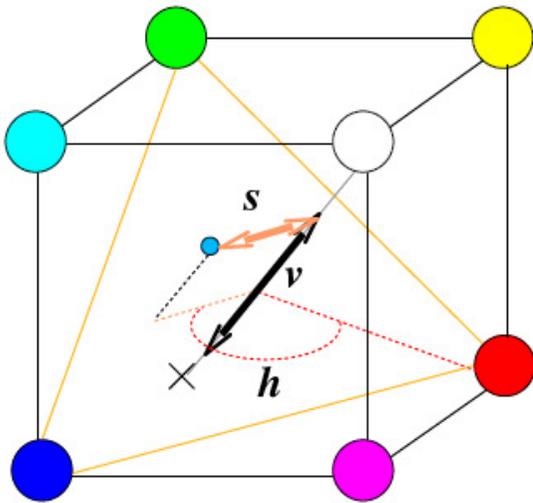
$$s = 1 - \frac{3 \min(r, g, b)}{r + g + b}$$

$$h = \begin{cases} \theta & \text{si } b \leq g \\ 2\pi - \theta & \text{si } b > g \end{cases} \quad \theta = \arccos\left(\frac{(r-g) + (r-b)}{2\sqrt{(r-g)^2 + (r-b)(g-b)}}\right)$$

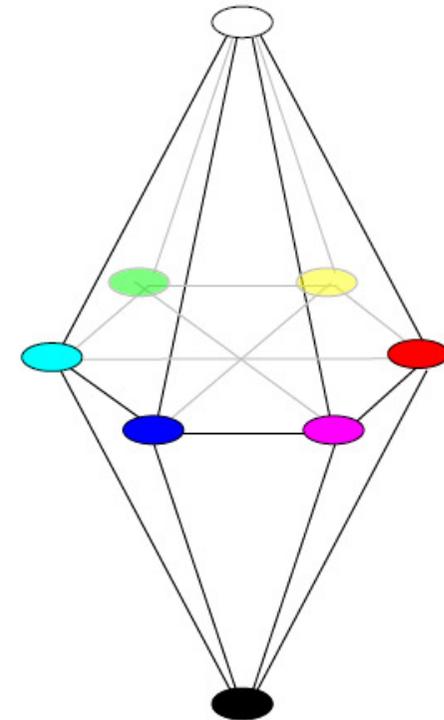


L'espace HSV

Voici un autre exemple, sans l'Arc Cosinus :



L'hexagone chromatique et les valeurs de λ associées.

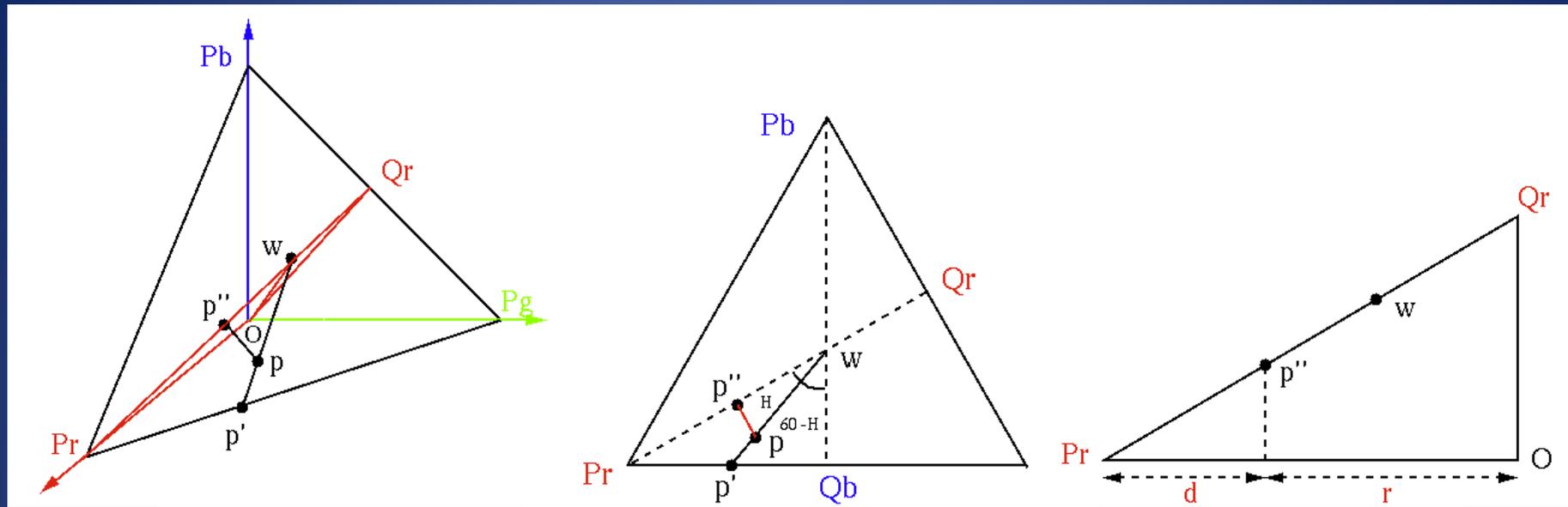


$$v = \frac{r + g + b}{3}$$

$$s = \begin{cases} \frac{3}{2}(M - v) & \text{si } v \geq med \\ \frac{3}{2}(v - m) & \text{si } v \leq med \end{cases} \quad \begin{array}{l} M = \max(r, g, b) \\ m = \min(r, g, b) \\ med = \text{mediane}(r, g, b) \end{array}$$

$$h = \frac{\pi}{3} \left(\lambda + \frac{1}{2} - (-1)^\lambda \frac{M + m - 2 med}{2v} \right); \lambda = \begin{cases} 0 & \text{si } r \geq g \geq b; 1 & \text{si } g \geq r \geq b \\ 2 & \text{si } g \geq b \geq r; 3 & \text{si } b \geq g \geq r \\ 4 & \text{si } b \geq r \geq g; 5 & \text{si } r \geq b \geq g \end{cases}$$

1.6.2 Transformation de TSI/HSI à RGB



Étant donné H , S et I , on va d'abord trouver r , g et b sur le triangle RGB puis trouver R , G et B . Considérons les trois cas possibles suivants, selon la valeur de l'angle de teinte H :

✓ si : $0 < H < 120$ c'est-à-dire si p est dans le $\triangle P_r W P_g$

De : $S = 1 - 3b$ on tire : $b = \frac{1 - S}{3}$

Pour trouver r , considérons le triangle rectangle $P_r O Q_r$

Appelons p'' la projection de P , on a : $|WP''| = |WP| \cos H$

On a donc aussi :

$$|P_r O| = 1, \quad \frac{|P_r Q_r|}{|P_r O|} = |P_r Q_r| = \frac{|P_r P''|}{d}, \quad \text{i.e. } d = \frac{|P_r P''|}{|P_r Q_r|}$$

$$r = |P_r O| - d = 1 - d = 1 - \frac{|P_r P''|}{|P_r Q_r|} = 1 - \frac{|P_r Q_r| - |W Q_r| - |W P''|}{|P_r Q_r|} = \frac{|W Q_r| + |W P''|}{|P_r Q_r|} = \frac{1}{3} + \frac{|W P''|}{|P_r Q_r|}$$

Mais comme :

$$|W P''| = |W P| \cos H = |W P'| S \cos H$$

On obtient :

$$r = \frac{1}{3} + \frac{|W P''|}{|P_r Q_r|} = \frac{1}{3} + S \cos H \frac{|W P'|}{|P_r Q_r|}$$

Comme d'autre part :

$$\frac{|W P'|}{|P_r Q_r|} = \frac{1}{3} \frac{|W P'|}{|P_r Q_r|/3} = \frac{1}{3} \frac{|W P'|}{|W Q_b|} = \frac{1}{3 \cos(60 - H)}$$

En remplaçant dans l'expression de r, on obtient :

$$r = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60 - H)} \right]$$

Et finalement :

$$g = 1 - b - r$$

Maintenant que r , g et b sont connus, on peut obtenir R , G et B par :

$$R = 3Ir, \quad G = 3Ig, \quad B = 3Ib$$

✓ Si $120 < H < 240$ c'est-à-dire si p est dans le $\triangle P_g w P_b$

on obtient :

$$H = H - 120$$
$$r = \frac{1 - S}{3}, \quad g = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60 - H)} \right], \quad b = 1 - g - r$$

✓ Si $240 < H < 360$ c'est-à-dire si p est dans le $\triangle P_b w P_r$

on obtient :

$$H = H - 240$$
$$g = \frac{1 - S}{3}, \quad b = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60 - H)} \right], \quad r = 1 - g - b$$

2 Théorie des couleurs opposées

La *théorie des couleurs opposées*, contrairement à la théorie trichromatique, prétend qu'il existe *quatre couleurs fondamentales qui s'opposent deux par deux*. Certains aspects de la perception des couleurs ne peuvent être expliqués que par la théorie des couleurs opposées.

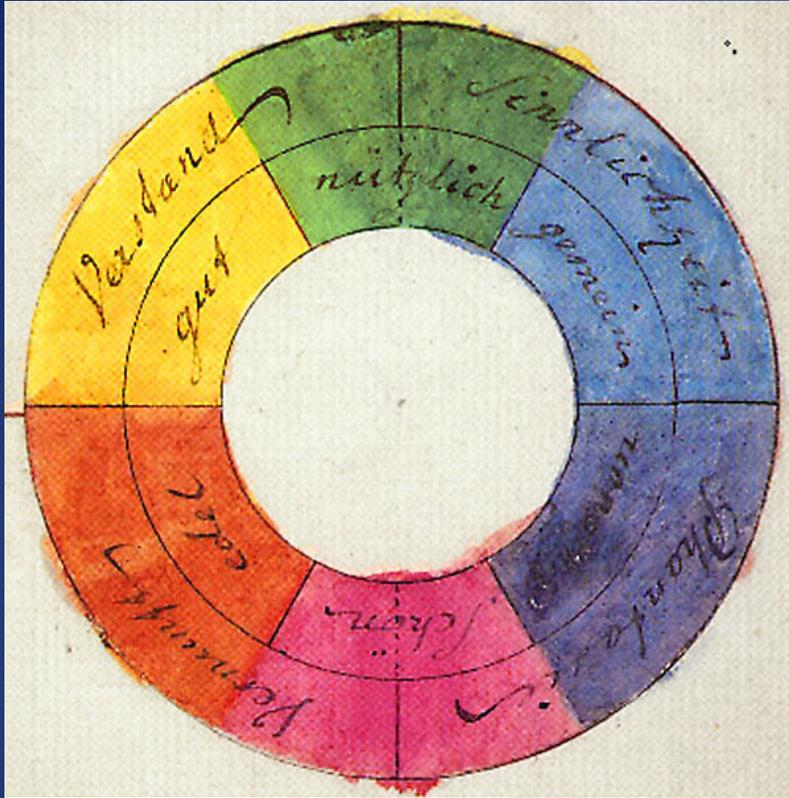
Toute la théorie repose sur l'*équilibre entre les deux pôles de couleur : le bleu s'oppose au jaune* et *le rouge s'oppose au vert*, et dans ce contexte, *le blanc s'oppose au noir*.

Elle s'appuie sur une réalité physiologique puisque notre *perception cérébrale* – et non l'œil – fonctionne sur ce principe.

2.1 L'œuvre de Johann Wolfgang von Goethe

De 1790 à 1823, *Johann Goethe* écrit quelque deux mille pages sur les couleurs sous le titre de « *Traité des couleurs* ». Il fonde sa théorie sur la polarité des couleurs et développe son système à partir du *contraste naturel entre le clair et le foncé* (qui ne joue aucun rôle chez Newton).

Dans un écrit sur la division des couleurs et leur rapport mutuel, Goethe établit que *seuls le jaune et le bleu sont perçus par nous comme des couleurs entièrement pures, le jaune est la porte d'entrée vers la lumière* (« tout proche de la lumière ») et *le bleu très apparenté à l'obscurité* (« tout proche de l'ombre ») sont les *deux pôles opposés* entre lesquels toutes les autres couleurs se laissent ordonner.



Bien que les mélanges soient obtenus dans un système trichromatique (cyan, magenta et jaune), *Goethe partage son cercle en quatre parties fondamentales* :

- ✓ A gauche, le *côté positif* (pur) formé de 2 familles de couleurs les *jaunes* et les *rouges*.
- ✓ A droite, le *côté négatif* (obscur) formé de 2 familles les *bleus* et les *pourpres*.

*Aquarelle de la propre main de Goethe. 1808.
Goethemuseum, Hochstift.*



Il termine son livre avec des *considérations allégoriques et mystiques* de la couleur, et y ajoute les connotations suivantes : le jaune est mis en relation avec « Savoir, clarté, force, chaleur, proximité, élan », le bleu avec « dépouillement, ombre, obscurité, faiblesse, éloignement, attirance ».

La démarche de Goethe repose sur l'aspect moral et intuitif des couleurs isolées. Les couleurs du côté positif « évoquent une atmosphère d'activité, de vie, d'effort », le jaune est « prestigieux et noble » et procure une « impression chaude et agréable » ; les couleurs du côté négatif « déterminent un sentiment d'inquiétude, de faiblesse et de nostalgie », le bleu lui-même « nous donne une sensation de froid ».

Cette démarche peut faire sourire aujourd'hui, il n'en reste pas moins vrai que *Goethe a apporté sa pierre à l'édifice de la compréhension de la couleur.*

2.2 Hering et la théorie des couleurs opposées

Au milieu du XIX^{ème} siècle, la trichromie était considérée comme la seule explication possible des mélanges de couleurs, une théorie qui s'appuyait sur les trois récepteurs de la vision dont les couleurs fondamentales sont le rouge, le vert et le bleu.

En 1878, le physiologiste *Ewald Hering* (1834-1918) publie une série de recueils « Sur la sensibilité à la lumière » dans lesquels il *oppose son point de vue aux défenseurs de la trichromie*.

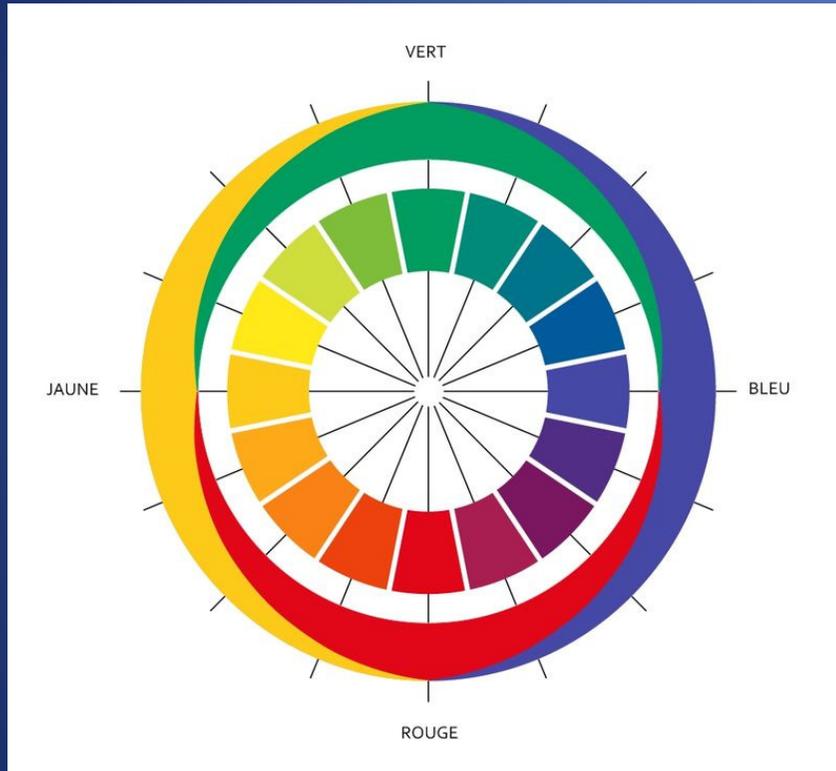
Mais Hering fut surtout concerné par l'analyse profonde de la couleur. Il mit par exemple en avant le problème de la présence de la couleur jaune parmi les couleurs fondamentales. Il est tout à fait d'accord avec Helmholtz pour dire que le jaune peut être produit par le mélange de vert et de rouge, mais alors pourquoi dans la vie courante percevons-nous le jaune comme une couleur élémentaire et non comme le résultat d'un mélange. Hering en conclut qu'*il n'y a pas trois couleurs fondamentales, mais quatre primaires correspondantes à des sensations psychologiques*. Il rejoint le concept de Léonard de Vinci avec sa palette à quatre couleurs. C'est la *théorie des couleurs opposées* dont les *4 couleurs fondamentales* sont le *bleu*, le *vert*, le *jaune* et le *rouge*.

Ewald Hering explique que le jaune peut avoir une dominante rouge ou une dominante verte, mais en aucun cas une dominante bleue pour la bonne raison que ces couleurs s'opposent, ce sont des *couleurs antagonistes* dont le mélange annule toute possibilité de couleurs autres que le gris ou le blanc. Dans cette logique le système de Hering propose une *opposition blanc/noir* qui correspond à la luminosité. On a donc au total *6 couleurs de base*.

Avec sa théorie, *Hering s'éloigne du monde physique*. Il prétend que le mélange de rouge et de vert donnant du blanc n'a de sens que si on abandonne la notion de sensation verte et de sensation rouge et qu'on accepte plutôt la notion de variation d'une seule couleur entre deux extrêmes l'une verte, l'autre rouge. *Hering ne décrit pas un système colorimétrique complet*, mais ses recherches sont *à la base du système suédois NCS*.



La roue de couleur de Hering



Les couleurs harmonieuses

Les *quatre couleurs 'primaires'* sont le *rouge*, le *bleu*, le *vert*, et le *jaune*. Lorsque ces couleurs dites pures sont mélangées, les couleurs secondaires que sont le mauve, le turquoise, l'orange et le vert 'tilleul' sont produites. Lorsque vous tournez la roue vous pouvez immédiatement voir l'*harmonie entre les couleurs qui sont adjacentes* les unes aux autres.

Les couleurs complémentaires

Les *couleurs* qui sont *placées à l'opposé* les unes des autres sur la roue sont appelées '*complémentaires*'. Ce sont des couleurs opposées qui vibrent à l'encontre les unes des autres, ou autrement dit, qui 'clashent'. *Elles ne vont généralement pas ensemble* mais parfois, l'utilisation de couleurs complémentaires dans une pièce peut avoir un effet frappant et positif.

2.3 Système des couleurs naturelles NCS

Le « *système des couleurs naturelles* » (*Natural Colour System*, ou *N.C.S.*) est d'origine suédoise. Il fonctionne à partir des *six couleurs primaires* proposées par *Léonard de Vinci*, combinées à la *théorie des complémentaires d'Ewald Hering*.

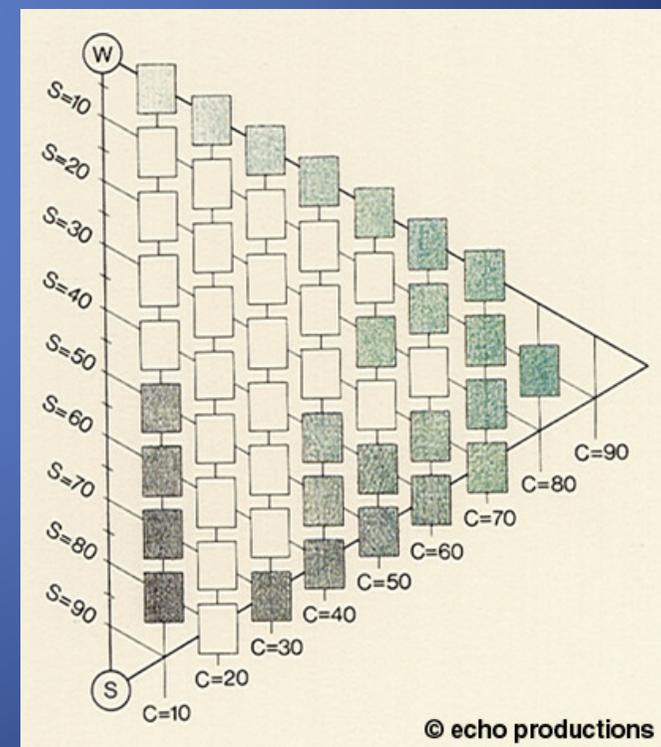
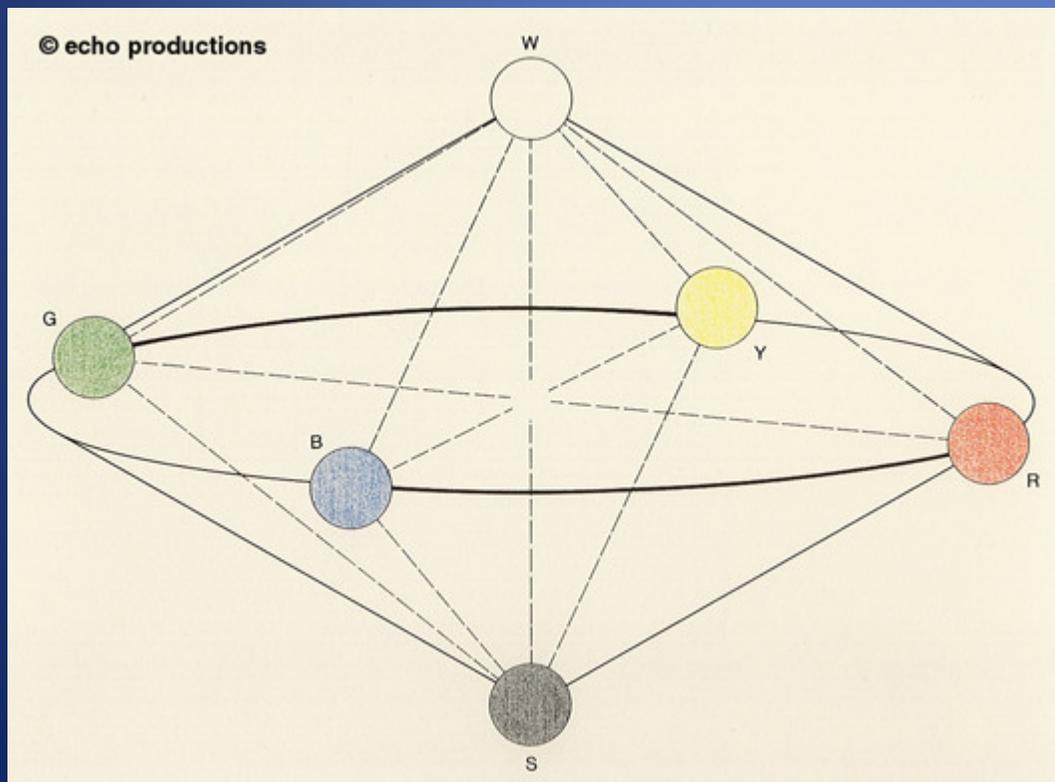
Les bases de départ concrètes se sont aussi inspirées du système de Tryggve Johansson et de l'atlas chromatique de Sven Hesselgren. Le projet a été lancé en 1964 et, vers la fin des années soixante, Anders Hard et Lars Sivik ont pu proposer leurs premiers résultats.

