

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة 8 ماي 1945 قالمة

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم الفلسفة



المنطق الرمزي

مطبوعة بيداغوجية منجزة في مقياس

المنطق الرمزي للسنة الثانية ليسانس

إعداد الدكتور:

حاج علي كمال

السنة الجامعية: 2021/2020

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة 8 ماي 1945 قالمة

كلية العلوم الإنسانية والاجتماعية

قسم الفلسفة



المنطق الرمزي

مطبوعة بيداغوجية منجزة في مقياس

المنطق الرمزي للسنة الثانية ليسانس

إعداد الدكتور:

حاج علي كمال

السنة الجامعية: 2021/2020

مطبوعة بيداغوجية في مقياس:
المنطق الرمزي

السنة الجامعية: 2021/2020

توطئة:

لقد بات المنطق الرمزي اليوم مفتاحا لفهم واستيعاب كثيرا من القضايا الفلسفية المعاصرة، والإلمام بكنه بعض المذاهب والاتجاهات الفلسفية المعاصرة، وقلة هُم المشتغلون بهذا الميدان، ربما لتعقد بعض مسائله ونظرا للغته الصارمة ذات الطبيعة الرياضية وقد يجد الباحث أو الطالب في جامعاتنا صعوبة كبيرة في استيعاب مسائله والإلمام بقضاياها، ومتابعة تشعب براهينه واستدلالاته.

لذلك ارتأيت ضرورة بسط قضاياها بشكل يسير وبلغة سلسة، مع توضيح أصول هذا العلم بعرض نشأته وتطوره التاريخي مع التركيز على بعض الأعلام الأفاضل، الذين كانت لهم اليد الطولى في وضع دعائم هذا العلم، وكانت كتاباتهم الأساس لكل الأبحاث اللاحقة، وتقديم شيء من التفصيل لموضوعات متعلقة بأنواع الحساب ودوالها.

أقدم هذا العمل المتواضع، وكل أمني أن يبلغ الغاية المنشودة والقبول من القراء، ويزودهم بصورة واضحة عن هذا العلم.

(1) مفهوم المنطق الرمزي Symbolic logic:

أطلق على المنطق الرمزي عدة تسميات: لوجستيك **Logistic**، جبر المنطق **Algebra of logic**، المنطق الرياضي **Mathematical logic**، المنطق الصوري **Formel logic**. سمي بالمنطق الرمزي لأن لغته الرموز لا الكلمات والألفاظ، وتطلق هذه التسمية للتمييز بين المنطق التقليدي غير الرمزي والمنطق المعاصر الذي لغته الرموز. فضلا عن اللغة الرمزية، يهتم المنطق الرمزي بدراسة العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما، والعلاقات التي تربط بين مختلف القضايا، ووضع القواعد التي تجعلها صادقة. للمنطق الرمزي عدة تعريفات أفضلها ما اشتمل على بيان موضوعه، وموضوع هذا المنطق هو الاستدلال، حيث قال "رسل" في كتابه "أصول الرياضيات": هو دراسة مختلف الأنماط العامة للاستدلال **inference**¹.

والاستدلال هو الانتقال من قضية أو أكثر ونسميها مقدمة أو مقدمات، إلى قضية أخرى ونسميها نتيجة، وترتبط المقدمات برابط معين، بحيث إذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة² بالاستناد إلى أسس منطقية.

يُعنى المنطق بصورة الاستدلال لا بمادته، أي يهتم بالصور والروابط التي تقوم بين الحدود والقضايا، وهذا ما جعل بعض الباحثين يُعرفون المنطق بأنه: علم الصورة الخالصة، أو علم يبحث في صورة الفكر أو هو تحليل لصورة الفكر³.

المنطق الرمزي هو العلم الذي بلغ أوجّه مع برتراند راسل ووايتهد في بدايات القرن الماضي، ثم صار حركة فكرية واسعة خاضها الكثير من الفلاسفة والرياضيين.

¹ Russel , B, the principle of mathématiques, 2nd ed, George Allen, unwin London, 1937, p10.

² محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، 1979، ص21.

³ محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، دار الثقافة للنشر والتوزيع، 1987، القاهرة، ص(1-2).

(2) **خصائص المنطق:** هناك اختلاف بين المنطق التقليدي الأرسطي وما أضافه له أتباعه والمدرسيون فيما بعد، وبين المنطق المعاصر، وهذا ما جعل هذا الأخير ينفرد بخصائص تميزه عن سابقه.

ويمكن إجمال هذه الخصائص فيما يلي:

أ/ **إستخدام الرموز:** إن المنطق المعاصر (الرمزي) هو تطوير للنظرية المنطقية التقليدية، وأهم ما يميزه هو استخدامه للغة رمزية شبيهة بلغة الرياضيات، فهذا الاستخدام كان بغرض الوصول إلى الدقة والوضوح، ويمكن القول: "إن اللغة الرمزية ضرورية للمعالجة العلمية الدقيقة المطلوبة بالمنطق كما صارت أداة اكتشاف"¹، فحلت الرموز محل اللغة الطبيعية. إن اللغة الرمزية في المنطق هي لغة وضعها المنطقة لتحقيق أهداف المنطق، ويمكن تحديد أهمية هذه اللغة كالآتي:

- التخلص من الجانب السيكولوجي الذي ارتبط بالمنطق قرونا عديدة ، ويكون اهتمامه منصبا على تحليل صواب القوانين المنطقية الخالصة.
- يكشف عن الكثير ممّا هو جديد وهام، بحيث يصبح المنطق الرمزي دراسة أكثر عمقا وامتدادا ممّا كان عليه المنطق التقليدي، فتتكشف تطبيقات جديدة للمبادئ التي يتم التسليم بها، ويتكشف اللبس والأخطاء، كما تقام التعميمات الجديدة التي ما كان لها أن تجد تعبيرا واضحا دون صياغة رمزية منطقية دقيقة ومحكمة، ويدخل في علاقات مع علوم أخرى.
- تساعد على توضيح المعاني وتزيد من القدرة على ممارسة التفكير المنطقي².
- يمكن إجمال أهمية اللغة الرمزية في أنها تحقق الدقة في التعبير عن المعاني، والاقتصاد في الجهد والوقت المبذول في النشاطات الاستدلالية، ونستطيع من خلالها إجراء تعميمات وتصنيفات كلية بدل الاقتصار على الأشياء الجزئية.

¹ - Susanne K. langer- An introduction to symbolic logic, Dover publication, 1976, p 60.

محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 18².

ب/ نسق استنباطي: لعل من مميزات المنطق الرمزي أن المرء فيه يطبق المنطق، ولذلك تكون مهمته أن يستنبط القوانين المنطقية من أقل عدد من المبادئ (بديهيات، وقوانين الاستنباط) وذلك بطريقة دقيقة دقة كاملة، ومعنى أن المنطق الرمزي نسق استنباطي، نبدأ فيه من مقدمات معينة، لتنتهي إلى النظريات اللازمة عن المقدمات، مستخدمين في ذلك قواعد النسق الاستنباطي¹.

إن كون المنطق نسقا استنباطيا هو الذي أمكن من إرجاع الرياضيات إلى أصول منطقية، وقد استطاع كل من برتراند راسل ووايتهد البرهان على أن العلمين (المنطق، الرياضيات) شيء واحد، وذلك في كتابهما الشهير "أصول الرياضيات"، وقد كانت هندسة إقليدس نموذجا للنسق الاستنباطي، حيث يتألف هذا النسق من جملة من التعريفات والبديهيات والمسلمات. نقول عن علم ما أنه نسق استنباطي إذا حوى عددا من التعريفات والمبادئ والمصادرات الواضحة الصريحة منذ البدء وبلا برهان، ثم انتقل إلى البرهان على قضايا معينة بطريق الاستنباط الصوري والمحكم من تلك البدايات، مستعينا بقواعد الاستدلال².

