جامعة 8 ماي 1945 قالمة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية و علوم التسيير

السنة الأولى جذع مشترك **الموسم الجامعي 2020 – 2021**

سلسلة التمارين الثانية لمادة الإحصاء 2

التمرين الأول

1- هناك 7 أجزاء من موسوعة علمية رتبت بشكل عشوائي في المكتبة. بكم طريقة يمكن ترتيبها و بكم طريقة تتم عملية الترتيب إذا كانت الأجزاء رقم 1، 2، 3 توجد جنبا إلى جنب.

2- ما هو عدد الأعداد ذات 7 أرقام التي يمكن تشكيلها باستعمال الرقم 1 مرتين و الرقم 2 ثلاث مرات و الرقم 3 مرتين. و ما هو عدد الكلمات ذات عشرة حروف و التي يمكن تشكيلها باستخدام كلمة " الاحتمالات ".

3- في رف مكتبة، يوجد 12 كتاب منهم 5 في الرياضيات، 3 في الإحصاء، 2 في الاقتصاد و 2 في الإدارة. بكم طريقة يمكن ترتيب تلك الكتب، و بكم طريقة يمكن ترتيبها بشرط جمع كتب كل مادة معا.

التمرين الثاني

تتكون جمعية من 15 رجلا و 12 امرأة، يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا له و أمينا عاما. ما هو عدد اللجان التي يمكن تكوينها. و ما هو عدد اللجان الممكن تكوينها بحيث يكون:

أ- الأمين العام امرأة **ب-** الرئيس رجلا و الأمين العام امرأة

ج- الرئيس و نائبه من جنسين مختلفين **د-** السيد "X" لا يترأس اللجنة.

و- عدد اللجان المختلطة (مكونة من رجال و نساء)

التمرين الثالث

1- يحتوي كيس على 3 كرات خضراء و 7 كرات حمراء. نسحب عشوائيا 4 كرات من الكيس

1-1- نفرض أن سحب الكرات الأربعة يتم في آن واحد:

أ- ما هو عدد طرق السحب **ب-** ما هو عدد طرق السحب كي نحصل على كرات من نفس اللون

ج- ما هو عدد طرق السحب حتى يكون عدد الكرات الحمراء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء المسحوبة

2-1- نفرض في هذه المرة أن سحب الكرات الأربعة يتم على التوالي و بدون إرجاع:

أ- ما هو عدد طرق السحب **ب-** ما هو عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء و كرة خضراء بهذا الترتيب

ج- ما هو عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء و كرة خضراء

د- ما هو عدد طرق السحب للحصول على الأقل على 3 كرات خضراء

2- قسم يتكون من 20 طالبا 12 ذكر و 8 إناث. نريد تكوين فريق يمثل هذا الفوج مكون من 5 طلبة. ما هو عدد الطرق لتشكيل هذا الفريق. ما هو عدد الفرق التي تحقق الشروط التالية:

أ- عناصر الفريق من نفس الجنس **ب-** عناصر الفريق من جنسين مختلفين

ج- الفريق يحتوي 3 ذكور و 2 إناث

د- الفريق يحتوي طالبة على الأكثر. نفرض أنه يوجد في هذا القسم طالب **(X)** و أخته **(Y)**. فما هو عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب **(X)** و أخته **(Y)** معا، و ما هو عدد الفرق التي تحتوي الطالب **(X)** و لا توجد فيها أخته **(Y)**

للتعرف أكثر على مادة الإحصاء 2، يمكن زيارة قناة اليوتيوب

youtube.com/c/drsaadouadel/playlists

و اختيار ملف " محاضرات الإحصاء 2 "