Le but des chercheurs suédois était de mettre au point un système grâce auquel *tout homme doué d'une faculté de vision normale des couleurs* serait en mesure de *faire des analyses chromatiques sans le secours d'instruments de mesure ou de tableaux de référence*. Le système devait permettre de juger de la couleur à choisir pour un mur de pièce, du feuillage d'un arbre aperçu au loin, de la nuance d'une surface peinte qui présente des contrastes simultanés, ou d'un point coloré sur un écran de télévision.

Le fondement doit être seulement la *couleur considérée* et *non la comparaison entre différentes couleurs*, selon les approximations hasardeuses du *colour matching system*.

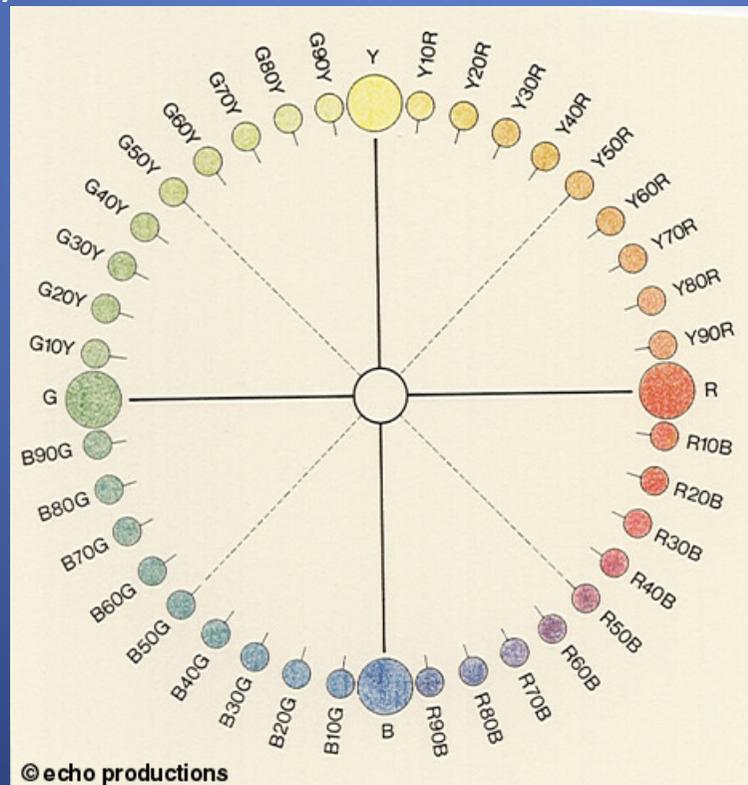
Le *système des couleurs naturelles* revêt l'apparence extérieure d'un *double cône*, disposé de façon à ce que *les quatre couleurs psychologiques fondamentales* — jaune (« Y »), rouge (« R »), bleu (« B ») et vert (« G ») — soient *inscrites sur le cercle de base*, à égale distance les unes des autres. Les deux pointes de la figure sont le blanc (en haut) et le noir (en bas), ce qui donne des *triangles équilatéraux* avec chacune des couleurs du cercle de base.

Chacun de ces triangles donne les *nuances d'une couleur*, définies par *trois variables* indiquant la *proportion de blanc* (W), *de noir* (S) et de *couleur* (C) et dont *la somme est 100*. La couleur la plus en pointe, à droite, est toujours définie par les valeurs W=10, S=10, C=80.



Dans le *cercle chromatique N.C.S.*, chacun des quadrants compris entre deux couleurs fondamentales est *divisé selon une échelle* qui *indique la proportion relative de chacune des deux couleurs* ; par exemple « Y40R » note un jaune avec 40% de rouge (donc 60% de jaune), « B20G » un bleu avec 20% de vert (donc 80% de bleu) , « Y30R » un orange (30% de rouge et 70% de jaune), etc.

La classification se fait selon le *principe de la similitude*, en fonction duquel une *couleur* — outre sa proportion relative de noir et de blanc — *se rapproche plus ou moins des deux couleurs fondamentales qui l'encadrent*. La précision de l'approximation est de l'ordre de 5% (sans le secours d'un échantillon matériel), ce qui est à la portée d'un observateur moyen, même peu versé dans le système des couleurs.



Les variables du système N.C.S. sont ainsi définies par le système de similitude. A côté du *ton*, défini comme on l'a vu plus haut et *repéré par deux lettres encadrant un chiffre*, le système note la « *chromaticité* », *C*, et la *proportion de noir*, *S*. Cela implique que :

- ✓ *tous les points de même chromaticité sont situés sur les lignes verticales parallèles à l'axe des noirs et des blancs ;*
- ✓ *toutes les nuances contenant la même proportion de noir s'échelonnent sur les lignes parallèles à la droite tracée entre le blanc et la couleur considérée ;*
- ✓ *enfin, toutes les couleurs à même proportion de blanc sont situées sur les lignes parallèles à celle qui relie le noir et la couleur considérée.*

Le système des couleurs naturelles a réussi à *reprendre les bons côtés des systèmes de Munsell et d'Ostwald, sans partager leurs inconvénients*, puisqu'il se limite aux éléments descriptibles de la perception des couleurs. Ses créateurs ont mis en évidence que chaque surface colorée perçue peut être décrite en la mettant en relation d'analogie avec au maximum quatre des six sensations élémentaires de couleur. Pour ce faire, ils ont rigoureusement suivi un point de vue phénoménologique.

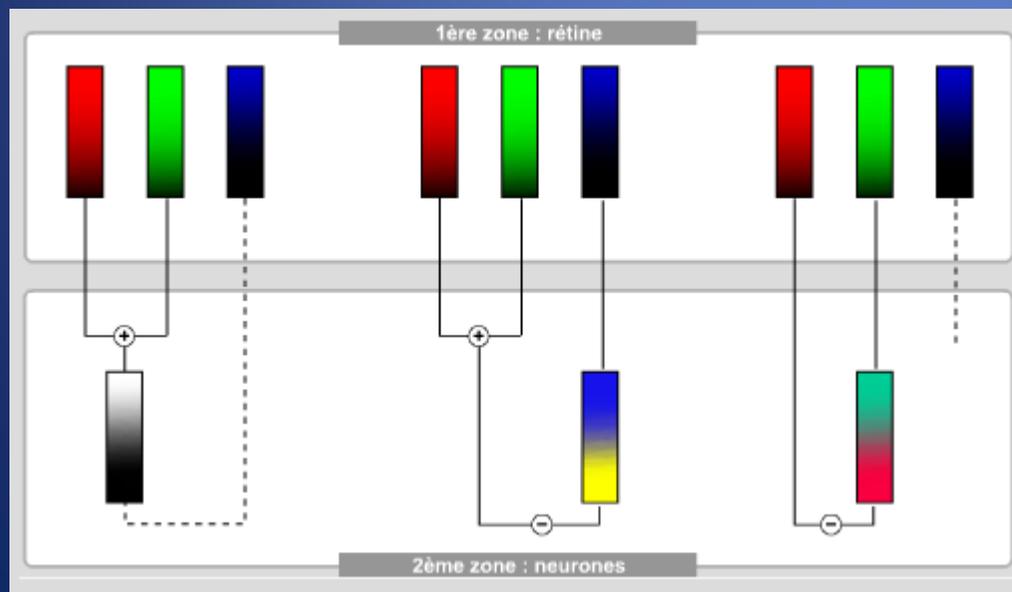
Le système chromatique naturel n'est évidemment pas parfait et son extension aux couleurs lumineuses exigerait, par exemple, de nouvelles connaissances sur la vision et la perception. La multiplicité ouverte des couleurs dépasse tout système fermé, quels que soient le raffinement et la sophistication de sa construction.

2.4 Une théorie unifiée : trichromie et couleurs opposées

Jusqu'au milieu du XX^{ème} siècle *la théorie des couleurs opposées fut considérée comme incompatible avec la théorie trichromatique*. Puis les chercheurs conclurent que *les deux théories étaient nécessaires pour expliquer tous les processus physiologiques*.

C'est sous le nom de la *théorie des zones* (zone theory) qu'un *modèle colorimétrique hybride* voit le jour. A l'intérieur de l'œil, la *couche des cônes trichromatiques* serait suivie d'une *zone où les signaux RVB serait transformés en signaux antagonistes* selon un processus adapté à la luminance et 2 processus adaptés à la chrominance.

Les *neurones* du cerveau serait donc *sensibles* uniquement à un *système de couleurs antagonistes*.



A gauche, Les cônes sensibles au rouge et au vert se conjuguent pour donner la *sensation de luminosité* (blanc/noir), le cône sensible au bleu ne jouant qu'un rôle soustractif négligeable.

Au centre, cette même conjugaison s'oppose au bleu pour donner la *sensation bleu/jaune*.

A droite, ces mêmes cônes s'opposent pour donner la *sensation vert/rouge*.

3 Colorimétrie des différences

La *colorimétrie de base*, telle qu'elle a été définie jusqu'ici (ci-dessus donc), s'avère très utile en pratique. Elle fournit un *système de repérage des couleurs*, des *outils mathématiques rendant compte des mélanges additifs* et un *diagramme de chromaticité*.

Cependant, elle est fondée sur l'*évaluation de stimuli visuels*, et demeure *très proche d'une conception physique de la couleur*.

Très tôt est apparu le désir de mesurer des *grandeurs psychophysiques*, en relation avec les *perceptions* et *sensations*. Ce problème a été abordé par le biais d'*expériences d'évaluation de seuils*.

3.1 Expérience d'évaluation de seuils

Au cours de ces expériences, on demande à un *observateur* s'il *perçoit ou non* une *différence entre le stimulus observé et le stimulus de référence*.

Dans le cas où le *stimulus de référence* correspond à une *absence de lumière*, on parle de *seuil absolu de perception*. Sinon, on parle de *seuil différentiel*.

Bien entendu, *ces seuils dépendent très fortement des conditions d'observation*.

La détermination de seuils différentiels peut porter sur de *nombreuses grandeurs perceptives*. On peut ainsi évaluer des *seuils de luminance*, des *seuils de discrimination des longueurs d'onde*, des *seuils de saturation*, de *seuils de chromaticité*, etc.

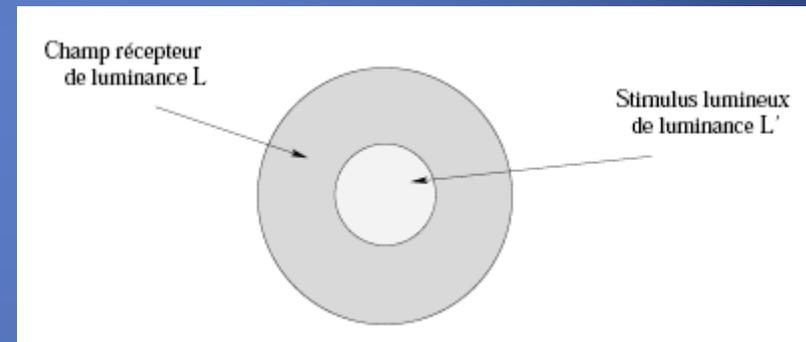
Par exemple, les expériences portant sur les seuils différentiels en longueur d'onde, permettent de conclure que l'on peut distinguer *environ 150 lumières monochromatiques*.

3.2 Non-uniformité de la sensibilité visuelle aux écarts de luminance

Une des principales caractéristiques du *système visuel humain* est qu'il s'*adapte à la luminance moyenne environnante*. Autrement dit, quand le système visuel détecte des variations de luminance, il le fait relativement au niveau de luminance L du fond environnant.

L'une des expériences les plus connues, pour quantifier le *seuil de variation de luminance minimal perceptible par l'œil humain*, relatif au niveau de luminance environnant, a été menée par *Weber*.

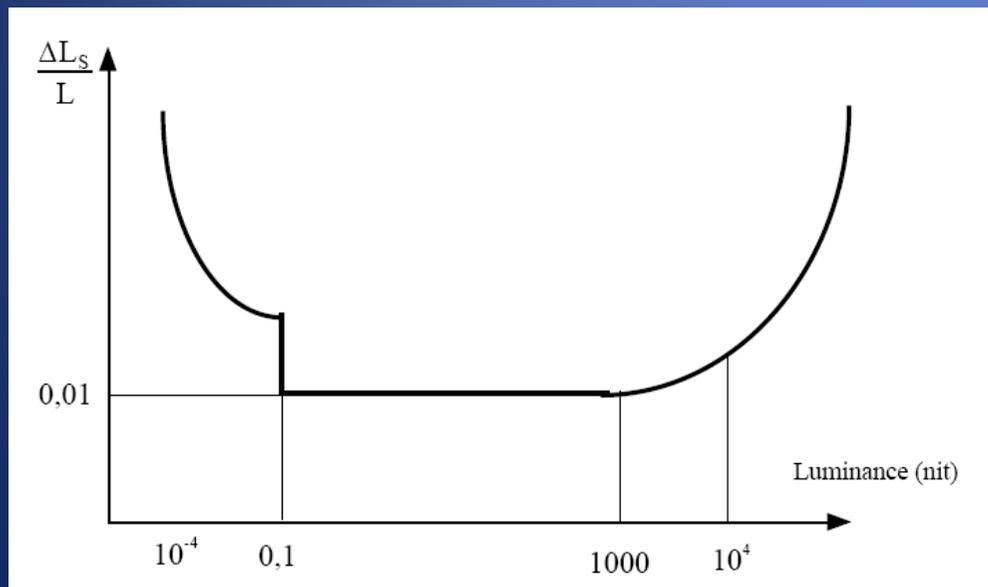
Protocole expérimental de Weber. Tant que l'observateur ne perçoit pas de différence de luminance entre le stimulus lumineux et le champ récepteur on augmente le niveau L' . $\Delta L = L' - L$ correspond au seuil L' de différence juste perceptible.



Cette expérience a conduit à définir la *courbe de sensibilité aux différences de luminance*, dite *courbe de Weber*, pour laquelle on observe :

- ✓ qu'il existe une cassure aux faibles luminances (entre $10^{-1} \text{ cd.m}^{-2}$ et $10^{-3} \text{ cd.m}^{-2}$) qui traduit la dualité des récepteurs (cônes et bâtonnets).
- ✓ que le seuil différentiel relatif est à peu près constant (0,01) dans un large domaine de luminance : 5 ordres de grandeur, ce qui signifie que le seuil différentiel varie en fonction de la luminance. Cette propriété se manifeste par la partie horizontale de la courbe

D'une manière générale, cette courbe traduit le fait que *la vision humaine est plus sensible aux contrastes de luminance pour les faibles niveaux de luminance que pour les niveaux élevés.*



Seuil différentiel relatif en luminance de l'œil (loi de Bouguer-Masson)

À tout ceci il faut rajouter que le seuil de différenciation dépend également du temps d'observation, du temps d'adaptation et surtout de la taille de l'objet et du champ d'étude.

3.3 Non-uniformité de la sensibilité visuelle aux écarts de teinte

L'une des expériences les plus connues, pour quantifier le seuil de différenciation minimal du système visuel humain à percevoir des *changements de teinte*, a été menée par *Wright et Pitt* en 1934.

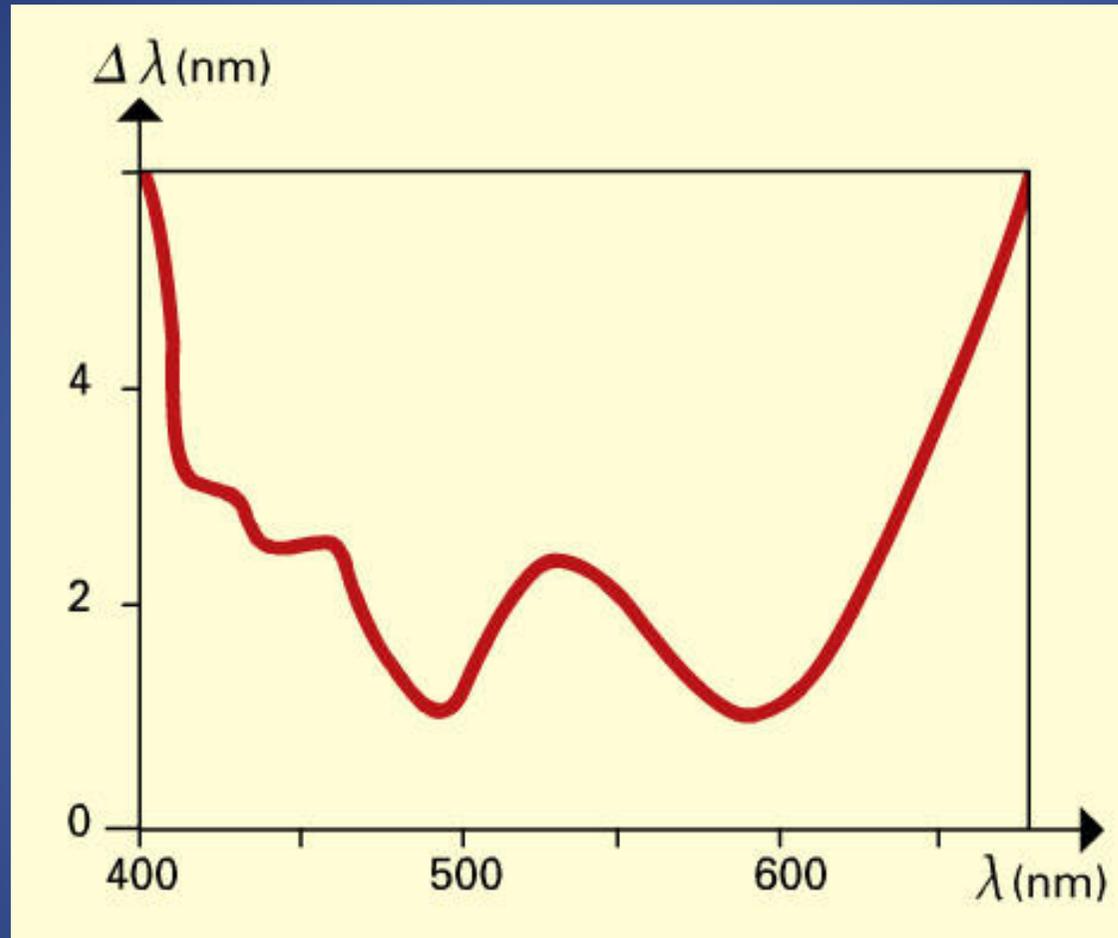
Cette étude a montré que *pour des lumières monochromatiques d'énergies égales*, la *sensibilité chromatique est extrêmement variable*.

Dans ce type d'expériences, *on maintient le facteur de pureté à 1 et l'on procède à la mesure du $\Delta\lambda$ pour chaque lumière monochromatique de longueur d'onde λ* . Le sujet est placé devant deux plages lumineuses de même luminance, l'une de longueur d'onde λ fixe et on fait varier lentement la longueur d'onde de seconde plage jusqu'à perception d'une différence. Le champ d'observation est d'environ 2° .

On constate *deux maxima de sensibilité d'environ 1 nm autour de 490 nm (bleu-vert) et de 590 nm (jaune orangé)*. Cette sensibilité décroît fortement aux limites du spectre visible.