رأى أصحاب المنطق الرمزي أن يتألف المنطق - لكي يكون نسقا استنباطيا - من العناصر التالية:

أفكار أولية لا معرفة primitive notions ، وليست هذه مستحيلة التعريف، وإنما لكي نقدم تعريفات، يجب أن نبدأ بالألفاظ لا تقبل التعريف، وإلا كان التعريف مستحيلا، ليست لهذه الأفكار اللامعرفة ضرورة منطقية بأي معنى، وإنما هي اختيار تحكيمي يدونه صاحب النسق للبدء به، ومن الممكن لصاحب نسق آخر أن يبدأ بلا معرفات مختلفة، مبدؤنا في الاختيار هو البساطة فقط.

قائمة التعريفات: تعريف الألفاظ التي نستخدمها في بناء نظرية منطقية معينة، ونستعين باللامعرفات في تلك التعريفات.

مجموعة القضايا الأولية primitive proposition التي نبدأ بها بلا برهان¹، ولا يشترط في هذه القضايا الأولية أن تكون واضحة بذاتها، بل يشترط فيها البساطة فقط، وبهذا يمكننا أن نستنبط قضايا جديدة محترمين قواعد الاستدلال الصحيح

محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 20.¹

محمد فهمي زيدان، المنطق الرمزي: نشأته وتطوره، مرجع سابق، ص 24.²

3) نبذة تاريخية: بدأ الإنسان يستند إلى التفكير المنطقي عندما استطاع تجاوز التفكير الخرافي والأسطوري، فانتقل إلى مرحلة تستند إلى المنهج الواضح والصارم، "فظهر المنطق أول ما ظهر داخل إطار فن الخطابة باعتباره نظرية للبلاغة"²، وهذا ما يمكن تلمسه بوضوح عند شعوب الحضارات القديمة كالليونان والرومان وقبلهما الهند والصين، فأضحى المنطق لديهم وسيلة للإقناع والبرهان، ثم صار يُنظر إليه بوصفه وسيلة للكشف عن الحقيقة وجوهر البحث الفلسفي.

لقد لقيت دراسة المنطق اهتماما كبيرا قديما وحديثا، فقد ارتبط تاريخيا بالفيلسوف اليوناني أرسطو طاليس، الذي نظم قواعده ورتّب موضوعاته، وجعله منهجا لتعلم العلم والحكمة أو الفلسفة، وقد سمّاه باسم الأورغانون، حيث سادت أفكاره المنطقية زمنا طويلا.

انتقل المنطق تاريخيا من مرحلة تعتمد على اللغة الطبيعية (الألفاظ)، ويمكن وصفها بأنها لغوية، وهو ما يظهر جليا في نظرية القياس، ثم تطوّر إلى مرحلة رياضية، حلّ فيها الحساب بدل القياس، والرموز بدل الألفاظ. ومن هنا يمكن التمييز بين نوعين من المنطق: المنطق التقليدي والمنطق المعاصر (الرمزي).

- وقد ساهم في نشأة المنطق الجديد (الرمزي) الكثير من المناطقة والرياضيين، وبهذا نشأ منطق جديد سمي بالمنطق الرمزي (المعاصر):

قبل الحديث عن إسهامات المناطقة المعاصرين في إرساء قواعد منطق جديد، يجدر بنا الحديث عن إسهامات أرسطو في إرساء أولى محاولة لوضع لغة رمزية منطقية، فقد نجح في وضع لغة رمزية دقيقة، حيث وضع حروفا أبجدية (متغيرات حدية) لتدل على حدود القضايا المكونة للأقيسة.

" حقيقة أنه منذ أرسطو اتخذ القياس الحروف الأبجدية الكبرى للدلالة على حدود القضية القياسية، ولكن هذا لم يمس المنطق في شيء لأنه لم يرمز إلى فكرة القضية أعني إلى العلاقة التي تربط بين حدودها، فهذه العلاقات أو رموزها هي جوهر القضية المنطقية وليس

المرجع نفسه، ص 1.25

ألكسندر ماكوفلنسكي، تاريخ علم المنطق، ترجمة نديم علاء الدين، إبراهيم فتحي، دار الفارابي، بيروت، ط 1، 1987، ص 2.08

الجوهر حدودها حتى ولو رمز إليها، لذلك لم يفد المنطق التقليدي من الرموز المستعملة فيه¹ لكن هذه اللغة لم تتطور لدى أتباعه.