الحل النموذجي للسلسلة الثانية

حل التمرين الأول

1- أ/ عدد طرق ترتيب الأجزاء السبع للموسوعة (بما أننا بصدد ترتيب كافة الأجزاء فنتحدث هنا عن التبديلات، وبما أنه كذلك لا يمكن إيجاد جزء معين في مكانين مختلفين فتصبح التبديلات بدون تكرار) ومنه عدد الطرق المطلوبة هو:

$$P_7 = 7! = 5040 \text{ (طريقة)}$$

1- ب/ عند ترتيب الأجزاء 1، 2 و3 جنبا إلى جنب يمكن اعتبارهم كجزء واحد، و نصبح بالتالي بصدد ترتيب 5 أجزاء عوض 7 أجزاء ومنه عدد الطرق المطلوبة هو:

$$P_5 = 5! = 120 \text{ (طريقة)}$$

2- أ/ عدد الأعداد ذات 7 أرقام التي يمكن تشكيلها باستعمال الرقم 1 مرتين و الرقم 2 ثلاث مرات و الرقم 3 مرتين

$$\tilde{P}_7 = \frac{7!}{2! \times 3! \times 2!} = 210 \text{ (عدد)}$$

2- ب/ عدد الكلمات ذات 10 حروف و التي يمكن تشكيلها باستخدام كلمة " الاحتمالات "

كلمة الاحتمالات تحتوي على 4 مرات الحرف "أ" و مرتين الحرف "ل" و مرة واحدة الحرف "ح" و مرتين الحرف "ت" و مرة واحدة الحرف "م"، و منه عدد الكلمات المطلوبة هو:

$$\tilde{P}_{10} = \frac{10!}{4! \times 2! \times 1! \times 2! \times 1!} = 37800 \text{ (كلمة)}$$

3- أ/ عدد طرق ترتيب المجموعة

$$P_{12} = 12! = 479001600 \text{ (طريقة)}$$

3- ب/ عدد طرق ترتيب المجموعة شرط جمع كتب كل مادة معا

يمكن اعتبار كتب الرياضيات كتابا واحدا و كذلك باقي كتب المواد الأخرى. و عليه، نصبح بصدد ترتيب 4 كتب عوض 12 ومنه:

$$P_4 = 4! = 24 \text{ (طريقة)}$$

هذا بالنسبة لترتيب المجموعة، و تجدر الإشارة كذلك إلى أن هناك أيضا الترتيب داخل كل مجموعة جزئية. و منه، فالترتيب العام يصبح من الشكل

$$24(5! \times 3! \times 2! \times 2!) = 69120 \text{ (طريقة)}$$

حل التمرين الثاني

أ/عدد اللجان التي يمكن تكوينها هو:

$$A_{27}^3 = 17550 \text{ (لجنة)}$$

ب/ عدد اللجان التي يكون أمينها العام امرأة هو:

$$A_{12}^1 \times A_{26}^2 = 7800 \text{ (لجنة)}$$

ج/ عدد اللجان التي يكون رئيسها رجلا و أمينها العام امرأة هو:

$$A_{15}^1 \times A_{12}^1 \times A_{25}^1 = 4500 \text{ (لجنة)}$$

د/ عدد اللجان التي يكون رئيسها و نائبه من جنسين مختلفين هو:

$$(A_{15}^1 \times A_{12}^1 \times A_{25}^1) \times 2 = 9000 \text{ (لجنة)}$$

هـ/ عدد اللجان التي لا يترأسها السيد "X" هو:

عدد اللجان الكلي – عدد اللجان التي يترأسها السيد "X"

عدد اللجان التي يترأسها السيد "X" هو:

$$A_{26}^2 = 650 \text{ (لجنة)}$$

و منه عدد اللجان التي لا يترأسها السيد "X" هو:

$$A_{27}^3 - A_{26}^2 = 17550 - 650 = 16900 \text{ (لجنة)}$$

و/ عدد اللجان المختلطة هو:

عدد اللجان الكلي – عدد اللجان من نفس الجنس

عدد اللجان من نفس الجنس هو:

$$A_{15}^{3} + A_{12}^{3} = 1320 + 2730 = 4050 \text{ (لجنة)}$$

و منه عدد اللجان المختلطة هو:

$$A_{27}^{3} - (A_{15}^{3} + A_{12}^{3}) = 17550 - 4050 = 13500 \text{ (لجنة)}$$

حل التمرين الثالث

1-1- أ/ بما أن سحب الكرات الأربع يتم في آن واحد فإن عدد طرق السحب هو:

$$C_{10}^{4} = 210 \text{ (طريقة)}$$

1-1 ب/ لسحب 4 كرات من نفس اللون، يجب سحب 4 كرات حمراء، و يكون عندئذ عدد طرق السحب هو:

$$C_{7}^{4} = 35 \text{ (طريقة)}$$

1-1 ج/ يكون عدد الكرات الحمراء المسحوبة أكبر من عدد الكرات الخضراء المسحوبة عندما نسحب 3 كرات حمراء و كرة خضراء أو نسحب 4 كرات حمراء. و منه، عدد طرق السحب في هذه الحالة هو:

$$C_{7}^{3} \times C_{3}^{1} + C_{7}^{4} = 105 + 35 = 140 \text{ (طريقة)}$$

2-1 أ/ عدد طرق السحب لأربع كرات على التوالي و بدون إرجاع هو:

$$A_{10}^{4} = 5040 \text{ (طريقة)}$$

2-1 ب/ عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء و كرة خضراء بهذا الترتيب

$$A_{7}^{3} \times A_{3}^{1} = 630 \text{ (طريقة)}$$

2-1 ج/ عدد طرق السحب للحصول على 3 كرات حمراء و كرة خضراء

إذا رمزنا للكرة الحمراء بالرمز R و للكرة الخضراء بالرمز V، فيكون سحب 3 كرات حمراء و كرة خضراء كما يلي:

$$(R,R,R,V);(R,R,V,R);\ (R,V,R,R);\ (V,R,R,R)$$

و منه، عدد طرق السحب المطلوبة هو:

$$(7 \times 6 \times 5 \times 3) \times 4 = 2520 \text{ (طريقة)}$$

2-1 د/ عدد طرق السحب للحصول على الأقل على 3 كرات خضراء

إذا رمزنا للكرة الحمراء بالرمز R و للكرة الخضراء بالرمز V، فيكون سحب 3 كرات خضراء على الأقل كما يلي:

$$(V,V,V,R);(V,V,R,V);\ (V,R,V,V);\ (R,V,V,V)$$

و منه، عدد طرق السحب المطلوبة هو:

$$(A_{3}^{3} \times A_{7}^{1}) \times 4 = 168 \text{ (طريقة)}$$

1-2 عدد الطرق لتشكيل هذا الفريق هو:

$$C_{20}^{5} = 15504 \text{ (فريق)}$$

1-2 أ/ عدد الفرق التي تحتوي عناصر من نفس الجنس هو:

$$C_{12}^{5} + C_{8}^{5} = 848 \text{ (فريق)}$$

1-2 ب/ عدد الفرق التي تحتوي عناصر من جنسين مختلفين هو:

عدد الفرق الكلي – عدد الفرق التي تحتوي عناصر من نفس الجنس

$$C_{20}^{5} - (C_{12}^{5} + C_{8}^{5}) = 15504 - 848 = 14656 \text{ (فريق)}$$

1-2 ج/ عدد الفرق التي تحتوي 3 ذكور و 2 إناث هو:

$$C_{12}^{3} \times C_{8}^{2} = 6160 \text{ (فريق)}$$

1-2 د/ عدد الفرق التي تحتوي طالبة على الأكثر هو:

$$C_{12}^{4} \times C_{8}^{1} + C_{12}^{5} \times C_{8}^{0} = 1287 \text{ (فريق)}$$

2-2 أ/ عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب (X) و أخته (Y) معا هو:

عدد الفرق الكلي – عدد الفرق التي تحتوي الطالب و أخته معا

عدد الفرق التي تحتوي الطالب و أخته هو الفرق التي يتم تشكيلها بإضافة 3 طلبة (يتم اختيارهم من بين 18 طالب) إلى الطالبين (X) و (Y). و عدد هذه الفرق هو:

$$C_{18}^{3} = 816 \text{ (فريق)}$$

و منه، عدد الفرق التي لا تحتوي الطالب (X) و أخته (Y) معا هو:

$$C_{20}^{5} - C_{18}^{3} = 15504 - 816 = 14688 \text{ (فريق)}$$

2-2 ب/ عدد الفرق التي تحتوي الطالب (X) و لا توجد فيها أخته (Y)

الفرق التي تحتوي الطالب (X) دون أخته (Y) يتم تشكيلها باختيار 4 طلبة من بين 18 طالب يتم اضافتهم للطالب (X) و عددها

$$C_{18}^{4} = 3060 \text{ (فريق)}$$