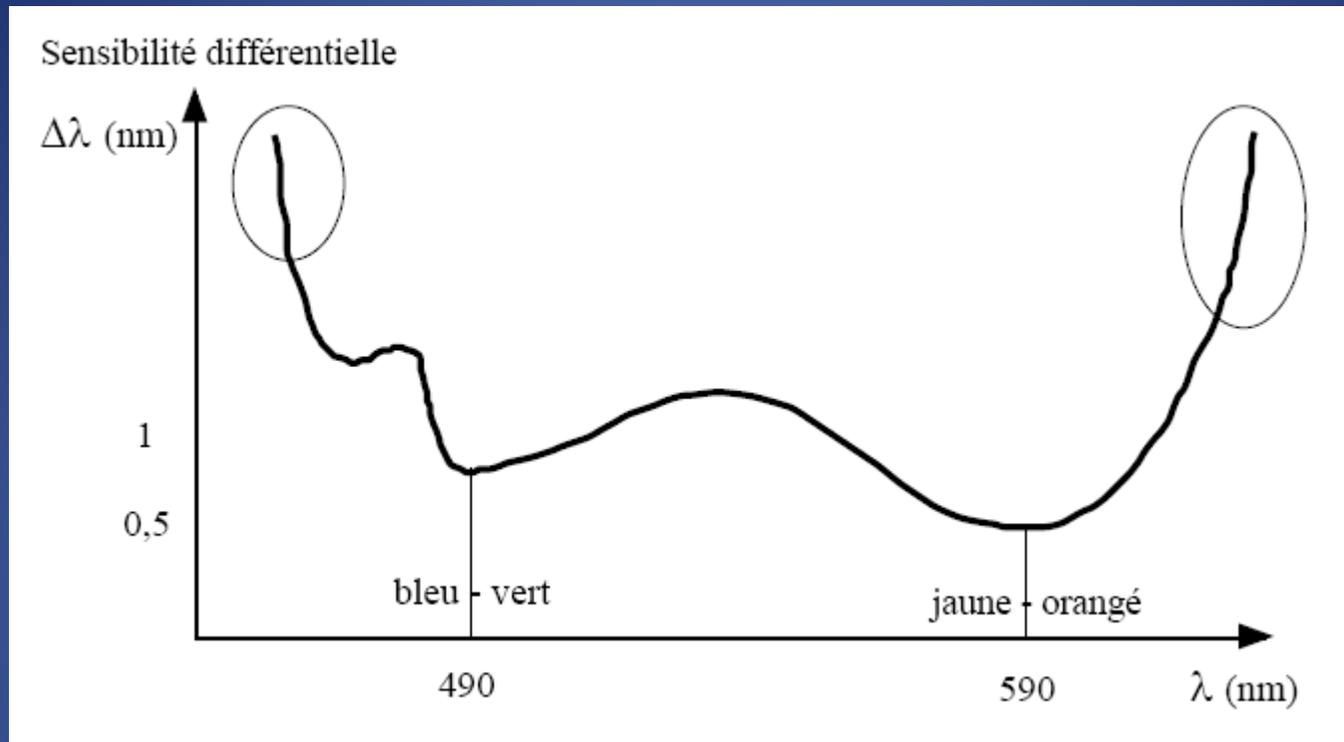
Tandis que le seuil de différenciation est minimum (environ 1 à 2 nm) pour des longueurs d'onde d'environ 490 nm (bleu-vert) et 590 nm (jaune orangé), il est maximal au delà de 700 nm ou en deçà de 425 nm. En effet, au delà de 700 nm les observateurs ne distinguent plus aucune variation de chromaticité dans les lumières monochromatiques, de même pour des longueurs d'onde inférieures à 425 nm.

Cette étude a permis de définir ce que l'on appelle la *courbe de variation des seuils de différentiation* en fonction des longueurs d'onde ou *courbe de seuil différentiel de longueur d'onde* associé à l'œil humain :



Le plus petit écart appréciable (*seuil différentiel*) $\Delta\lambda$ de longueur d'onde dominante, pour une lumière saturée (couleur monochromatique, pure), varie d'un bout à l'autre du spectre il peut à ce sujet exister des différences appréciables entre divers individus « normaux », mais, pour tous, la *perception* de la teinte varie *beaucoup moins vite dans le rouge et dans le violet que dans le jaune ou le bleu-vert*.

Sensibilité différentielle en longueur d'onde de l'œil

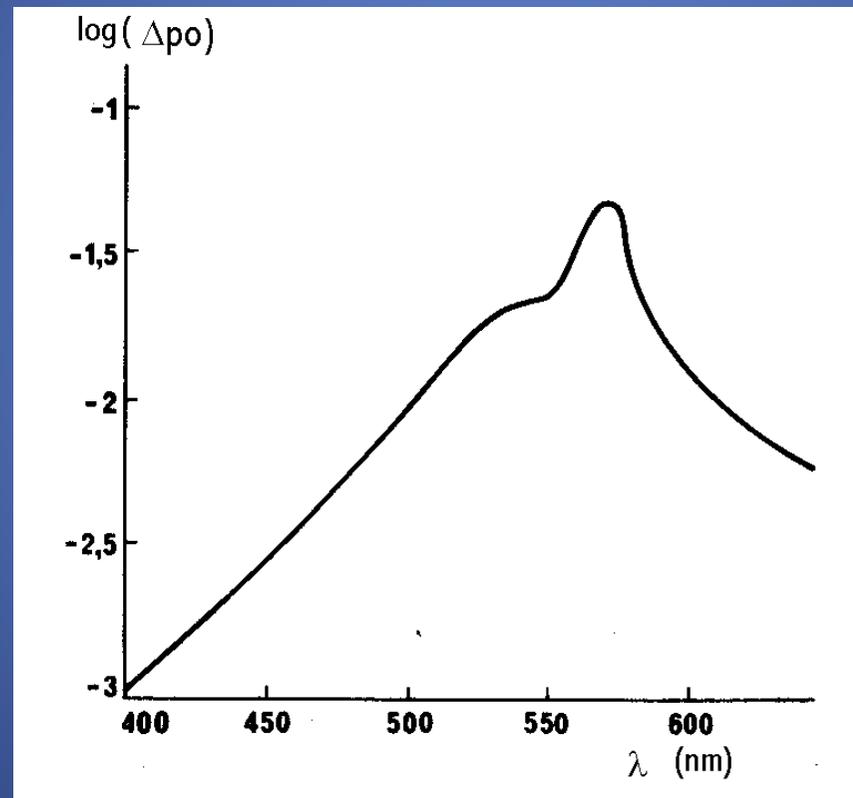


Attention : c'est un graphe de sensibilité différentielle ($\Delta\lambda$) et pas de sensibilité différentielle relative ($\Delta\lambda/\lambda$).

On constate donc qu'il est plus facile de différencier des couleurs dans la zone du bleu-vert à l'orange que des violets ou des rouges (zones dans les ellipses en trait fin). L'œil peut discriminer environ 150 tonalités (à luminance et saturation constantes). Il existe néanmoins d'autres couleurs (ou tonalités) que celles de l'arc-en-ciel et que l'œil peut toutefois distinguer, comme par exemple le rose (rouge + blanc), le pourpre (superposition rouge + violet), le brun (orange de faible luminance), les gris (blancs de faible luminance).

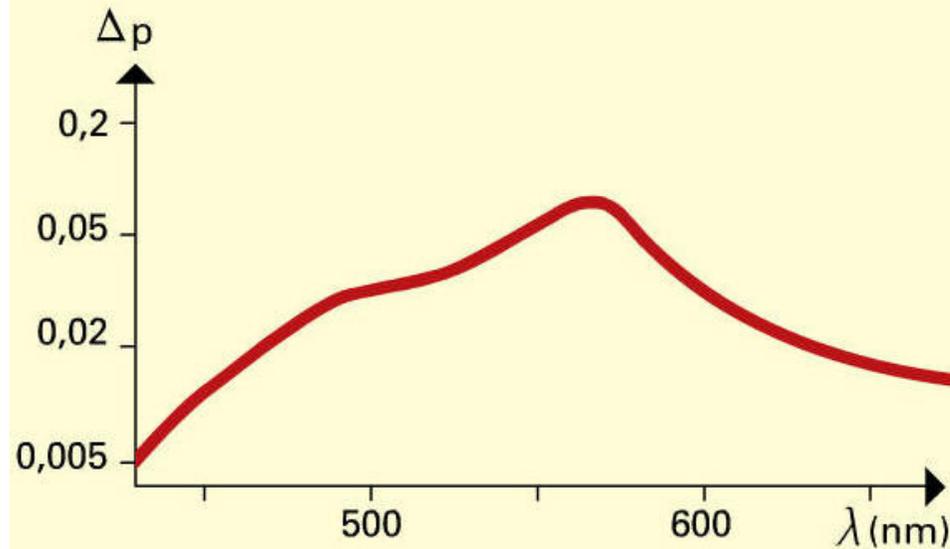
3.4 Seuil différentiel du facteur de pureté au voisinage du blanc et au voisinage de la saturation

Dans ces expériences, on a toujours deux plages : la plage A blanche de luminance L et la plage B de luminance $(L-\Delta L)_w$ dans le blanc auquel on superpose une luminance ΔL_λ de longueur d'onde λ . La luminance totale de la plage B est donc égale à celle de la plage A. On recherche la plus petite quantité ΔL_{λ_0} qui permet une perception "colorée" de la plage B. Sur le graphique on a porté le log de la variation de la pureté colorimétrique $\Delta p_0 = \Delta L_{\lambda_0}/L$ en fonction de λ .

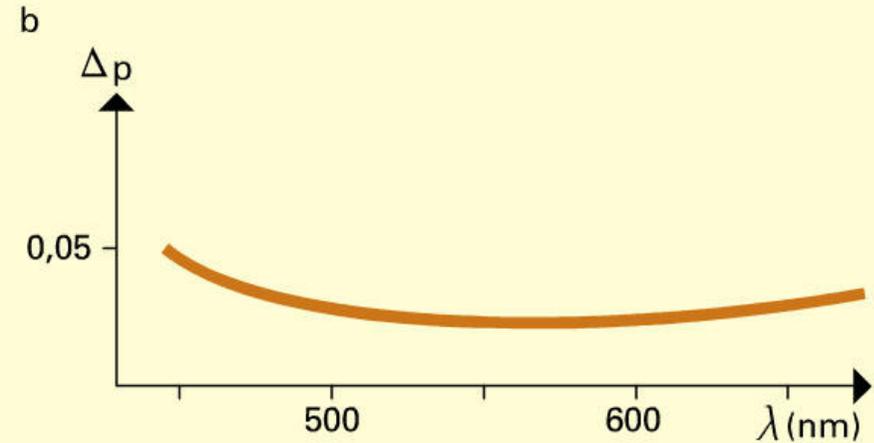


On constate que *le système humain fait preuve d'une moindre sensibilité au caractère coloré de la nuance dans la zone 550 - 600 nm* (jaune à jaune orangé).

Seuil différentiel du facteur de pureté associé à l'œil humain



au voisinage du blanc (ordonnées logarithmiques)



au voisinage de la saturation

La figure à gauche indique, pour les diverses teintes, la plus petite variation perceptible Δp du facteur de pureté *au voisinage du blanc* (près de $p=0$).

La figure à droite indique comment évolue ce même seuil *au voisinage de la saturation* (près de $p=1$).

L'œil commence donc à percevoir une différence de niveau de pureté pour une variation très petite de la pureté aux extrémités du spectre visible et pour une variation de pureté un peu plus grande au milieu au voisinage des couleurs très diluées de blanc ; par contre, dans le cas des couleurs presque pures, l'œil commence à percevoir une différence de niveau de pureté pour une variation plus grande de la pureté aux extrémités du spectre visible et pour une variation plus faible en son milieu.

3.5 Seuils différentiels de chromaticités

En partant du constat que *le diagramme de chromaticité x,y 1931 n'est pas uniforme*, autrement dit, que *le seuil différentiel de chromaticité varie en fonction des coordonnées du centre d'évaluation*, de très nombreux travaux ont porté sur l'évaluation de cette non-uniformité.

Malheureusement, on a pu constater une grande variabilité dans les résultats collectés. Cela est dû aux procédures d'expérimentations, différentes selon chaque auteur.

Ainsi, le type de vision (monoculaire ou binoculaire), la taille du champ visuel, le niveau de luminance, le nombre de mesures par couleur, et le nombre de couleurs ont largement influencés les résultats.

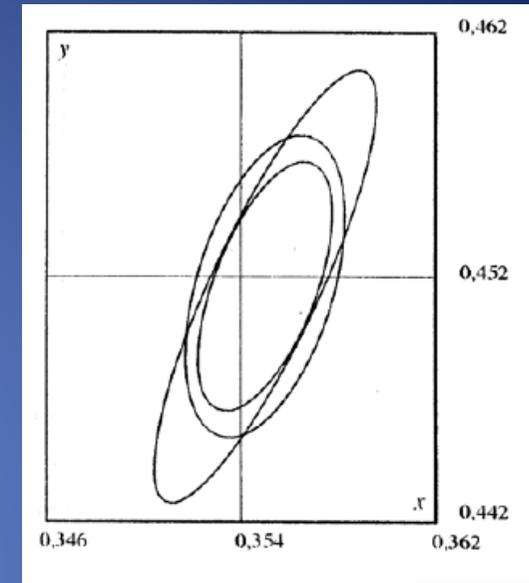
Les travaux les plus connus en la matière sont ceux que *Mac Adam* mena en 1942. Ils concernaient 25 centres de couleurs, pour lesquels l'observateur PGN détermina les *seuils différentiels à luminance constante*. L'observation se faisait sur des *couleurs d'ouvertures*.

Mac Adam supposa que les *seuils différentiels*, autour d'un centre de couleur, étaient donnés par une *forme quadratique des coordonnées*, et se traduisaient donc graphiquement par une *ellipse centrée sur le point de couleur*.

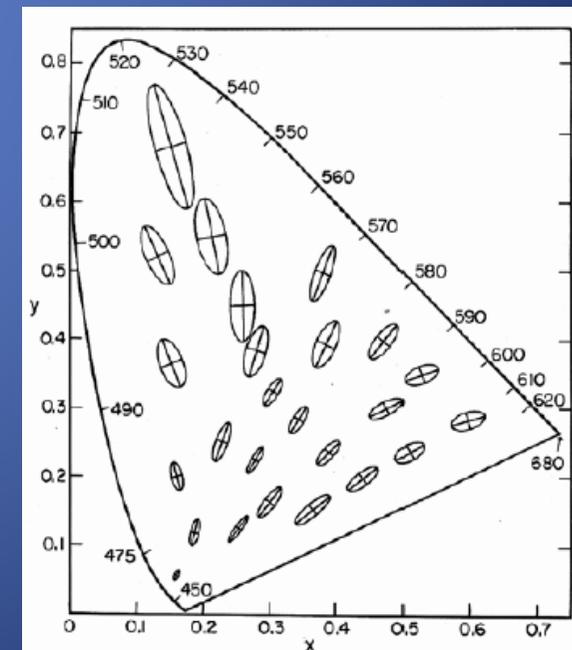
En fait, cette *forme elliptique n'a jamais réellement été démontrée*. Ainsi, les seuils différentiels de chromaticités obtenus par Parra s'écartent assez largement des ellipses traditionnelles. Toutefois, d'après Sève, ses résultats ont été jugés dénués de valeur et dus à des artefacts.

Notons, aussi, que la détermination de ces seuils différentiels de chromaticité, en restant dans le cadre de formes quadratiques, est réellement difficile à mener à bien.

La figure ci-contre montre les *résultats obtenus par un même observateur*, dans les mêmes conditions mais à des périodes différentes, pour le centre de couleur de coordonnées $x=0,3545$ et $y=0,4518$. Ce fait peut donc, lui aussi, expliquer la grande disparité des résultats obtenus lors des différentes expériences.



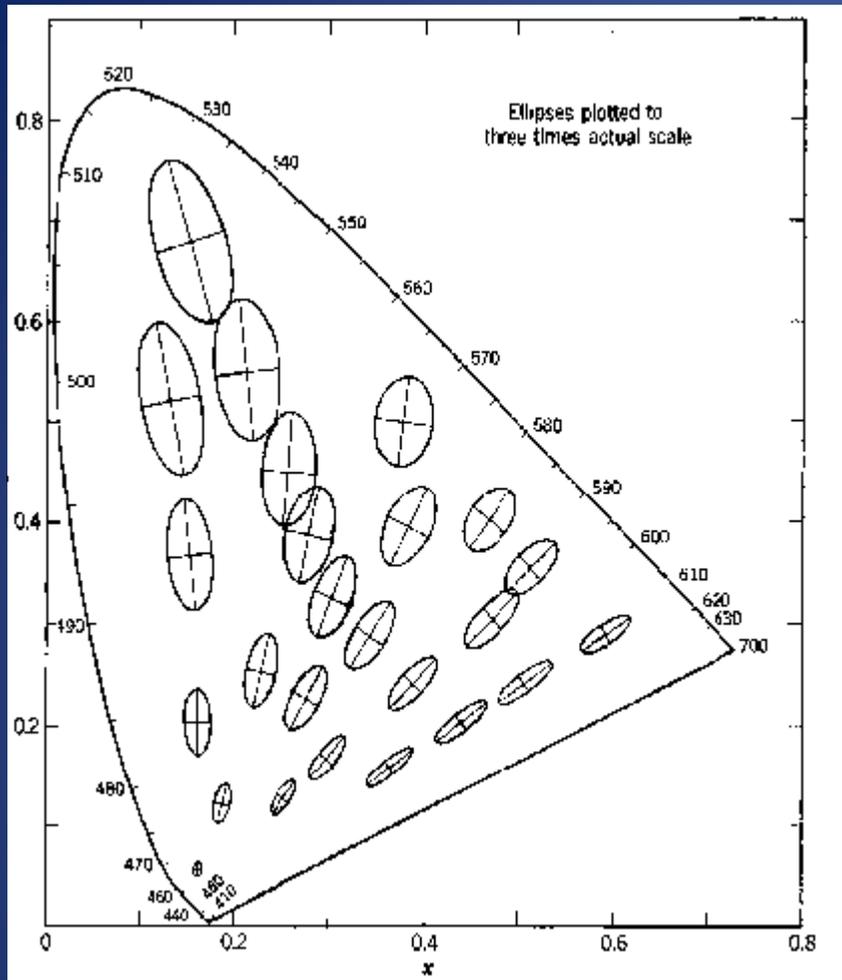
La figure ci-contre montre les *seuils de chromaticité obtenus par Mac Adam* en 1942.



Sur le diagramme xy ci-dessous, on a tracé les *zones de perception de teinte identique*. Ces zones sont dites *ellipses de Mac Adam* ; elles correspondent à des *écarts de couleur constants du point de vue psychosensoriel* et déterminent donc des *zones d'équisensibilité de l'œil* dans le plan (x,y) de la CIE.

On voit que *la taille de ces ellipses dépend fortement de la zone de couleur considérée*. Les ellipses sont fortement dilatées dans la région du vert, traduisant le fait que cette couleur occupe une place très grande du diagramme de chromaticité.

Par conséquent, *la sensibilité aux différences de teintes n'est pas uniforme dans tout de domaine*, et qu'en plus, *il existe des axes privilégiés de sensibilité de la vision*.



Seuils différentiels de chromaticité selon Mac Adam (agrandies 10 fois).

Les couleurs à l'intérieur d'une ellipse sont jugées identiques. Une couleur à l'extérieur d'une ellipse est jugée différente de celle au centre de l'ellipse.

Tandis que le rapport de longueur du grand axe sur le petit axe tend jusqu'à 15:1, ce rapport vaut en moyenne 3,12 avec un écart type de 1,03.

L'*équation cartésienne d'une ellipse* peut s'écrire:

$$g_{11}(x - x_0)^2 + 2g_{12}(x - x_0)(y - y_0) + g_{22}(y - y_0)^2 = ds^2$$

où, (x_0, y_0) sont les coordonnées du centre de l'ellipse.

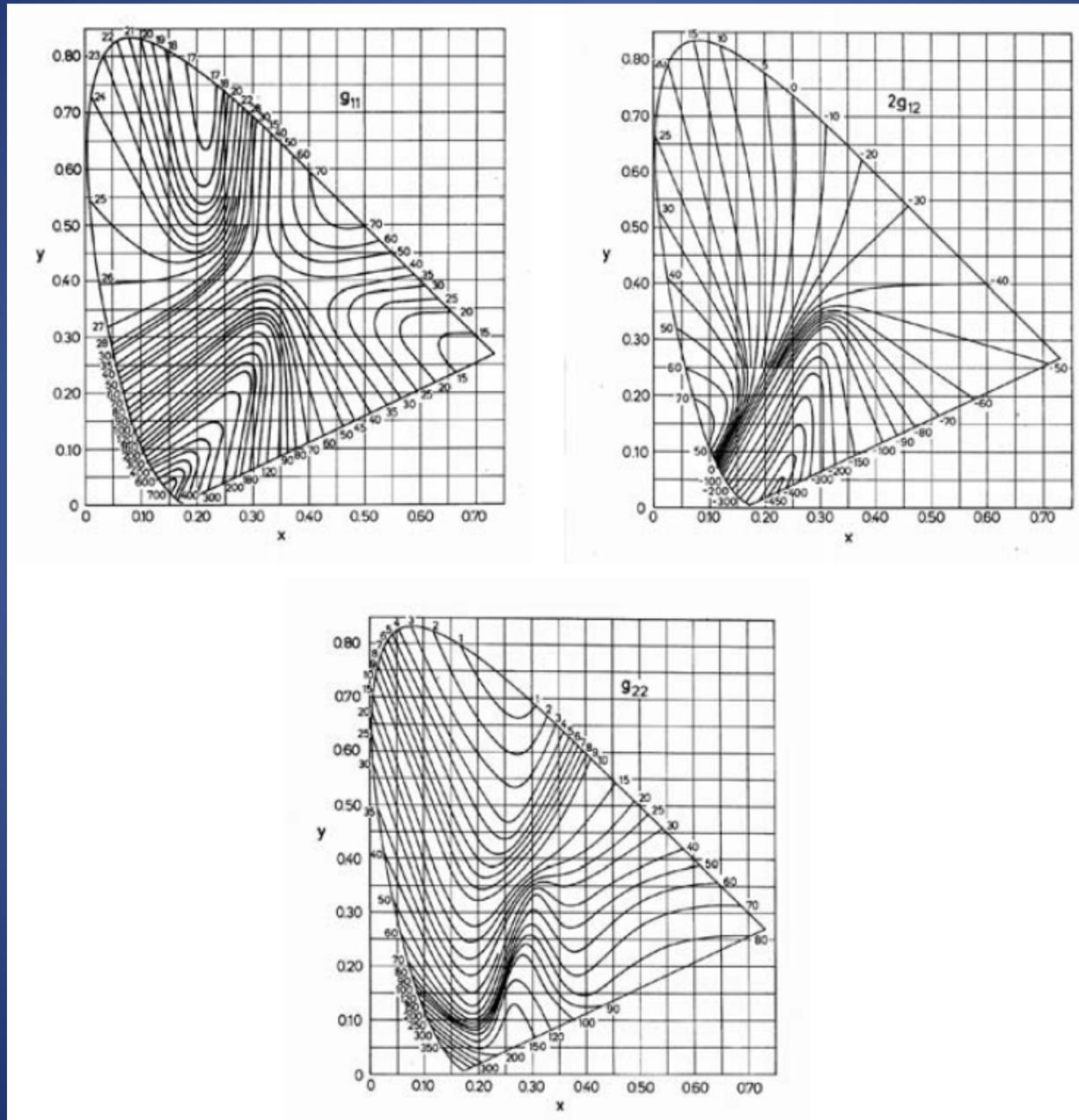
Dans notre cas, on prendra $ds = 1$. Les coefficients g_{11} , g_{12} et g_{22} sont les *paramètres de l'ellipse* (dans le cas où $g_{11} = g_{22}$ et $g_{12} = 0$ on retrouve l'équation d'un cercle).