لقد شهد المنطق في العصر الحديث تطوراً كبيراً، ممّا بشر بظهور منطق جديد، وأول من بشر به الفيلسوف والرياضي الألماني "ليبنتز" في القرن السابع عشر، فقد ذهب إلى أن علم التفكير لا يمكن أن يتحقق بوضوح ويتبين إلا إذا تمّ على أساس لغة جديدة ودقيقة وخالية من الأخطاء تكون مماثلة للغة الجبر والحساب في علاقاتها. "فقد كان يحلم أن يصبح كل تفكير فلسفي أشبه بالحساب بحيث يمكن حسم أي خلاف ينشأ بين فيلسوفين، وهذا يقتضي وجود لغة رمزية شبيهة بلغة الرياضيات، فنادى بما أطلق عليه اسم اللغة العالمية Characteristica Universalis وهي لغة رمزية تصويرية ideographic language يشير كل حرف فيها لمفهوم بسيط، وتكون مثل هذه الحروف - التي يطلق عليها الحروف الحقيقية - مفهومة عند جميع الناس مهما تكن اللغة التي يتكلمون بها"². وبهذا استطاع ليبنتز أن يضع برنامجاً للغة منطقية رمزية.

لم يرد ليبنتز Leibnitz أن يجعل المنطق فرعاً من الرياضيات وإنما أراد إقامة حساب منطقي Calculus، أي منطق لغته الرموز وقوامه معادلات وقوانين³.

كان ليبنتز أول من نبّه المناطق إلى ضرورة تحرير المنطق من الالتباس والغموض الناتج عن استعمال اللغة العادية (الطبيعية)⁴.

إن الدارس المتخصص لأفكار "ليبنتز" يدرك فضله وجهده المنطقي، غير أن تقديره لأرسطو تركه أسيراً لمنطقه .

وبهذا يمكن القول مع "زكي نجيب محمود" بأن ليبنتز "كان مبشراً باتجاه جديد أكثر منه واضعاً لأساس إيجابي للمنطق الرمزي"⁵.

1 محمد ثابت الفندي، المنطق الرمزي، اللوجستيقا، ص 34.

2 محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص 27.

3 محمود زيدان، المنطق الرمزي: نشأته وتطوره، ص 33.

4 محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص

5 زكي نجيب محمود، المنطق الوضعي، الجزء الأول، ص 128.

بعد "لينتر" لم يسجل المنطق الرمزي أي تطور ملحوظ حتى القرن التاسع عشر، حيث قام "أوغست دمورغان" (1806-1871) Auguste De Morgane بوضع الأسس الأولى لمنطق جديد سمي "بمنطق العلاقات"، وذلك في كتابه الموسوم بـ "المنطق الصوري أو حساب الاستدلال الضروري والاحتمالي" سنة 1847.

"كانت لدى مورغان مواقف منطقية لها قيمتها إذ اتخذ وجهة النظر الصنفية في النظر إلى الحدود، واصطنع اللغة الجبرية في صياغة القضايا واستطاع التعبير عن قواعد المنطق التقليدي وقوانينه وضروب الأقيسة في صورة رمزية، لكن أكثر مواقفه المنطقية أهمية هي اكتشافه نوعاً مختلفاً من القضية غير الحملية، هو قضية العلاقة، فدرس العلاقة التي يمكن أن تقوم بين الحدود في قضايا وذكر بعض أنواعها وخصائصها وبعض قوانينها"¹. وقد انتبه دي مورغان في تقييمه للمنطق الأرسطي أن اقتصره على علاقة وحيدة - الحمل - جعله غير قادر على إجراء الكثير من الاستنباطات المنطقية.