Pour chaque centre de couleur, *leurs valeurs déterminent entièrement l'ellipse correspondante*.

En dehors des points de couleur déterminés directement, il est nécessaire d'*interpoler* pour déterminer les paramètres d'ellipses relatives à d'autres centres de couleur.

Mac Adam, en 1943, a publié des *graphiques permettant une interpolation commode* afin de déterminer les coefficients g_{11} , g_{12} et g_{22} . La *précision* des valeurs obtenues est *de l'ordre de 15 %*.

La figure ci-dessous montre ces trois graphiques. Notons que les valeurs des coefficients doivent être multipliées par un facteur 10^{-4} .



3.6. Diagrammes de chromaticité uniforme

De nombreux travaux, là encore, ont porté sur l'*obtention d'un diagramme uniforme*, où les *seuils différentiels correspondraient à des cercles*.

3.6.1 Solution locale

Soit une ellipse de paramètres g_{11} , g_{12} et g_{22} . Alors, dans un *repère oblique* où Φ , l'angle entre les axes, est tel que :

$$\cos(\Phi) = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11}g_{22}}},$$

et *où les nouvelles unités s'obtiennent par multiplication de coefficients* :

$$k\sqrt{g_{11}} \text{ pour les abscisses, et } k\sqrt{g_{22}} \text{ pour les ordonnées,}$$

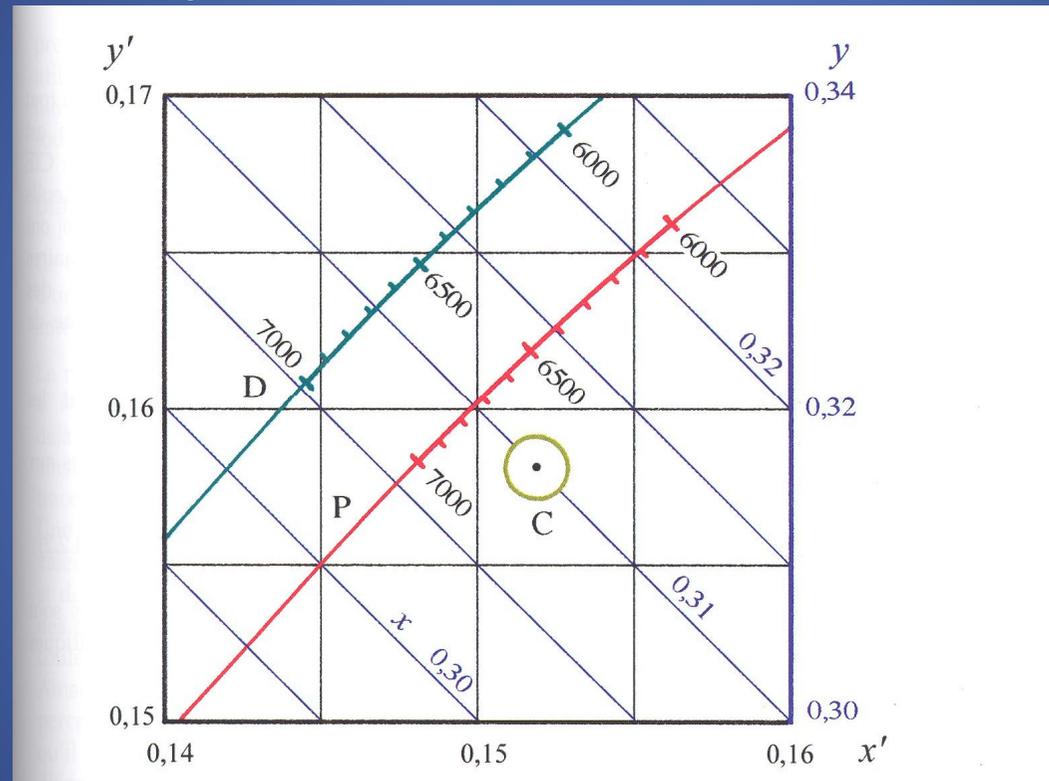
k étant un constante quelconque, *l'ellipse d'origine est transformée en cercle*.

Cette solution est bien évidemment *locale*, puisque *pour chaque centre d'ellipse le repère oblique varie*.

De même une ellipse de seuils, dont les paramètres sont g_{11} , g_{12} et g_{22} tracée dans un repère d'axes orthogonaux où les coordonnées sont x' et y' telles que :

$$x' = x + (g_{12} / g_{11})y \quad \text{et} \quad y' = y \left[g_{22} / g_{11} - (g_{12} / g_{11})^2 \right]^{1/2}$$

Sera transformé en cercle. La méthode est illustrée sur la figure suivante appliquée à la zone des illuminants lumière du jour.



La méthode de la relation (4.2.1) a été utilisée pour rétablir l'uniformité autour de l'illuminant C.
 On a choisi $g_{11} = 10^6$, $2g_{12} = -10^6$, $g_{22} = 5 \cdot 10^5$.
 Les coordonnées obtenues $x' = x - y/2$ et $y' = y/2$ tirées de la relation (4.2.1) sont marquées en bas et à gauche avec des échelles identiques.
 La figure montre l'illuminant C, le lieu des radiateurs de Planck P et celui, nettement distant, des illuminants D. Les échelles de températures de couleur se correspondent convenablement.
 L'ellipse de MacAdam centrée sur l'illuminant C est transformée en un cercle (en vert sombre).
 On a indiqué, en bleu les coordonnées x (à l'intérieur du cadre) et de y (à droite).
 Tandis que les valeurs constantes en y sont sur des lignes horizontales, les valeurs constantes en x sont sur les lignes obliques à 45° en bleu.

3.6.2 Solution par transformation projective

Une ellipse pouvant se transformer en un cercle par *projection sur un plan*, il est naturel de chercher une solution par cette méthode, dont on sait qu'elle est *équivalente à un changement de primaires*.

La *recherche d'une solution globale* se ramène, pour l'essentiel, à l'utilisation de *transformations projectives* sur un plan. Soient x' et y' les coordonnées du nouveau diagramme de chromaticité obtenu par une telle transformation, à partir du diagramme x, y de la CIE.

On a:

$$\begin{aligned}x' &= \frac{a_1x + a_2y + a_3}{c_1x + c_2y + c_3} \\y' &= \frac{b_1x + b_2y + b_3}{c_1x + c_2y + c_3}\end{aligned}$$

En choisissant des *valeurs adéquates pour les divers coefficients*, on espère ainsi *transformer l'ensemble des ellipses du diagramme xy en cercles*.

Mais, cette méthode ne permet de donner que des *solutions approchées*. La raison en sera donnée dans le paragraphe suivant.

Pour mémoire, on peut citer *quelques exemples de diagrammes* obtenus par transformation projective :

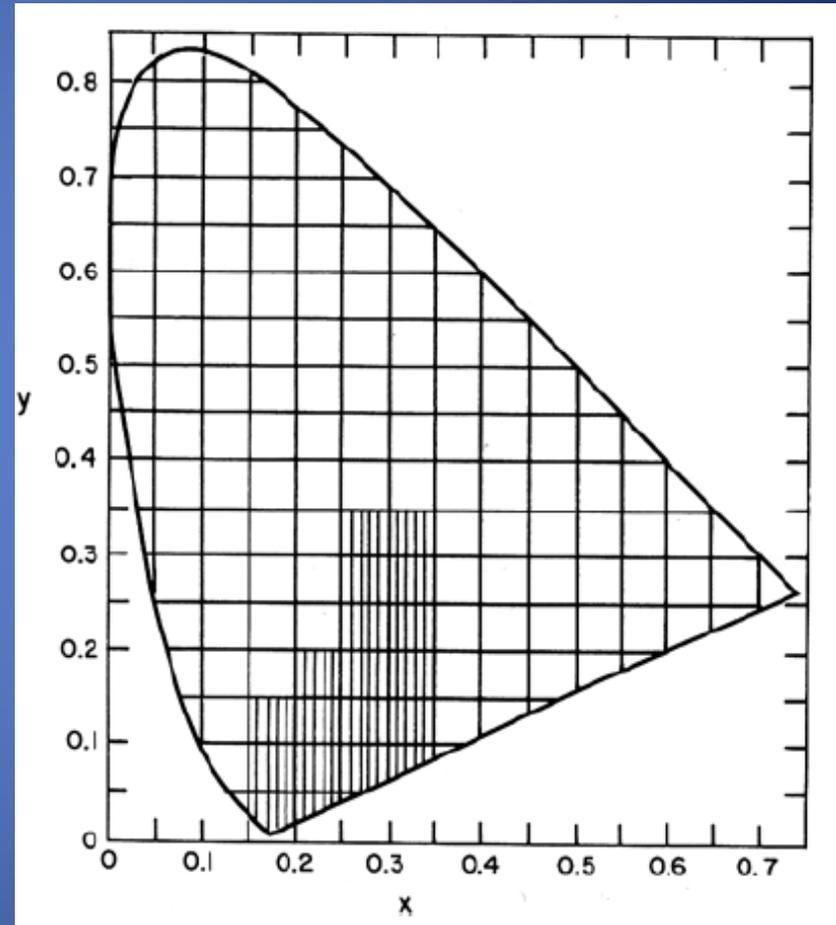
- ✓ Diagramme rg de Judd (connu sous le nom de diagramme UCS, Uniform Chromaticity Scale) présenté ci-après ;
- ✓ Diagramme uv de Mac Adam ;
- ✓ Diagramme de Breckenridge et Schaub (ou Rectangular UCS) ;
- ✓ Diagramme $\alpha\beta$ de Hunter.

3.6.3 Solution théorique

De la même façon qu'une mappemonde ne peut rendre compte du globe terrestre en respectant uniformément les distances (quelle que soit la transformation utilisée), l'obtention d'un diagramme uniforme de chromaticité est impossible. Il faut en fait reconstruire la surface gauche correspondant, par analogie, au globe terrestre.

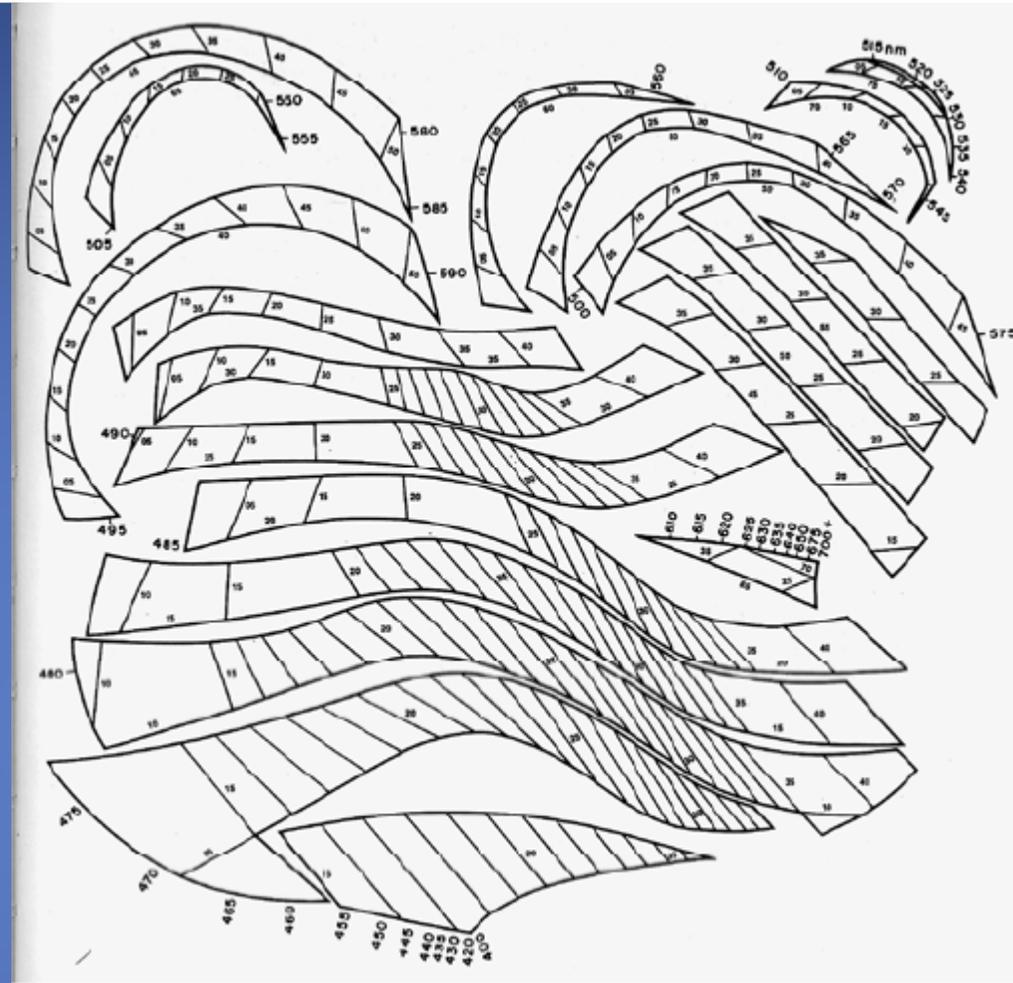
Les figures suivantes montrent une tentative menée en ce sens par Mac Adam en 1944.

Il a, pour cela, subdivisé le diagramme xy de la CIE en petits rectangles.

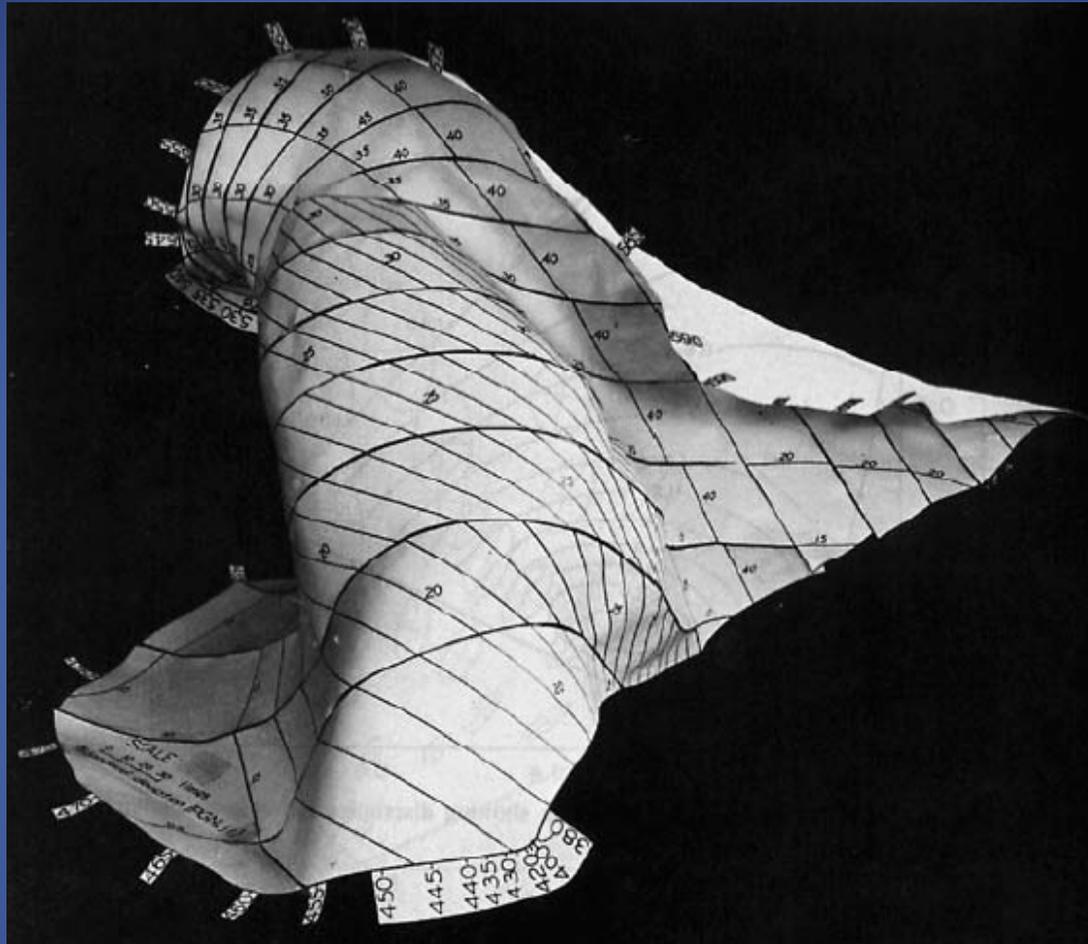


Découpage en carreaux du diagramme xy

Puis, chaque rectangle a été transformé en quadrilatère, par transformée oblique, en utilisant les paramètres g_{11} , g_{12} et g_{22} de l'ellipse dont le centre est celui du rectangle.



Enfin, les quadrilatères ont été recollés et ajustés aussi précisément que possible, afin d'obtenir la surface gauche montrée sur la figure ci-dessous.



La notion de distance chromatique entre deux points se confond alors avec celle de la longueur de la ligne géodésique joignant ces points. La métrique ainsi définie est une métrique Riemannienne.

Notons, de plus, que sur cette surface, on peut suivre les lignes d'égale teinte, ou d'égale saturation autour d'un neutre.

3.7 Espaces de couleurs uniformes

Tout ce qui vient d'être écrit précédemment est *relatif à une situation à deux variables*. Il serait important de *prendre en compte la luminance*. On pense, en général, que pour les *couleurs d'ouverture*, la *luminance ne joue pas un rôle déterminant* si l'on reste dans le domaine photopique.

En pratique, on a plutôt à traiter des *couleurs de surface*. Or, les résultats expérimentaux relatifs aux couleurs d'ouverture ne peuvent s'appliquer tels quels. En particulier, on estime que *les ellipses de seuils de chromaticité doivent être plus grandes quand les couleurs de surface s'assombrissent*, en accord avec une discrimination chromatique très faible pour les noirs.

Si l'on poursuit la même démarche que celle décrite précédemment, au lieu d'ellipses, il faut maintenant considérer des *ellipsoïdes d'égalisation visuelle*. En théorie, on devrait donc utiliser une formulation comportant six termes (trois termes carrés et trois termes croisés). Cependant, Brown et Mac Adam ayant fait l'hypothèse que les seuils de luminance sont indépendants des seuils de chromaticité, proposent de ne rajouter qu'un terme, de type:

$$g_{33} \left(\frac{\Delta Y}{Y} \right)^2.$$

Cela revient à considérer que deux axes de l'ellipsoïde sont dans un plan de luminance constante. Notons que le domaine de validité de cette hypothèse est certainement restreint aux couleurs de surface plutôt claires, conformément à la remarque concernant l'agrandissement des ellipses de seuils de chromaticité pour les couleurs sombres.

L'espace couleur XYZ (1931) de la CIE, tout comme son diagramme de chromaticité xy, est non uniforme au sens d'une distance perceptuelle.

De la même manière qu'au paragraphe précédent, la solution théorique consiste à plonger le volume - volume au sens où l'ensemble des chromaticités est contenu à l'intérieur d'une surface fermée, et que le domaine des luminances peut raisonnablement être considéré, dans le cas de la vision humaine, comme borné entre 10^{-6} cd/m² (seuil absolu) et 10^8 cd/m² (éblouissement) - contenant l'ensemble des couleurs réalisables, dans un espace de dimension supérieure à trois.

Considérant que l'espace couleur XYZ, de dimension $n=3$, est de type Riemannien, il faut alors un espace euclidien de dimension

$$m = \frac{n(n+1)}{2} = 6$$

pour le contenir. Muni de cette transformation, on peut à nouveau utiliser une géométrie euclidienne, où la notion de distance rejoint celle de géodésique. Toute autre solution d'uniformisation, où l'on demeure en dimension 3, ne peut être qu'approchée.

Historiquement, de nombreux travaux ont porté sur ce dernier type de solution. On peut citer, par exemple:

- ✓ L'*espace Lab de Hunter*;
- ✓ L'*espace U*V*W* CIE 1964*.

Devant le foisonnement de recherches en ce domaine, ce n'est qu'en 1976 que la CIE y a mis bon ordre, en proposant *deux espaces « uniformes »*:

- ✓ L'*espace $L^*u^*v^*$ CIE 1976* (ou *CIELUV*);
- ✓ L'*espace $L^*a^*b^*$ CIE 1976* (ou *CIELAB*);

Ces espaces sont désormais utilisés de manière standard.

3.8 CIE UVW 1960

L'espace *CIE UVW* est un espace colorimétrique défini par la commission internationale de l'éclairage en 1960. Construit à partir du système CIE XYZ de 1931, il fut introduit pour *améliorer l'uniformité de la répartition des couleurs*.

Cet espace, aussi appelé *UCS (Uniform Chromaticity Scale)* ou *diagramme de Judd* tient compte de cet effet dans le plan de chrominance, en définissant de nouvelles composantes chromatiques UVW (puis uvv) à partir des XYZ.

Cet espace *contractant les zones vertes et dilatant les zones bleues* maintient des formes elliptiques mais de dimension plus uniforme.

Il constitue un *système linéaire* dans lequel la *composante V est égale à la composante Y*, elle-même *égale à la luminance L* de la couleur décrite.

Cet espace a été amélioré ensuite en dilatant l'échelle sur une même direction car les petits axes des ellipses sont en grande partie orientés selon une même direction.

Il a ainsi été *supplanté par le système CIE U'V'W' 1976* et est aujourd'hui devenu obsolète.

Passage du système CIE XYZ au système CIE UVW

Composantes U V W

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = \mathbf{M} \times \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix},$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/2 & 3/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Coordonnées u v w

Les coordonnées peuvent être obtenues, comme pour les autres systèmes, à partir des composantes :

$$\begin{cases} U \\ V \\ W \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u = \frac{U}{U+V+W} \\ v = \frac{V}{U+V+W} \\ w = \frac{W}{U+V+W} \end{cases}.$$

Elles peuvent également être calculées d'après les coordonnées x et y de la couleur étudiée :

$$u = \frac{4X}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{4x}{(-2x + 12y + 3)},$$
$$v = \frac{6Y}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{6y}{(-2x + 12y + 3)}.$$

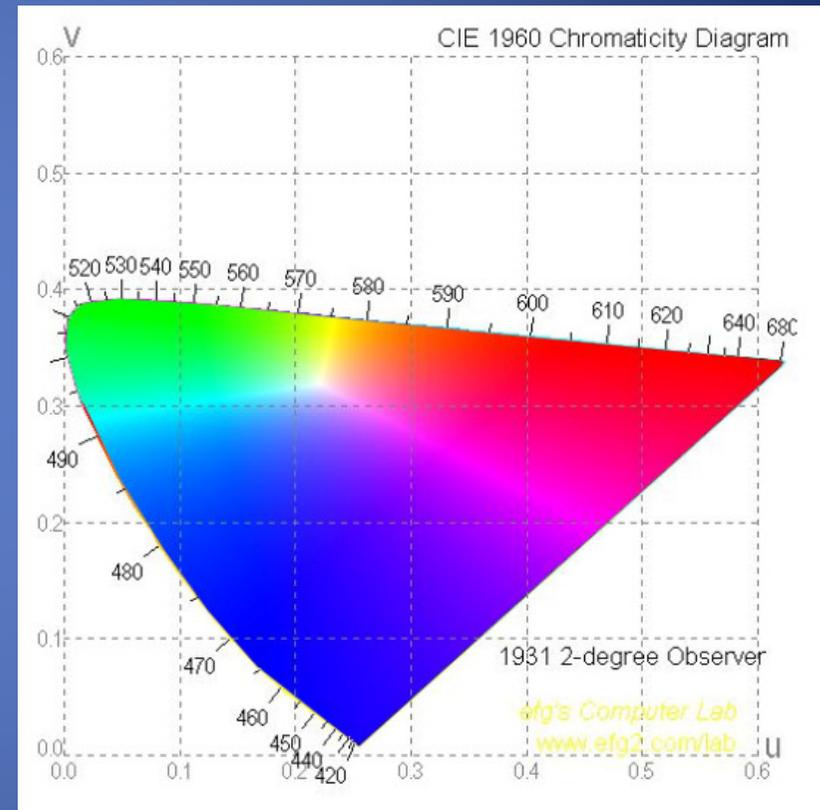
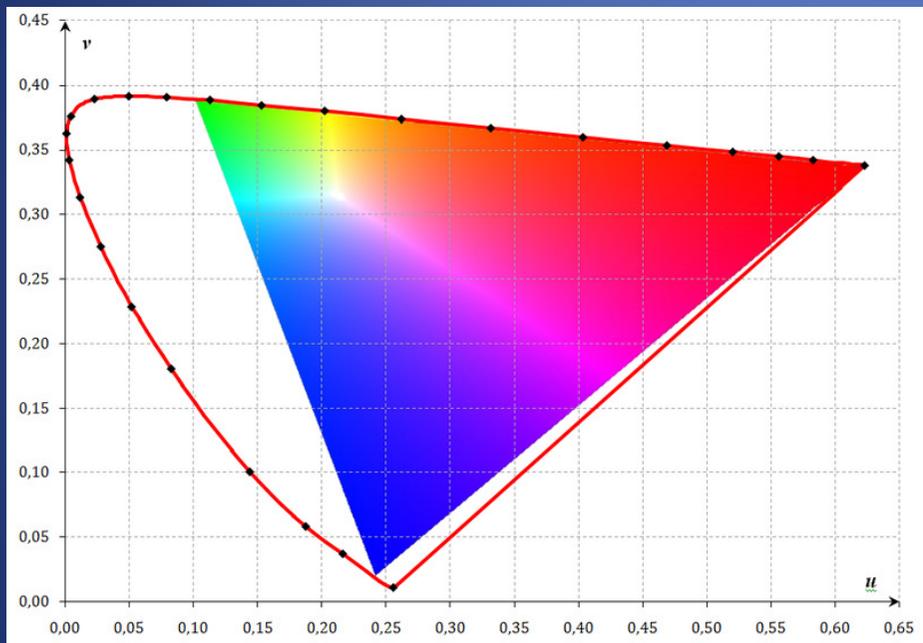
Passage du système CIE UVW au système CIE XYZ

Composantes

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \times \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix},$$
$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} 3/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3/2 & -3 & 2 \end{pmatrix}.$$

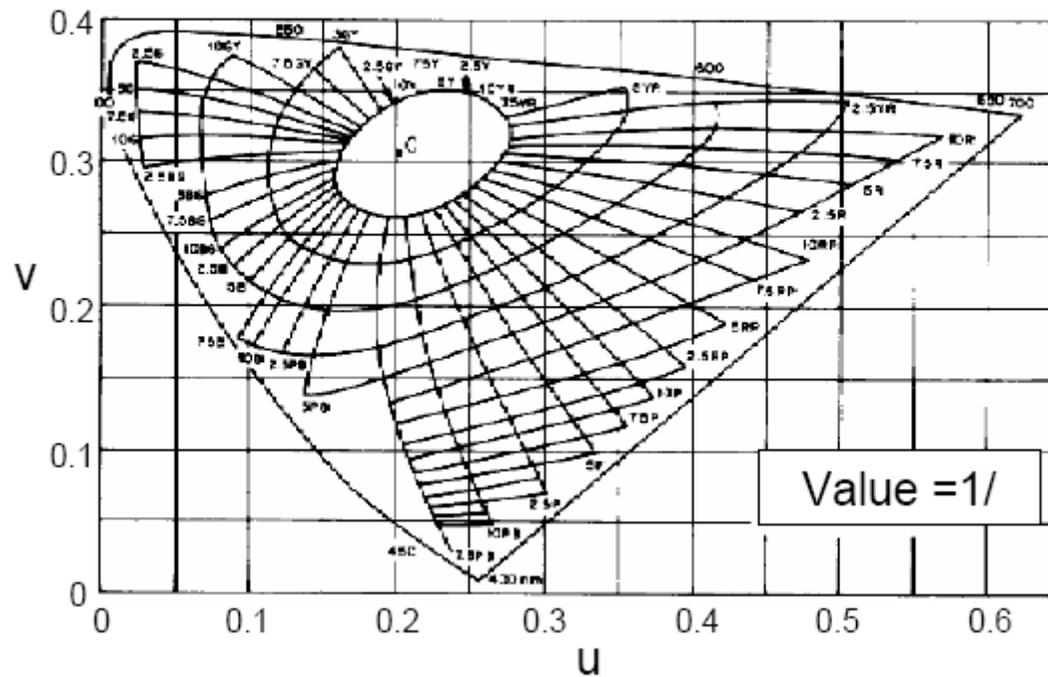
Coordonnées

$$x = \frac{3u}{2u - 8v + 4},$$
$$y = \frac{2v}{2u - 8v + 4}.$$



CIE UVW Diagramme de chromaticité

Munsell lines of constant hue and chroma plotted in CIE-uv coordinates:



3.9 CIE U'V'W' 1976

L'espace *CIE U'V'W'* est un espace colorimétrique défini par la commission internationale de l'éclairage en 1976, au même moment que les systèmes chromatiques uniformes CIELAB (ou CIE L*a*b*) et CIELUV (ou CIE L*u*v*). Construit à partir du système CIE XYZ de 1931, *il améliore et remplace définitivement le système CIEU'V'W'.*

Il constitue un *système linéaire* dans lequel *la composante V' est égale à la composante Y*, elle-même *égale à la luminance L* de la couleur décrite.

Les coordonnées u' et v' sont utilisées pour définir le système CIELUV.

Passage du système CIE XYZ au système CIE U'V'W'

Composantes U' V' W'

Les composantes U', V', W' sont calculées à partir des composantes X, Y et Z du système CIE XYZ grâce à une matrice :

$$\begin{pmatrix} U' \\ V' \\ W' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \times \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix},$$

avec

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 4/9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/3 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

La composante V' est égale à la composante Y elle même égale à la luminance de la couleur.

Coordonnées u' v' w'

Les coordonnées peuvent être obtenues, comme pour les autres systèmes, à partir des composantes :

$$\begin{cases} U' \\ V' \\ W' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u' = \frac{U'}{U' + V' + W'} \\ v' = \frac{V'}{U' + V' + W'} \\ w' = \frac{W'}{U' + V' + W'} \end{cases}.$$

Elles peuvent également être calculées d'après les coordonnées x et y de la couleur étudiée :

$$u' = \frac{4X}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{4x}{(-2x + 12y + 3)},$$
$$v' = \frac{9Y}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{9y}{(-2x + 12y + 3)}.$$

On observe que les coordonnées (u', v') dérivent directement des coordonnées (u, v) . du modèle UVW 1960. Les nouvelles coordonnées u' et v' sont en effet égales à :

$$u' = u \text{ et } v' = 1,5.v$$

Passage du système CIE UVW au système CIE XYZ

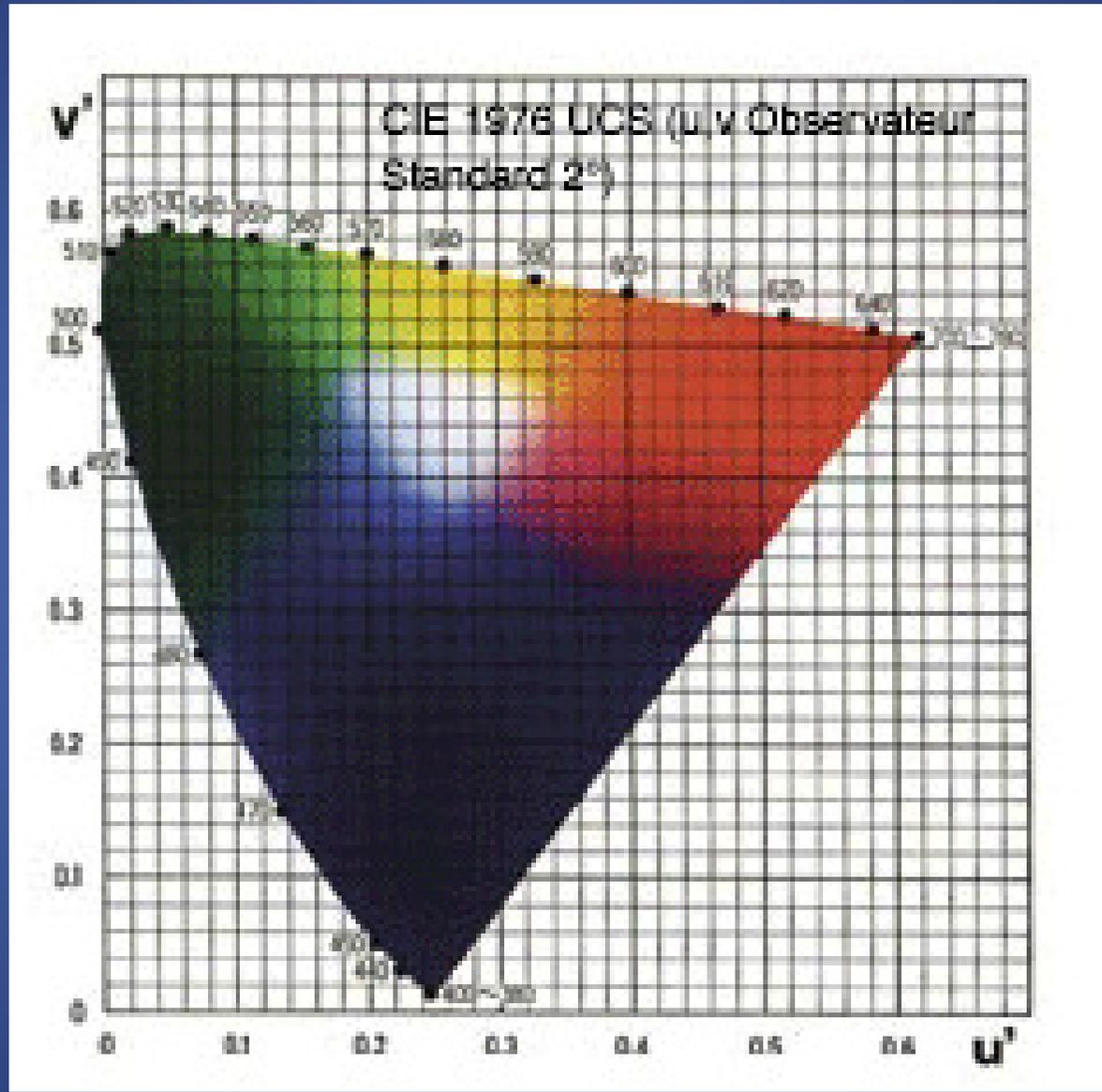
La transformation inverse est obtenue par une des méthodes ci-après.

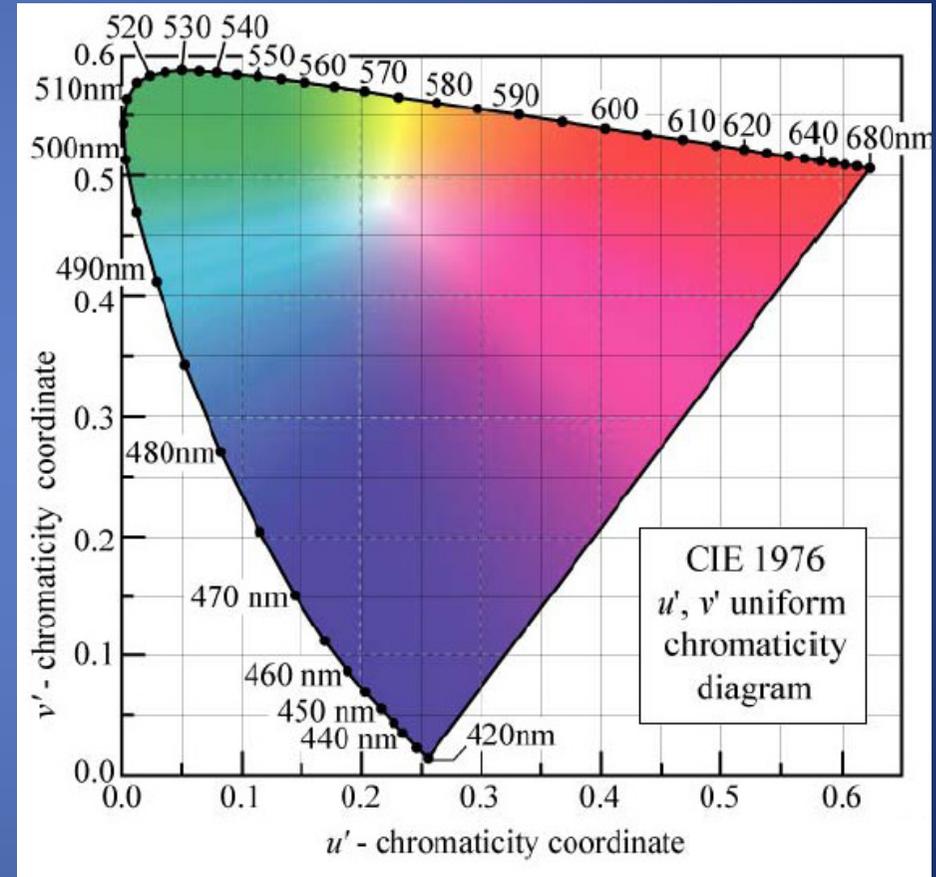
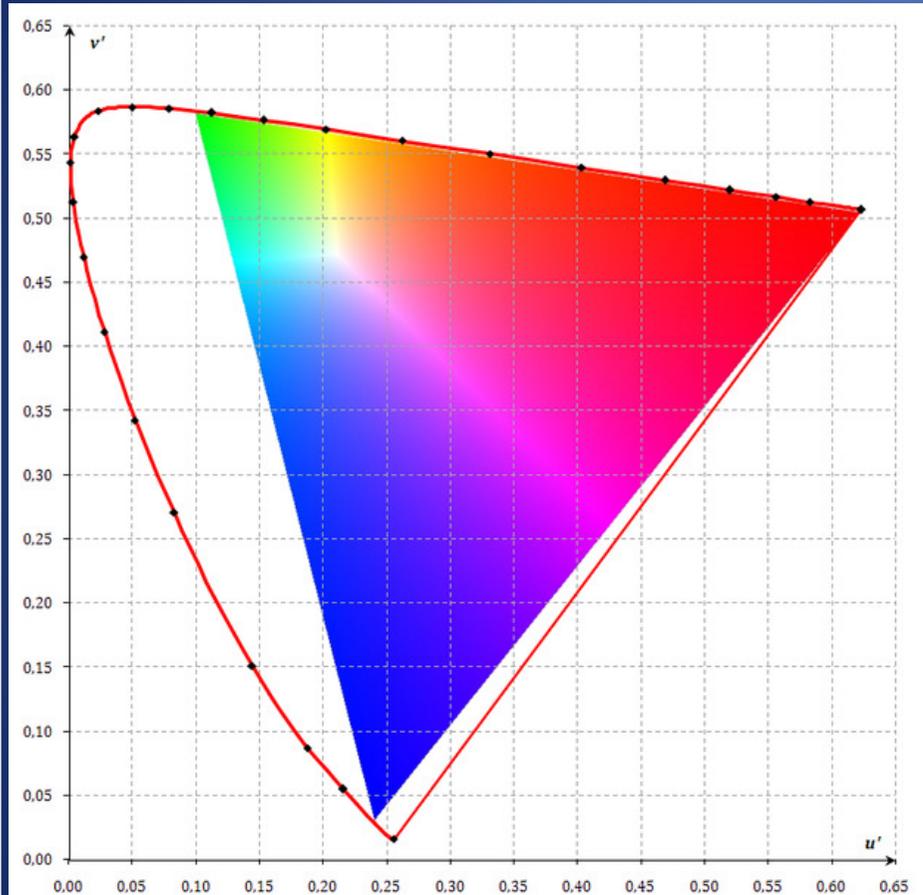
Composantes

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{M}^{-1} \times \begin{pmatrix} U' \\ V' \\ W' \end{pmatrix},$$
$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{pmatrix} 9/4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 9/4 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Coordonnées

$$x = \frac{9u'}{6u' - 16v' + 12},$$
$$y = \frac{4v'}{6u' - 16v' + 12}.$$





CIE U'V'W' Diagramme de chromaticité

3.10 Espace $L^*u^*v^*$ CIE 1976

L'espace *CIE LUV* (ou *CIELUV*, ou *CIE $L^*u^*v^*$*) est un espace colorimétrique défini par la commission internationale de l'éclairage en 1976. Il est fondé sur le système colorimétrique CIE U'V'W' (1976), lui-même fondé sur le système CIE XYZ (1931).

Tout comme l'espace CIELAB défini la même année, il appartient à la famille des *systèmes chromatiques uniformes* : c'est un système issu d'une *transformation non-linéaire* dont l'utilité réside dans une *répartition plus uniforme des couleurs* par rapport à la *perception humaine*.

Ce système est utilisé dans le cadre de *mélange additif* (Écran TV, ordinateur ...).

Notons enfin que lorsque l'on travaille sur des champs visuels supérieurs à 2 degrés, on peut utiliser les mêmes formules à partir des coordonnées X_{10} , Y_{10} et Z_{10} du système supplémentaire CIE 1964.

De la luminance à la clarté L*

Dans les espaces UCS, on ne s'intéresse qu'à la *chromaticité*, or il faut tenir compte de notre *perception non linéaire de la luminance*.

La *luminance Y* n'est *pas en rapport avec le fonctionnement perceptif de l'œil*. En effet, *un doublement de la valeur de Y n'aboutit pas à un doublement de la sensation de luminosité*.

En fait, une loi (strictement expérimentale) connue sous le nom de *loi de Weber-Fechner* dit que *la sensibilité de l'œil* pour un niveau de luminance donné est du type:

$$dL / L = 0.01$$

Autrement dit, *la capacité de l'œil à distinguer deux niveaux différents dépend de la luminance courante*, et *deux niveaux, pour être distincts, doivent différer d'au moins 1%*.

La loi gouvernant la sensation de luminosité n'est donc absolument pas linéaire.

Pour mesurer la *brillance des couleur*, on passe donc d'une *grandeur linéaire* (la *luminance Y*) à une *grandeur non linéaire* (L^*), ce qui permet de se rapprocher de la vision humaine et qui rend ce modèle perceptuellement uniforme.

La coordonnée L^* est une *clarté*, c'est à dire une *luminosité relative appliquée à une couleur de surface*.

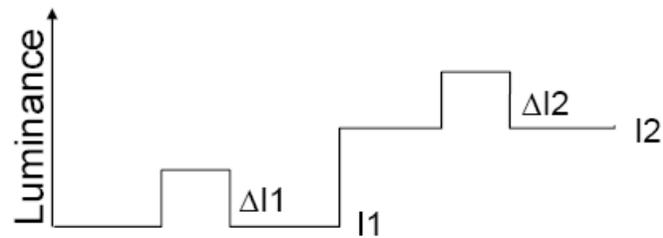
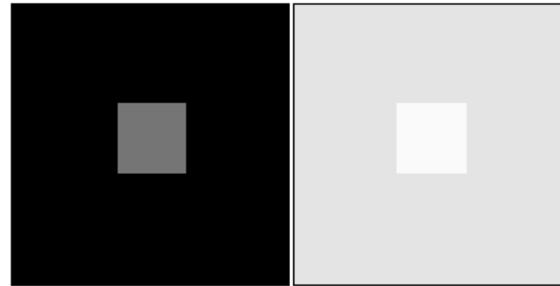
La luminance (Y) *grandeur objective* dérivée de l'intensité lumineuse

La luminosité (L) *grandeur subjective* dépendant de la *sensibilité de l'œil à l'intensité lumineuse*.