ولقد كان لمورغان الفضل الكبير في إصلاح المنطق التقليدي، وإقامة مبادئ نظرية جديدة سميت بنظرية العلاقات. لكن مصطلحاته كانت معقدة، الأمر الذي جعل الكثير من المناطق والفلاسفة لا يأخذون بها، واتجهوا نحو تأسيس لغة رمزية تكون أكثر وضوحاً.

ولقد كان "جورج بول" (1815-1864) الفضل الأول في وضع بذور التطورات المنطقية، وذلك حينما ساهم بكتابه "التحليل الرياضي للمنطق" عام (1847). ويعدّ هذا الكتاب بمثابة نقطة الانطلاق نحو سلسلة متوالية من التطورات المنطقية، ممّا أسفر عن تلاحم وتضافر جهود علماء المنطق والرياضيات².

كان "جورج بول" يهدف من خلال بحوثه المنطقية إقامة منطق على نموذج علم الجبر، يستخدم حروف الهجاء رموزاً، كما اتخذ من العلامات الحسابية رموزاً للعمليات الحسابية. لذا كان الاستنباط المنطقي حسب تصوره أشبه بالاستدلال الرياضي، حيث يطرح قضاياها في شكل معادلات رياضية ليستتبط منها قضايا أخرى لازمة عنها بالضرورة. غير أن جورج بول ميّز منطقاً عن علم الجبر، وذلك بأن أعطى الرموز التي استخدمها مدلولات

¹ محمود زيدان، المنطق الرمزي: نشأته وتطوره، ص 72.

² Kneale, W. & Kneale, M. : The Development of Logic, Oxford, at The Clarendon Press, England, 1966, pp. 327 – 328.

جديدة، فالرموز الهجائية (متغيرات) تشير في الجبر العادي إلى أعداد رياضية، بينما تدل في منطق "بول" على أصناف. فضلا أن استخدامه للأعداد الرياضية اقتصر على الصفر وواحد للدلالة على قيمتي الصدق والكذب.

إن هذا التغير في فهم المنطق والتعديلات التي أدخلها "بول" أثرت إيجابا على المنطق الرمزي، فضلا عن تأثيرها الفعّال على تطور العلم في منتصف القرن التاسع عشر.

يعد جورج بول George Boole بحق مؤسس المنطق الرمزي لأنه وضع مبادئ أولى نظرياته، وهي نظرية "حساب الأصناف" Calculus of Classe، وكان يسميها حساب المنطق Calculus of Logic، ونشر بول أول كتبه في المنطق بعنوان: التحليل الرياضي للمنطق سنة 1847.¹

رغم جهود "بول" الرائدة في تطوير المنطق وإرساء البناء المنطقي الرياضي المعاصر وإقرار معاصريه من المناطق وحتى من أتوا بعده، إلا أنهم وقفوا على بعض نقائص منطقهم وتداركوا ذلك حتى يظهر بشكل أكثر اكتمالا ونضجا.

وعرف المنطق الرمزي تطورا أكثر المناطق المعاصرين، خاصة ما تعلق بنظرية "جبر المنطق" فقد حسنه "فان" venn و"جوفنز" Jovens و"شرودر" Schroder.

وفي هذه المرحلة بدأ عهد جديد في تطور المنطق وهو ظهور ما يعرف بالمنطق الرمزي الكلاسيكي مع أعمال فريجه Frege بألمانيا وأعمال بيانو peano بإيطاليا.

أمّا "فريجه" كان أول من وضع المنطق في قالب النسق الاستنباطي بشكل مكتمل، فضلا عن أنه وضع أصول نظرية حساب القضايا بجميع عناصرها، وكذلك كافة النظريات المنطقية الأخرى، وجميعهم وضعوا في قالب النسق الاستنباطي. حيث يبدأ هذا النسق من الأفكار الأولية، والتعريفات، والمصادرات، ثم النظريات؛ وذلك بالاعتماد على آليات الاستدلال المنطقي.²

ففي نهاية القرن التاسع عشر ظهرت في ألمانيا أعمال Gottlob Frege التي فتحت مرحلة جديدة في تطوير المنطق الرياضي، وكان المؤسس لبناء منطق رياضي من

¹ محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 85.

² محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص ص (152-153).

أجل صورنة الرياضيات Formalisation of mathematics . ويعتبر المؤسس الفعلي للمذهب المنطقي logicism القائل بأن كل الرياضيات ترد إلى المنطق¹.

وعرف المنطق المعاصر نقلة نوعية مع أعمال "برتراند رسل" Bertrand Russel (1872-1970) المنطقية خاصة في كتابه الضخم الذي ألفه مع صديقه "ألفريد وايتهد" Alfred North Whitehead (1823-1905) والموسوم بـ "مبادئ الرياضيات" Principia Mathematica ، وقد استفاد رسل من أفكار فريجه ذات النزعة الصورية.

المنطق الرمزي عند رسل تعديل وتعميق وتطوير للمنطق التقليدي، لا أن الأول ثائر على الثاني في كل نظرياته، فقد أراد رسل للمنطق أن يكون أكثر صورية ورمزية مما أتى عليه أرسطو، كما أراد أن يجعله نسقا استتباطيا وهو أمر لم يتح لأرسطو، أراد رسل أخيرا تطوير نظريات منطقية سبق لبول وفريجه وبيانو أن بدأوها².

لقد شهد المنطق الرمزي الكلاسيكي عهدا جديدا في بداية عشرينيات القرن 20 ميلادي. و ذلك بظهور كتاب "فتغنشتاين" Wittgenstein المسمى "رسالة منطقية فلسفية" Tractatus logico philosophicus . فقد احتفظ بالإطلاقية المنطقية، لكن مع جعل القوانين المنطقية تحصيل حاصل بالمعنى الخاص الذي يعطيه هذه الكلمة³.

واضح من هذا العرض التاريخي الموجز أن المنطق الرياضي هو نتيجة استغرقت قرونا. انطلقت من الشعور بالنقص الملحوظ في المنطق التقليدي. وبعد محاولات عديدة من أجل إنشاء منطق يصلح لكل مجالات الفكر⁴.

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص38.

² محمود زيدان، المنطق الرمزي، ص176.

³ روبير بلانشي، مدخل إلى المنطق المعاصر، ص42.

⁴ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص39.

(II) مفاهيم أساسية:

1/ مفهوم الصورة المنطقية: عادة ما يُطلق على كتابات أرسطو المنطقية وأتباعه من المشائين والمدرسين تسمية المنطق الصوري، حيث تُطلق هذه التسمية على المنطق التقليدي بصورة عامة، الذي تعود أصوله إلى أرسطو طاليس.

إن المنطق لا يمكن أن يكون إلّا صوريا سواء التقليدي منه أو المعاصر، وأن هذه الصورية لا تقتصر على المنطق الأرسطي، بل إن المنطق المعاصر أضحى أكثر صورية منه. إذا كان الاستدلال هو موضوع المنطق، فليس معنى ذلك أنه يهتم بمادته (مادة الاستدلال)، وإنما غاية اهتمامه متجهة صوب صورته.

إن الاستدلال في نهاية الأمر ينصرف إلى مجموعة من القضايا، وكل قضية تتألف من مكونات وشكل أو صورة تتخذها تلك المكونات، كقولنا: الماء هو الحياة. فقد ارتبط مكونا القضية: الموضوع (الماء) والمحمول (الحياة) بالرابطة (هو)، ونستطيع أن نستبدل مكوني القضية بالرمزين "أ" و"ب"، فتصبح "أ هو ب"، وهي صورة للقضية السابقة "الماء هو الحياة"، مع العلم أنه يمكن أن نستبدل اللفظ "هو" برمز آخر.

وإذا أخذنا الاستدلال الآتي:

إذا كان للمنطق قوانين فهو علم

لكن للمنطق قوانين

إذن فهو علم.