Luminance vs Brightness

Y vs V :

Luminance (intensity) vs Brightness (Lightness)



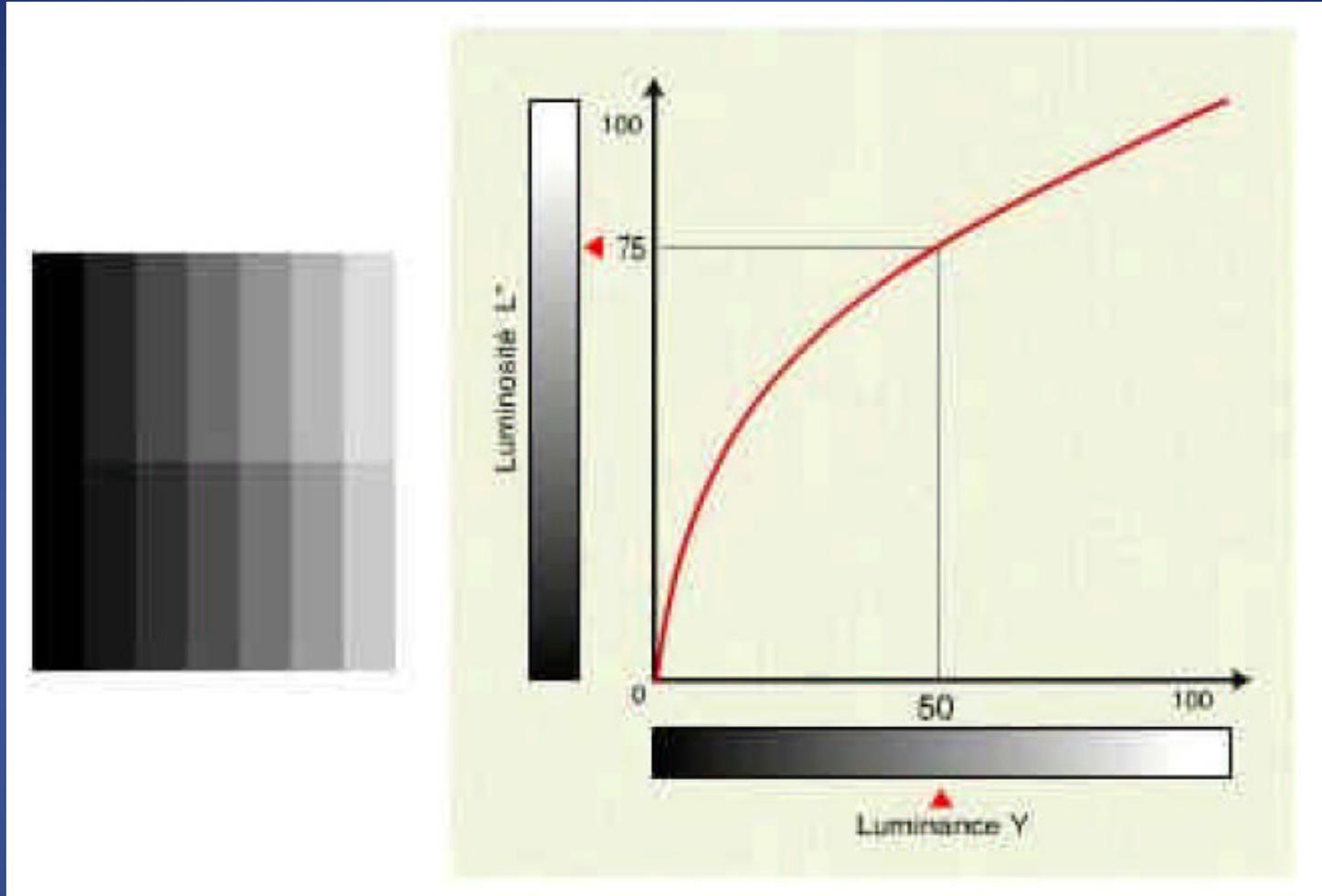
$$I1 < I2, \Delta I1 = \Delta I2$$

Equal intensity steps:



Equal brightness steps:

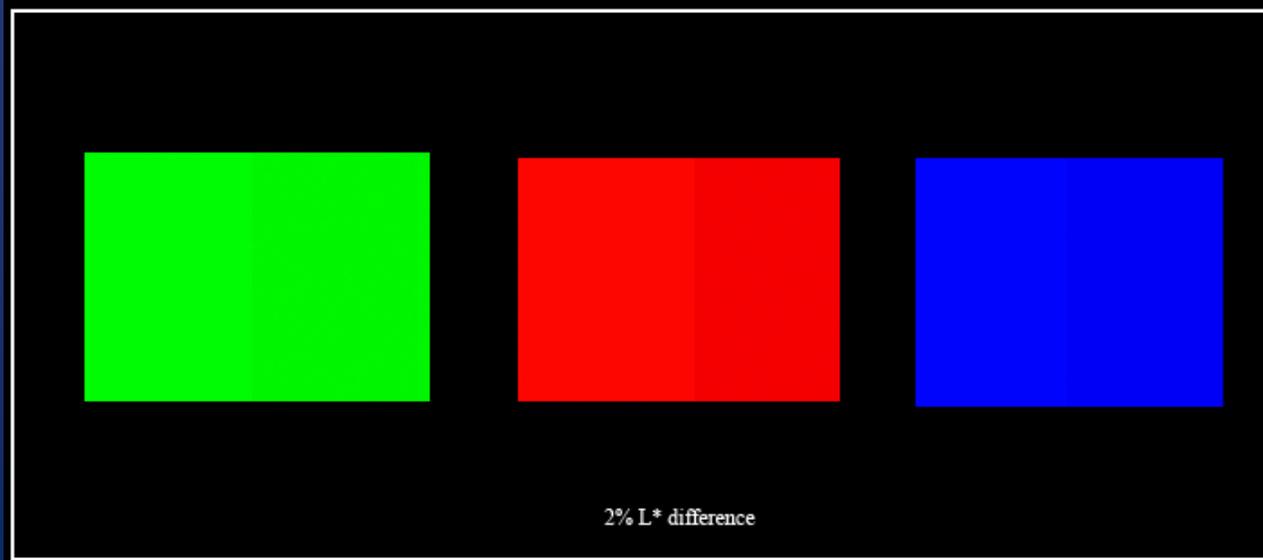
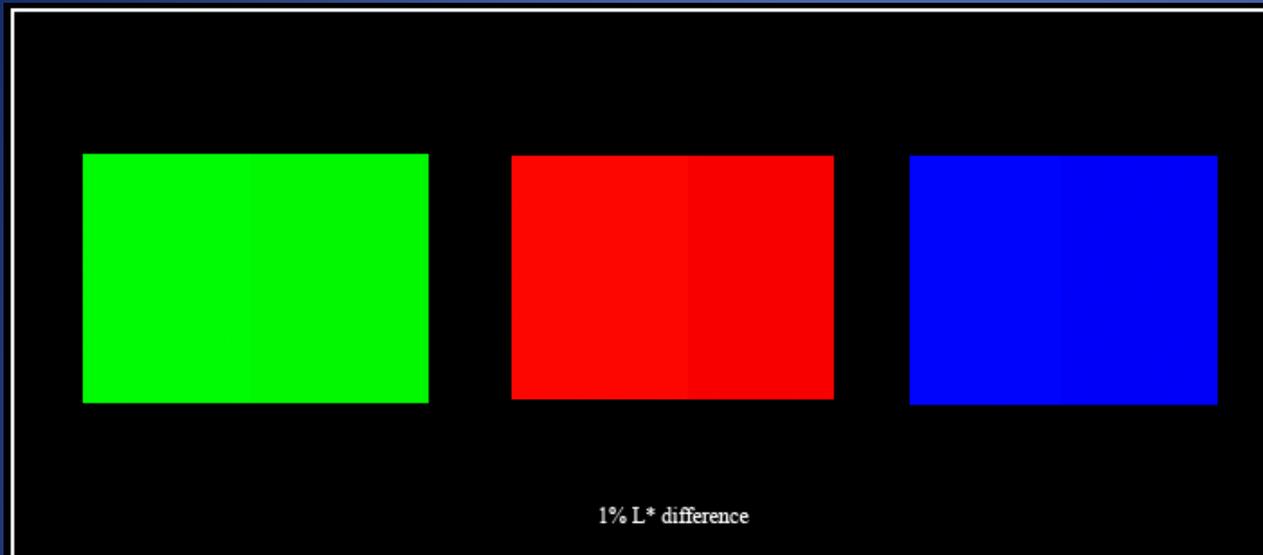




On constate que la sensibilité à la variation de Y est très forte en début de courbe (dans les tons sombres), et qu'elle devient faible dans les tons clairs.

L^* varie de 0 à 100, et la variation de une unité correspond en principe à la limite du perceptible pour la vision humaine.

Certains auteurs (tel Norman Koren) semblent penser que l'œil pourrait distinguer *jusqu'à 200 nuances (0.5%) de luminosité* mais même sur du matériel haut de gamme, atteindre 1% reste difficile.



Une différence de 1% dans le vert est difficilement visible, elle est extrêmement difficile à voir dans le rouge et elle est invisible dans le bleu.

Une différence de 2% est nettement visible dans le vert, et légèrement visible dans le rouge et le bleu

Conversions CIEXYZ vers CIELUV

Il faut d'abord passer par le système CIE U'V'W' pour calculer les coordonnées u' et v' :

$$u' = \frac{4X}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{4x}{(-2x + 12y + 3)}$$
$$v' = \frac{9Y}{(X + 15Y + 3Z)} = \frac{9y}{(-2x + 12y + 3)}$$

$$u'_n = \frac{4X_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}$$
$$v'_n = \frac{9Y_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}$$

Les valeurs trichromatiques X_n , Y_n et Z_n sont les valeurs d'un blanc de référence. On utilise usuellement pour cela : A, C ou D65. L'introduction de ces valeurs est une façon de prendre en compte le phénomène d'adaptation chromatique.

Les valeurs de u'_n et v'_n sont indiquées pour les trois sources citées plus haut, dans le tableau :

	u'_n	v'_n
A	0,255970	0,524293
C	0,200890	0,460889
D65	0,197832	0,468340

Ensuite, les relations non-linéaires pour L^* , la clarté, et u^* et v^* , caractérisant la chrominance, sont les suivantes :

$$L^* = 116f(Y/Y_n) - 16,$$
$$u^* = 13L^*(u' - u'_n),$$
$$v^* = 13L^*(v' - v'_n),$$

$$\text{où } f(t) = \begin{cases} t^{1/3} & \text{si } t > (\frac{6}{29})^3, \\ \frac{1}{3} (\frac{29}{6})^2 t + \frac{4}{29} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Dans le cas d'un diffuseur parfaitement réfléchissant, on $Y = Y_n$ (la luminance lumineuse de la source), et donc $L^* = 100$.

Conversions CIELUV vers CIEXYZ

On retrouve d'abord les coordonnées u' et v' dans le système CIE U'V'W' :

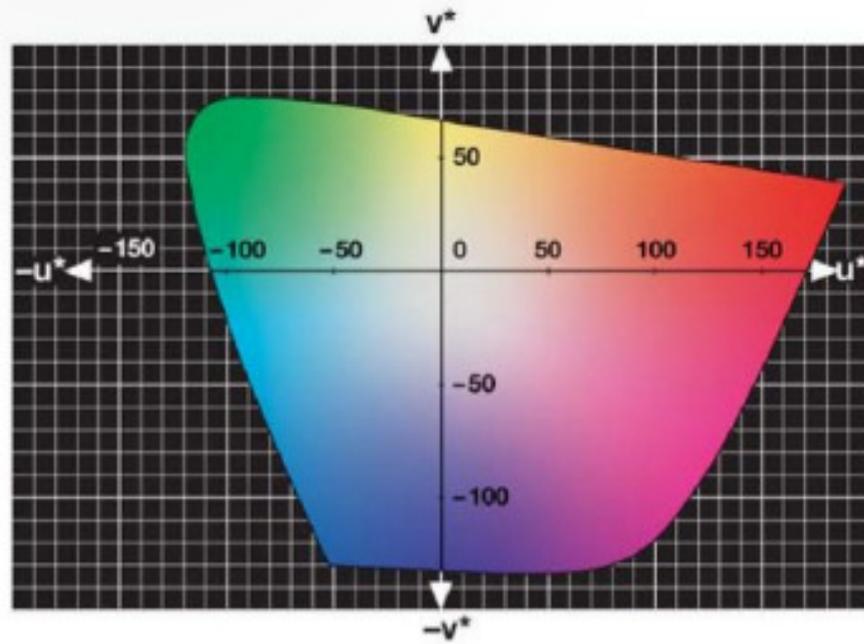
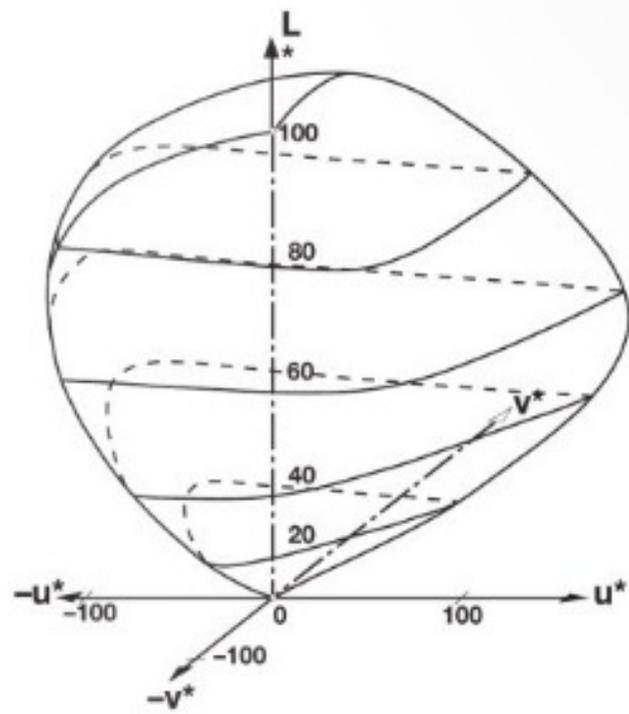
$$V' = Y = Y_n \cdot f^{-1}\left(\frac{L^* + 16}{116}\right), \quad \text{où } f^{-1}(t) = \begin{cases} t^3 & \text{si } L^* > 8, \\ 3\left(\frac{6}{29}\right)^2 \left(t - \frac{4}{29}\right) & \text{sinon.} \end{cases}$$
$$u' = \frac{u^*}{13L^*} + u_n, \quad U' = u' \cdot \frac{V'}{v'}$$
$$v' = \frac{v^*}{13L^*} + v_n, \quad W' = (1 - u' - v') \cdot \frac{V'}{v'}$$

Ensuite, on retrouve les coordonnées x et y du système CIE XYZ :

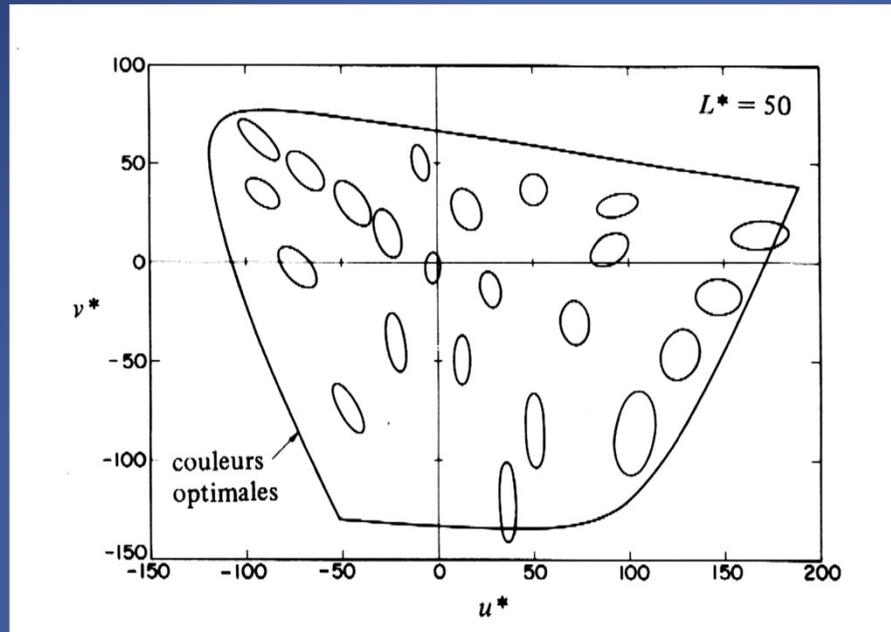
$$x = \frac{9u'}{6u' - 16v' + 12},$$
$$y = \frac{4v'}{6u' - 16v' + 12}.$$

Enfin, on peut obtenir les composantes X Y et Z :

$$X = x \cdot \frac{Y}{y},$$
$$Z = (1 - x - y) \cdot \frac{Y}{y}.$$



Dans ce nouveau référentiel, *les ellipses de Mac Adam se transforment en objets « plus » circulaires* :



Une ellipse de rapport 30 entre ses axes dans le diagramme xy donne un rapport de 8,7 dans cet espace.

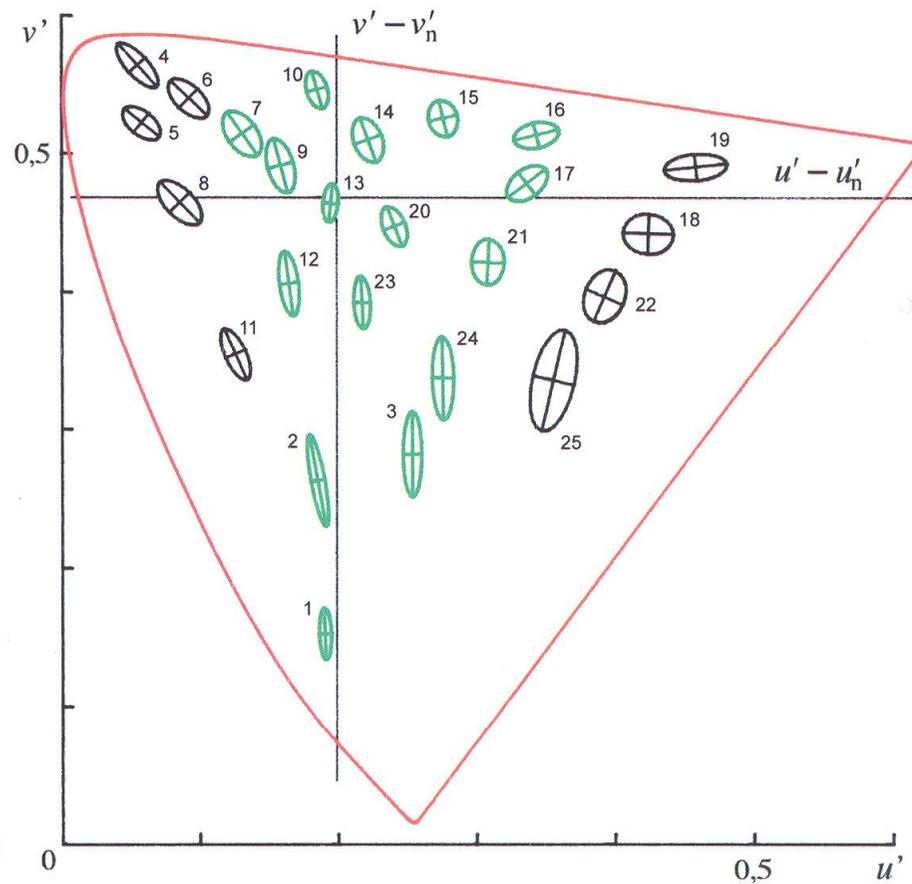
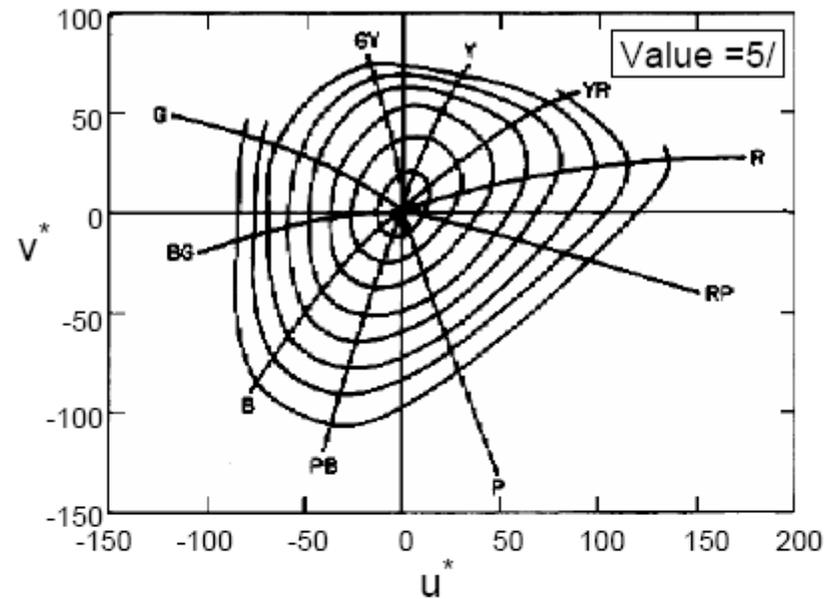


Fig. 4.1.8 — Ellipses de MacAdam transformées dans CIELUV

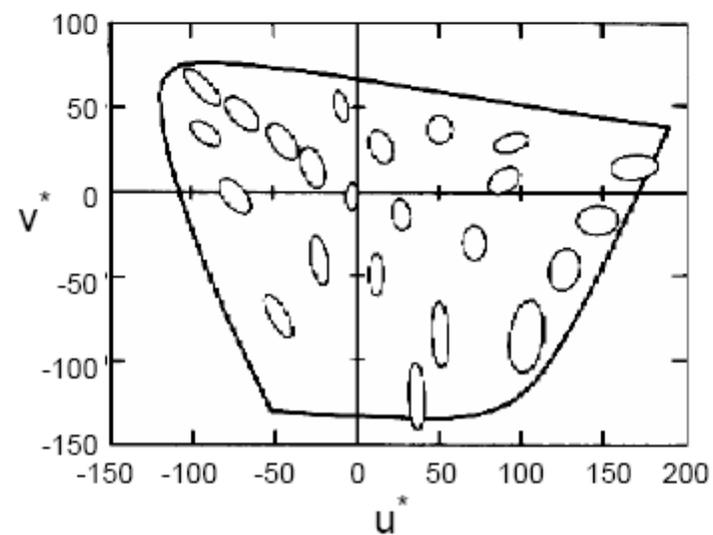
Les ellipses de MacAdam de la figure 4.1.6, agrandies 10 fois par rapport à leur taille réelle, sont représentées dans le diagramme de chromaticité u', v' CIE 1976 après transformation selon la méthode donnée dans l'encadré 4.1 B.

Les axes du diagramme CIELUV sont également tracés.

Munsell lines of constant hue and chroma plotted in CIE- $L^*u^*v^*$ Coordinates:



MacAdam Ellipses of JND plotted in CIE- $L^*u^*v^*$ Coordinates:



3.11 Espace L*a*b* CIE 1976

CIE Lab (plus précisément *L*a*b**) est un modèle de représentation des couleurs développé en 1976 par la Commission internationale de l'éclairage (CIE). Il est une version corrigée du modèle Hunter Lab créé en 1948.

Comme tous les systèmes issus du système CIE XYZ, il caractérise une couleur à l'aide d'*un paramètre d'intensité* correspondant à la *luminance* et de *deux paramètres de chrominance* qui décrivent la *couleur*.

Ce système est utilisé dans le cadre de mélanges de pigments (*peinture, arts graphiques, textile...*) car il permet une bonne estimation du mélange.

Ce système est Indépendant du matériel et modélise la vision humaine. Il est basé sur le *système des opposants* ; en effet, la réception des couleurs au niveau du cerveau oppose :

- le noir au blanc,
- le bleu au jaune
- le rouge au vert

Le système Lab est donc un *système antagoniste*

Ces couleurs nous apparaissent opposées (antagonistes) ; il impossible par exemple de décrire une couleur avec les adjectifs « *rouge-vert* »

Le système CIE lab a été spécialement étudié pour que les *distances calculées entre couleurs* correspondent aux *différences perçues par l'œil* humain.

✓ La *composante L** est la *clarté*, qui *va de 0* (noir) *à 100* (blanc).

✓ La *composante a** mesure le *rapport rouge-vert* ; sur l'axe a^* ($b^*=0$), le rouge correspond à une valeur positive, le vert correspond à une valeur négative, en passant par le gris (0) :

➤ rouge : $b^*=0$ et $a^*>0$

➤ vert : $b^*=0$ et $a^* < 0$

✓ La *composante b** mesure le *rapport jaune-bleu* ; sur l'axe b^* ($a^*=0$), le jaune correspond à une valeur positive, le bleu à une valeur négative, en passant par le gris (0) :

➤ jaune : $a^*=0$ et $b^*>0$

➤ bleu : $a^*=0$ et $b^* < 0$

La valeur minimale de a^* est de $-500/1,16 = -431,03$ et la valeur maximale de b^* est $200/1,16 = 172,41$, leurs autres limites n'ayant pas une valeur intéressante.

Conversions CIE XYZ vers CIE L*a*b* (CIELAB)

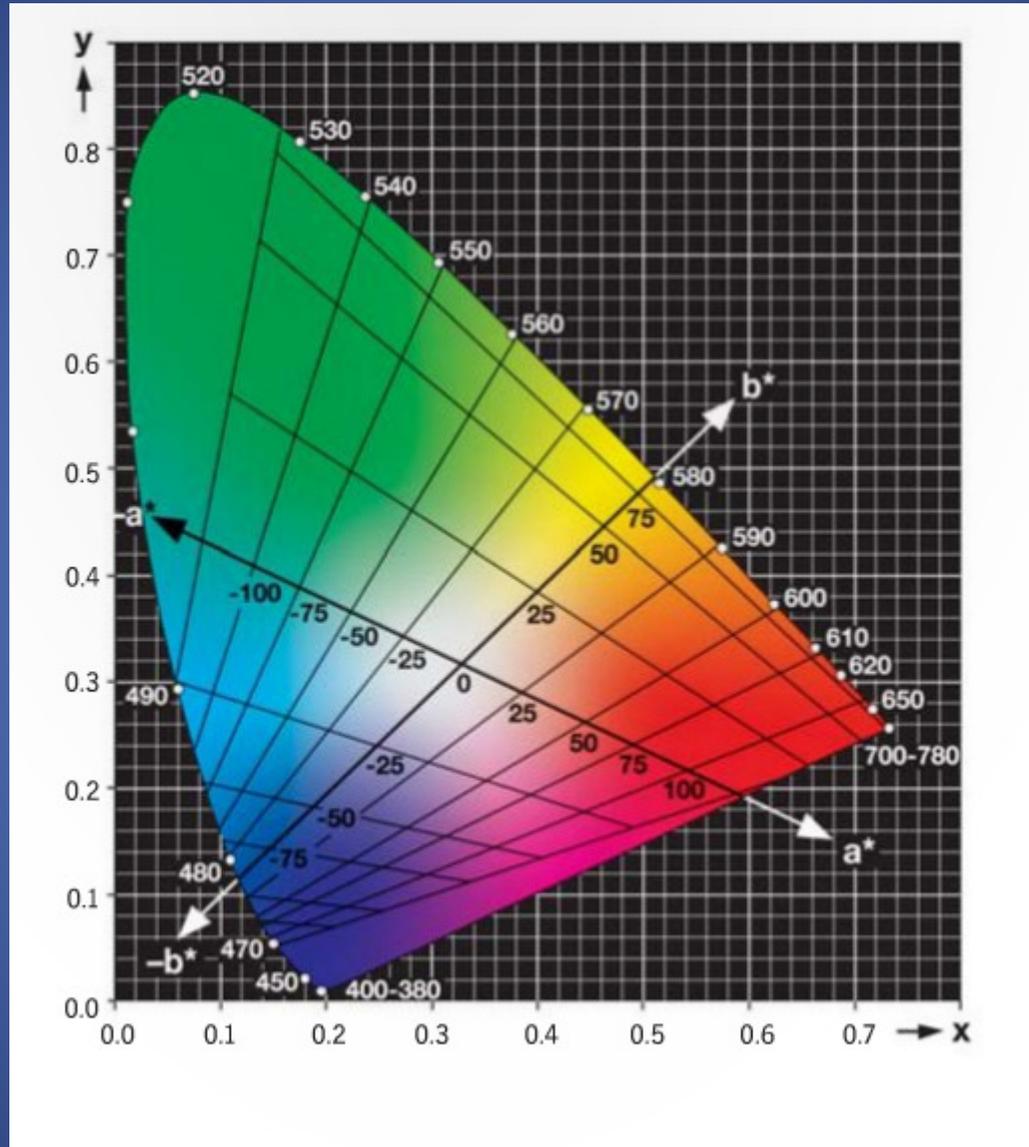
$$\begin{aligned} L^* &= 116f(Y/Y_n) - 16, \\ a^* &= 500 [f(X/X_n) - f(Y/Y_n)], \\ b^* &= 200 [f(Y/Y_n) - f(Z/Z_n)], \end{aligned} \quad \text{où } f(t) = \begin{cases} t^{1/3} & \text{si } t > (\frac{6}{29})^3, \\ \frac{1}{3} (\frac{29}{6})^2 t + \frac{4}{29} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Ici X_n , Y_n et Z_n sont les composantes du blanc de référence (blanc décrit dans l'espace XYZ, n pour neutre).

Conversions CIE L*a*b* (CIELAB) vers CIE XYZ

La transformation inverse est :

$$\begin{aligned} Y &= Y_n \cdot f^{-1}\left(\frac{L^* + 16}{116}\right), \\ X &= X_n \cdot f^{-1}\left(\frac{L^* + 16}{116} + \frac{a^*}{500}\right), \\ Z &= Z_n \cdot f^{-1}\left(\frac{L^* + 16}{116} - \frac{b^*}{200}\right), \end{aligned} \quad \text{où } f^{-1}(t) = \begin{cases} t^3 & \text{si } t > \frac{6}{29}, \\ 3 \left(\frac{6}{29}\right)^2 \left(t - \frac{4}{29}\right) & \text{sinon.} \end{cases}$$

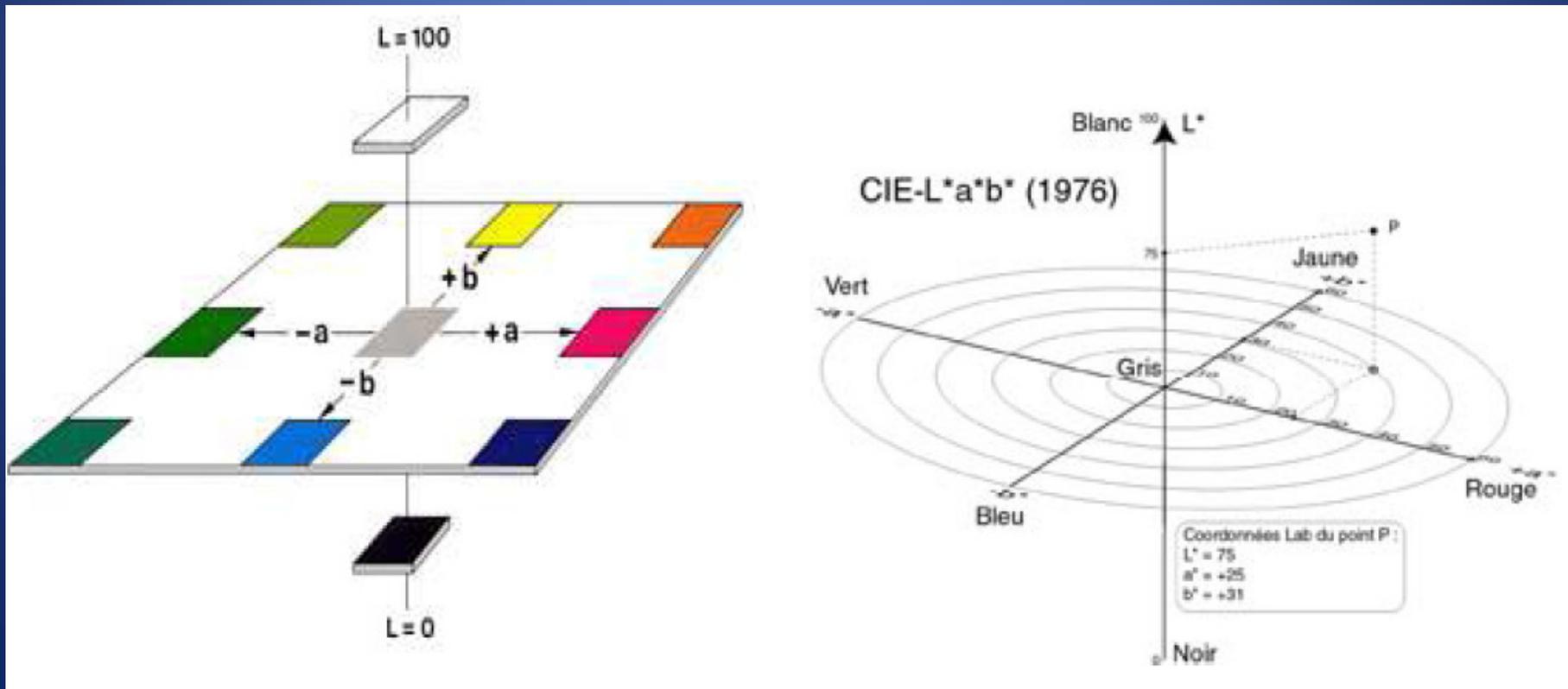


A nouveau, les valeurs trichromatiques X_n , Y_n et Z_n sont celles d'un blanc de référence. Le tableau ci-dessous donne, pour les sources A, C et D65, les valeurs leur correspondant.

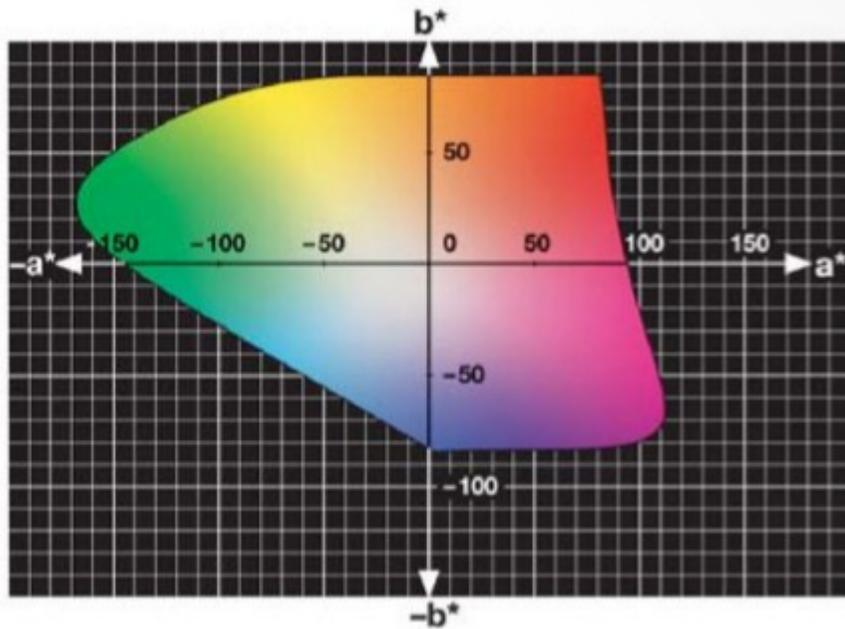
	X_n	Y_n	Z_n
A	109,85	100	35,58
C	98,07	100	118,23
D65	95,04	100	108,88

Par construction $L^* = 100$, $a^* = 0$ et $b^* = 0$ pour l'illuminant I de référence.

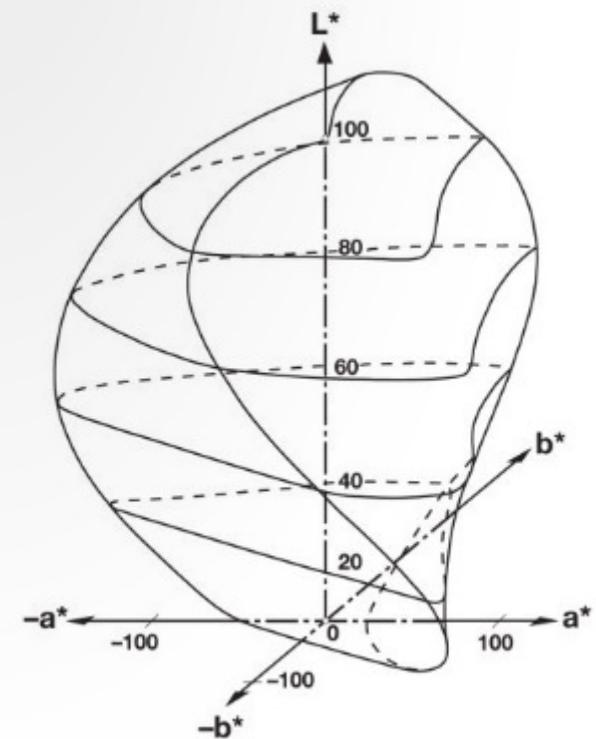
L'espace des couleurs ainsi formé, dit espace CIE Lab (ou Lab), est représenté sur les diagrammes ci-dessous :



The figure below shows a cross-section of the CIELAB color space for body colors at a lightness value L^* of 50. The smaller green and enlarged blue ranges are clearly visible.



The figure on the right shows the CIELAB color space for body colors. Because it was derived by a mathematical transformation, it is shaped differently from the CIE chromaticity diagram. The shape of the individual lightness levels also changes with L^* .



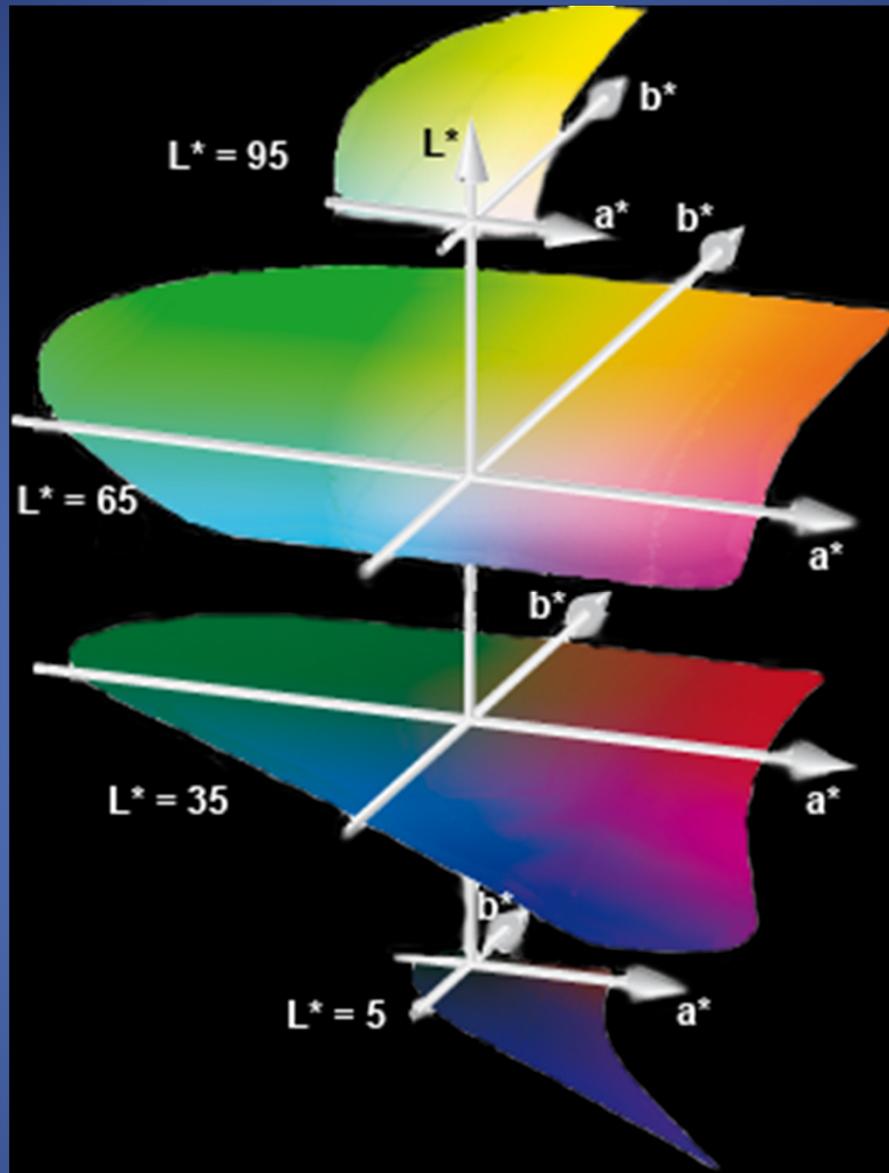
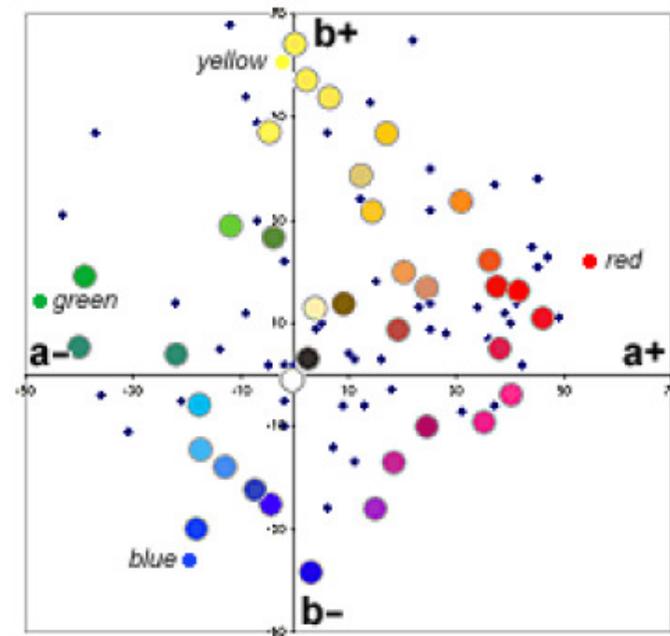
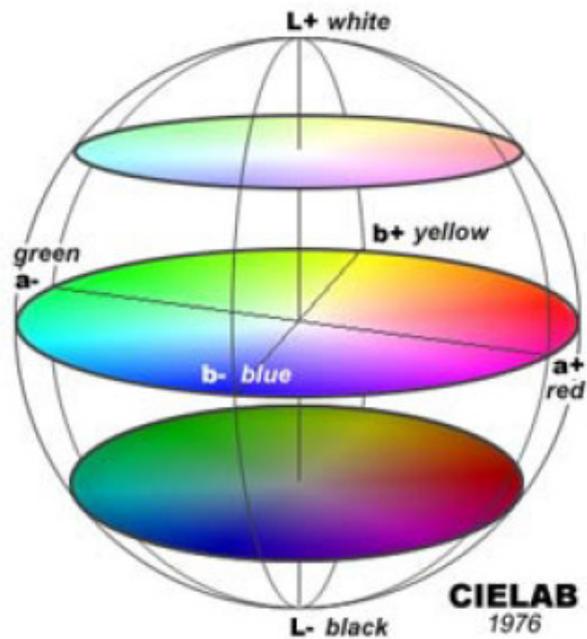
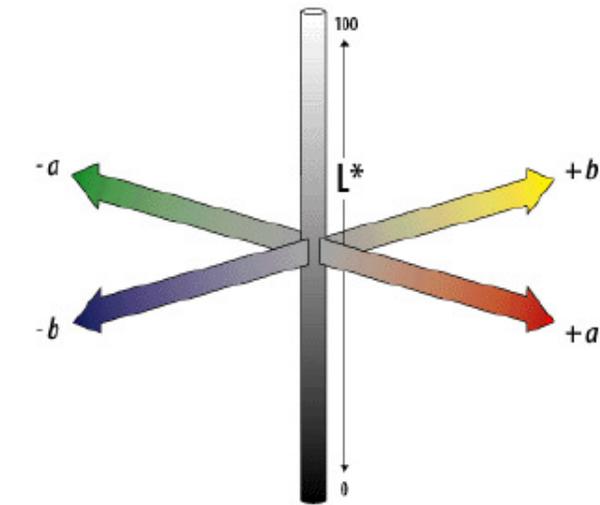