فإذا أسقطنا مضمون هذا الاستدلال واحتفظنا بصوره، لصار لدينا مايلي:

إذا ق ف ك

ق

إذن ك

ومنه فصورة الفكر هي البحث عن العلاقات القائمة بين أجزاء الفكر بغض النظر عن الأجزاء.

إن الاهتمام بالصورة المنطقية وحدها هو الذي يتيح لنا التعميم بالابتعاد عن المادة، وهذا ما يجعله (المنطق) صوري خالص، خاصة بعد تطوره في منتصف القرن التاسع عشر. إن الصورية لا تقتصر على المنطق وحده، بل تشمل العلوم الأخرى بدرجات متفاوتة، وإن وصف المنطق بالصورية لأن قوانينه هي أعم القوانين وأدقها، ثم تليها باقي العلوم بداية بعلوم المادة ثم العلوم الإنسانية والاجتماعية.

القضية: proposition:

1- مفهومها: القضية في أبسط تعريف لها هي الجملة الخبرية التي تحتل الصدق والكذب، أو هي ذلك القول الذي يقال لصاحبه إنه صادق فيه أو كاذب، ويطلق عليه منطقة المسلمين إسم التصديق أو القول الجازم¹.

"وليس كل قول جازم إنما الجازم القول الذي وجد فيه الصدق والكذب، وليس ذلك بوجود في الأقوال كلها"²، فهناك عبارات لا يقال لصاحبها صادق أو كاذب مثل الدعاء والتمني والترجي والاستفهام والتعجب.

وذهب ابن سينا إلى أن: "القضية هي كل قول فيه نسبة بين شيئين يتبعه حكم صدق أو كذب"³.

إن التعبيرات الخبرية التي تحتل الصدق أو الكذب تتعلق بالنسق القائم على مبدأ الثالث المرفوع دون سواه من الأنساق الأخرى(نسق ثلاثي القيمة، نسق متعدد القيم).

أنواع القضايا: تنقسم القضايا من البساطة والتركيب إلى مايلي:

أ/ القضايا البسيطة أو القضايا الذرية Atomic propositions.

ب/ القضايا المركبة أو القضايا الجزيئية Molecular propositions .

ويمكن أن نسوق جملة من الأمثلة لتوضيح معنى النوع الأول كقولنا:

1-أرسطو منطقي.

2-كتب المنطق مفيدة.

3-أفلاطون تلميذ سقراط.

نلاحظ أن الأمثلة السابقة تُعبر كلها عن قضايا بسيطة، فالمثال الأول يعبر عن معنيين مفردين، والمثال الثاني يعبر عن معنيين مركبين، والمثال الثالث يعبر عن معنيين بينهما علاقة.

إن الخاصية المشتركة بين كل هذه الأمثلة أنها قضايا بسيطة، وهي قضايا كلها تخبر بخبر واحد.

ابن سهلان الساوي، البصائر النصيرية، ص 49.¹

أرسطو، باري إيرميناس نقله إسحاق ابن حنين، تحقيق عبد الرحمن بدوي، ط1، بيروت، 1980، ص 103.²

ابن سينا، النجاة، طبعة الكردي، القاهرة، 1938، ص 12.³

ويمكن أيضا أن نسوق الأمثلة الآتية لتوضيح معنى القضية المركبة:

- (1) ابن سينا طبيب وفيلسوف ← قضية تخبر بخبرين ربط بينهما ربط بينهما حرف "الواو".
 - (2) العدد الطبيعي زوجي أو فردي ← قضية تخبر بخبرين ربط بينهما ربط بينهما حرف "أو".
- وما نلاحظه أن أجزاء القضية المركبة يمكن أن تصدق أو تكذب، وهي في المثال (1) "ابن سينا طبيب" و"ابن سينا فيلسوف". وهي في المثال (2) "العدد الطبيعي زوجي" و"العدد الطبيعي زوجي".

أما أجزاء القضية البسيطة فلا يمكن وصفها بالصدق أو الكذب.