Diagramme L*,a*,b*



L^* = clarté

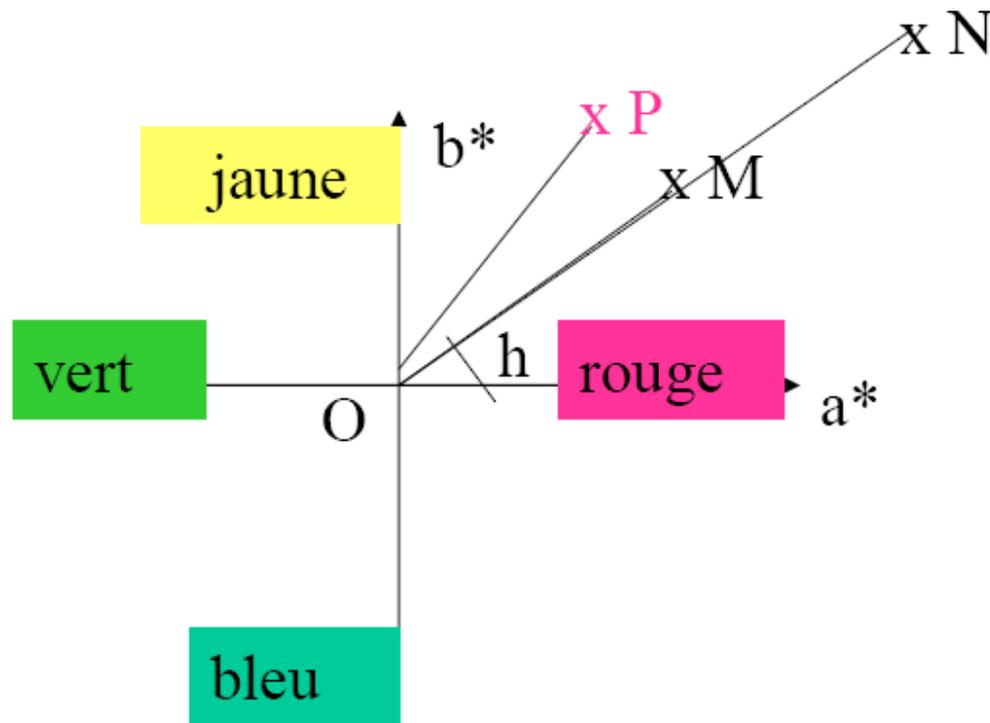
a^* = axe vert - rouge

b^* = axe bleu - jaune

C = chroma ou saturation = $\sqrt{(a^{*2} + b^{*2})}$

h = angle de teinte = $\arctan b^*/a^*$

Diagramme L*,a*,b*



M et N ont la même teinte, mais N est plus saturé que M

M et P ont la même saturation, mais n'ont pas la même teinte

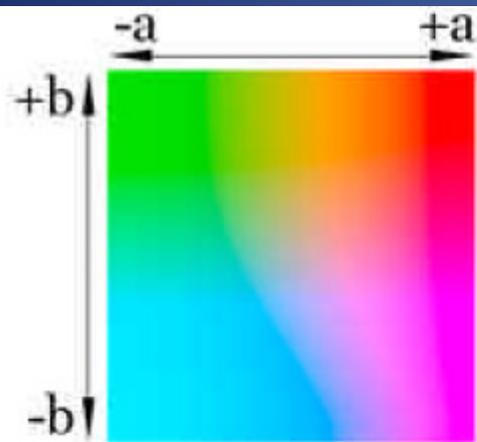
L'écart de couleur est défini par $\Delta E = \sqrt{(\Delta L^{*2} + \Delta a^{*2} + \Delta b^{*2})}$

Il est en moyenne imperceptible à l'œil si $\Delta E < 2$.

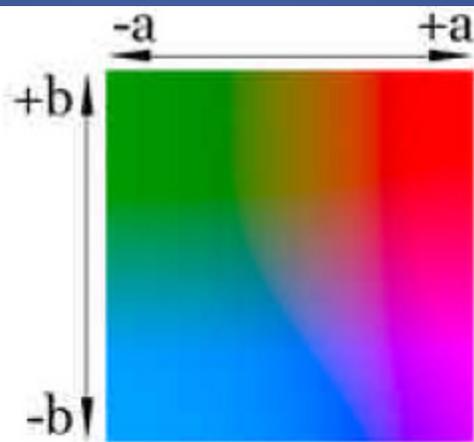
Dans le diagramme $L^*a^*b^*$, la direction verticale L^* mesure la clarté, qui varie en mode objet, de 0 (objet noir) à 100 (diffuseur blanc parfait). L'axe Oz représente les couleurs achromatiques (les gris).

La distance à l'axe L^* mesure la saturation, et l'angle de rotation autour de cet axe donne l'angle de teinte. On voit qu'on est conduit naturellement à introduire des coordonnées cylindriques, appelé système L^*C^*h .

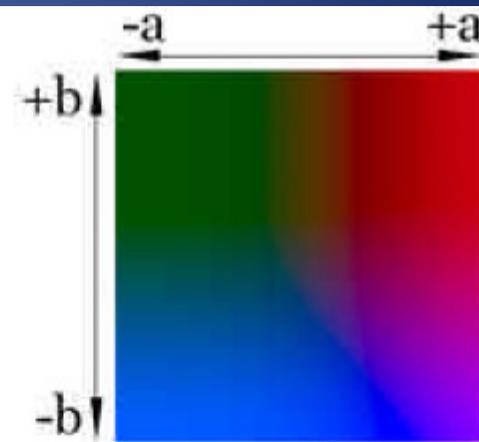




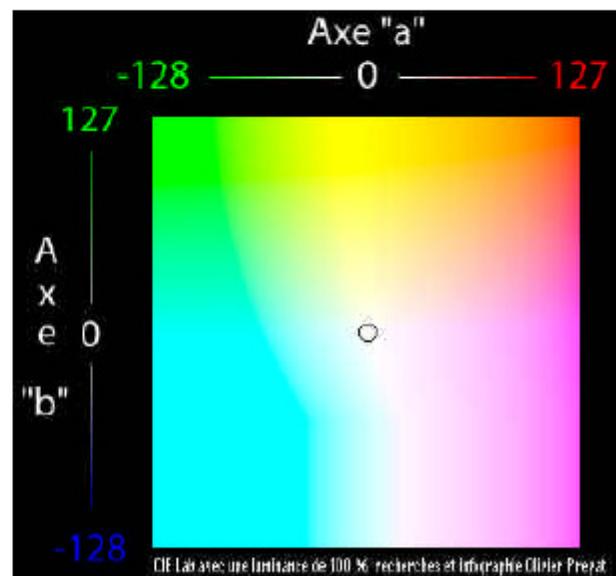
Couleur à 75%
de luminosité



Couleur à 55%
de luminosité



Couleur à 25%
de luminosité



Couleur à 100%
de luminosité

3.12 Système L*C*h.

Le dessin ci-dessous, qui montre le passage aux coordonnées cylindriques, nous permet d'écrire les relations de définition du système L*C*h :

- L* défini précédemment, s'appelle la clarté CIE 1976 (Lightness).

- $C^* = \sqrt{(a^*)^2 + (b^*)^2}$ la distance à l'axe Oz, qui représente

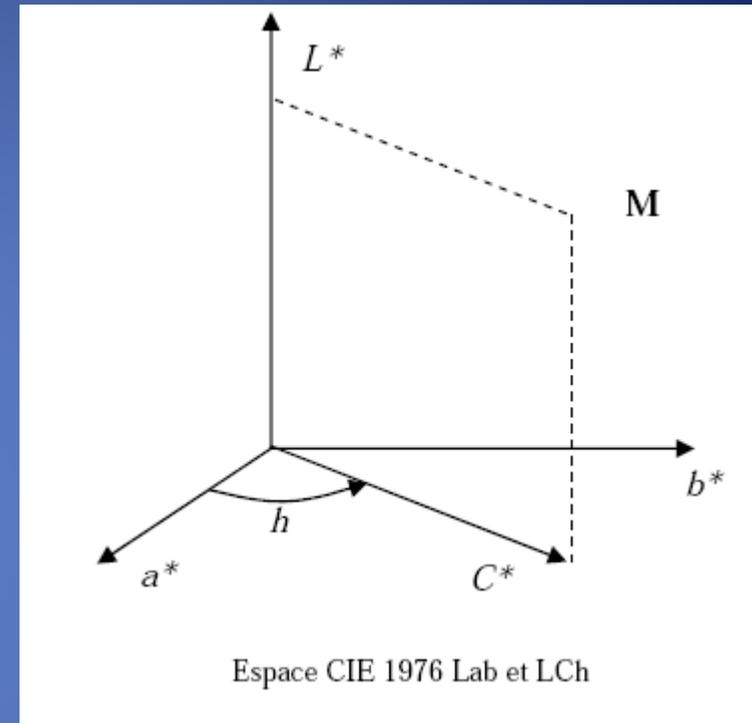
la saturation, est appelée la chroma CIE 1976. Elle vaut $C^*=0$ sur l'axe Oz, et prend une valeur maximale dépendant de la teinte pour les points du Spectrum Locus. Par convention, on tronque ce diagramme à la valeur $C^*=60$, mais des valeurs beaucoup plus grandes sont possibles .

-h est défini par les relations

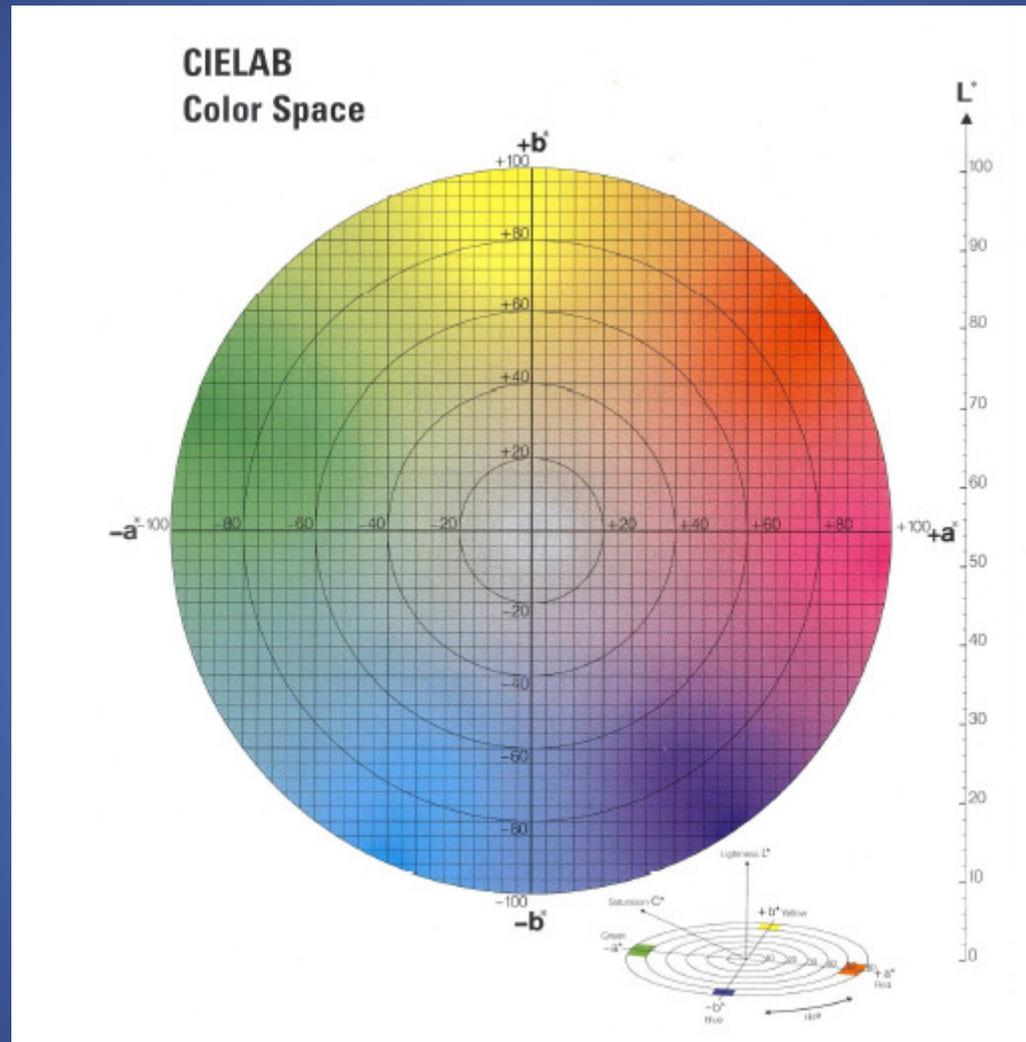
$$a^* = C^* \cos(h)$$

$$b^* = C^* \sin(h)$$

et représente l'angle de teinte (Hue). Il varie entre 0° et 360° , l'origine correspondant à un rouge pourpre.



L'aspect général du plan a^*b^* , ou C^*h pour une clarté moyenne est donné sur le dessin ci-après.



3.13 Propriétés de ces espaces

Les deux espaces CIELUV et CIELAB sont *adaptés à la représentation des couleurs de surface*.

- ✓ Leur *axe des clartés* est confondu avec l'*axe neutre*.
- ✓ Les *plans définis par les axes u^*v^* et a^*b^** sont des *plans de luminance constante*.

Les valeurs u' et v' définies dans les formules de passage de XYZ vers $L^*u^*v^*$, permettent d'obtenir un *diagramme de chromaticité*.

Les droites définies dans le diagramme xy sont transformées en droites dans le diagramme $u'v'$. Cette propriété permet de rendre compte facilement des mélanges additifs.

Le rapport de la valeur maximum du grand axe des ellipses de différence à la valeur minimum du petit axe, dans le diagramme xy, est environ de 30. Dans le diagramme $u'v'$, il est ramené à 8,7. Cela montre bien l'amélioration, en terme d'uniformisation, qu'apporte cet espace.

Les axes a^* et b^* ont une orientation intéressante, car approximativement comparable à celle des teintes élémentaires :

- ✓ vert pour $a^* < 0$ et $b^* = 0$, rouge pour $a^* > 0$ et $b^* = 0$;
- ✓ bleu pour $a^* = 0$ et $b^* < 0$, jaune pour $a^* = 0$ et $b^* > 0$.

En revanche l'*espace CIELAB* n'a *pas à proprement parler de diagramme de chromaticité*. Les formules de passages de XYZ vers L*a*b* étant non linéaires, on ne peut définir de diagramme à l'aide de primaires. Sève propose de calculer des grandeurs *a* et *b*, ne dépendant pas de la luminance et se prêtant bien à une représentation dans le plan.

Notons aussi que *les droites du diagramme xy sont transformées en courbes* dans les plans de luminance constante de l'espace CIELAB.

Dans *les deux espaces CIELUV et CIELAB*, on peut passer en *coordonnées semi-polaires*, et calculer des *grandeurs corrélées à celles de chroma, saturation et teinte*.

Le chroma se calcule ainsi :

$$C_{uv}^* = \sqrt{u^{*2} + v^{*2}} \quad C_{ab}^* = \sqrt{a^{*2} + b^{*2}}$$

Dans *l'espace CIELUV*, on peut définir une *notion de saturation* (ce qui est *impossible dans l'espace CIELAB*, étant donné l'absence de diagramme de chromaticité), par :

$$s_{uv}^* = \frac{C_{uv}^*}{L^*},$$

ou encore :

$$s_{uv}^* = 13 \sqrt{(u' - u'_n)^2 + (v' - v'_n)^2}$$

Enfin, on peut calculer un *angle de teinte*, moyennant les relations :

$$h_{uv}^* = \arctan\left(\frac{v^*}{u^*}\right) \quad h_{ab}^* = \arctan\left(\frac{a^*}{b^*}\right)$$

Notons que la fonction arctan varie entre -90 et +90 degrés, alors que l'angle de teinte doit prendre des valeurs entre 0 et 360 degrés. Pour cela, il suffit de suivre la convention suivante :

- $0^\circ < h_{uv} < 90^\circ$ si $u^* > 0, v^* > 0$;
- $90^\circ < h_{uv} < 180^\circ$ si $u^* < 0, v^* > 0$;
- $180^\circ < h_{uv} < 270^\circ$ si $u^* < 0, v^* < 0$;
- $270^\circ < h_{uv} < 360^\circ$ si $u^* > 0, v^* < 0$;

et de même en utilisant a^* et b^* .

3.14 Les distances couleur

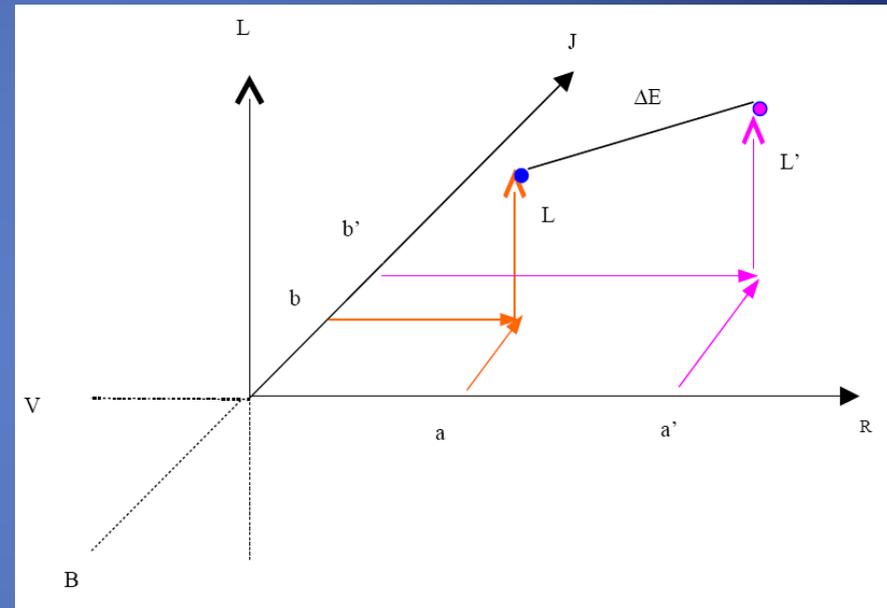
La recherche d'un espace de couleur uniforme a aussi pour but de permettre l'évaluation des différences de couleur par la mesure de la distance qui les sépare.

Ainsi la distance ΔE entre deux points sera calculée par une relation à 3 dimensions et sera appelé « *écart colorimétrique* ».

Supposons que la couleur de référence ou « standard » soit représentée par le point (L,a,b) .

Supposons que la couleur d'un échantillon soit représentée par le point (L',a',b') .

Alors on peut dire qu'il existe une différence de couleur entre les 2, si les 2 points représentatifs des couleurs ne sont pas identiques.



L'écart de couleur étant d'autant plus grand que les points sont séparés par une grande distance ΔE dans cet espace.

Dans l'industrie, l'utilisation de la formule ΔE sont très important pour l'évaluation de la tolérance et de l'acceptabilité des produits finis par rapport au produit de référence

La distance euclidienne qui sépare deux couleurs dans l'espace $L^*a^*b^*$, exprimé en coordonnées cartésiennes, est donné par :

$$\Delta E_{ab}^* = \sqrt{\Delta L^{*2} + \Delta a^{*2} + \Delta b^{*2}}$$

La distance euclidienne qui sépare deux couleurs dans l'espace $L^*a^*b^*$, exprimé en coordonnées polaires, est donné par :

$$\Delta E_{ab}^* = \sqrt{(\Delta L_{ab}^*)^2 + (\Delta C_{a^*b^*}^*)^2 + (\Delta H_{a^*b^*}^*)^2}$$

avec :

$$\Delta C_{a^*b^*}^* = C_2^* - C_1^* \quad \Delta h_{ab} = h_2 - h_1$$

$$\Delta H_{a^*b^*}^* = 2\sqrt{C_1^* \cdot C_2^*} \cdot \sin\left(\frac{\Delta h_{ab}}{2}\right)$$

Un écart de **0,5 unité CIELAB** représente la **plus petite différence perceptible** pour un observateur entraîné et ce dans de bonnes conditions d'observation.

On estime en général qu'un écart de **1 unité CIELAB** représente le **seuil différentiel de perceptibilité**. Selon Macadam, on peut tolérer un écart de **2 unités**.

Au-delà de ce seuil, la différence de couleur est significativement perceptible.

Vers une description objective d'une sensation subjective :
définition d'une distance couleur

Plusieurs distances, appelées distances colorimétriques, basées sur diverses méthodes d'évaluation numériques, permettent de mieux quantifier les différences entre les couleurs.

L'équation de différence de couleur CIE 1994 se définit de la façon suivante :

$$\Delta E_{ab94}^* = \sqrt{\left(\frac{\Delta L^*}{k_L S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C^*_{a*b*}}{k_C S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H^*_{a*b*}}{k_H S_H}\right)^2}$$

ΔL^* représente la différence de luminance, ΔC^*_{a*b*} la différence de chroma, et ΔH^*_{a*b*} la différence de teinte (avec $k_L=k_C=k_H=1$, $S_L=1$, $S_C=1+0.045C^*_{ab}$, et $S_H=1+0.015C^*_{ab}$)

L'équation de différence de couleur CMC(1:c)

$$\Delta E = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{l.S_L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta C}{c.S_C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{S_H}\right)^2}$$