القضية المركبة	القضية البسيطة
- تتحل إلى قضية واحدة أو أكثر. - أجزاء القضية المركبة تكون إما صادقة أو كاذبة. - العلاقة بين أجزائها هي علاقة ربط قضوي.	- تتحل إلى معنيين مفردين أو مركبين. - أجزاء القضية البسيطة لا تصدق ولا تكذب. - العلاقة بين أجزائها متنوعة.

2- الروابط القضيةية: propositional connective:

لقد تناولنا ضمن المواضيع السابقة، أن من بيم أهم السمات التي تتسم بها القضية المركبة هي أنها تحتوي على رابط قضوي. فما معنى الرابط القضوي ؟.

تعريف الرابط القضوي: هو تلك الأداة التي إذا دخلت على قضية واحدة أو أكثر أدت إلى قضية مركبة.

أمثلة:

- 1- لا تساوي مساحة المثلث مساحة الدائرة التي يرسم فيها.
- 2- أرسطو فيلسوف ومنطقي.
- 3- الإنسان حيوان عاقل أو الحيوان العاقل إنسان.
- 4- إذا كان المنطق علم فهو دقيق.
- 5- إذا كان العدد زوجيا فهو يقبل القسمة على اثنين، وإذا كان يقبل القسمة على اثنين فهو زوجي.

على الرغم من اختلاف هذه الأمثلة في مضامينها وفي صورتها المنطقية، إلا أنها تتفق في كونها قضايا مركبة لدخول أدوات الربط والتركيب، وهي في الأمثلة السابقة على التوالي: (لا، الواو، أو، إذا، إذا..ف..وإذا..ف...)، ويطلق عليها المناطق على التوالي: (النفي، الوصل، الفصل، الشرط، التشارط).

فالوظيفة المنطقية للرابط "لا" هي تحويل القضية من حالة الصدق إلى حالة الكذب أو العكس.

والوظيفة المنطقية للرابط "الواو" هي تحويل القضيتين البسيطتين إلى قضية مركبة تصدق بصدق القضيتين البسيطتين معا.

والوظيفة المنطقية للرابط "أو" هي تحويل القضيتين البسيطتين إلى قضية مركبة تصدق بصدق إحدى القضيتين البسيطتين على الأقل.

والوظيفة المنطقية للرابط "إذا" هي تحويل القضيتين البسيطتين إلى قضية مركبة تصدق دائما، ما عدا في حالة صدق المقدم وكذب التالي.

أمّا المثال الخامس فهو شرط مركب.

• يمكن تصنيف الروابط المنطقية إلى صنفين هما:

أ) الرابط الأحادي: يوجد رابط أحادي واحد فقط وهو النفي:

(1) رابط النفي (négation):

لأدوات النفي من الناحية المنطقية وظيفة واحدة وهي التكذيب، ونرمز له بالرمز: $\sim$ ، ويوضع في مطلع القضية.

مثال: $\sim A$ أو $\sim$ ، وتقرأ لا "ب" ، أو ليس "ب".

عندما يدخل النفي على قضية صادقة فيحوّلها من الصدق إلى الكذب والعكس صحيح. إن دخول الكذب على قضية ما ليس معناه أنها كاذبة بالضرورة، فالنفي $\neq$ الكذب.

قاعده:

- تكون القضية المنفية صادقة إذا كانت الأصلية كاذبة.
- تكون القضية المنفية كاذبة إذا كانت الأصلية صادقة.

النفي المزدوج:

- عندما تكون "ب" صادقة ستكون $\sim B$ كاذبة، أما $\sim \sim B$ تكون صادقة.
- وعندما تكون $\sim B$ كاذبة ستكون $\sim \sim B$ صادقة، أما "ب" تكون صادقة.
- وباختصار: "ب" $\leftarrow \sim \sim B$ و $\sim B \leftarrow \sim B$.

ملاحظة: نرمز إلى قيمة الصدق ب (1) ، ونرمز إلى قيمة الكذب ب (0).

الجدول الصدقي للنفي:

$\sim \sim B$	$\sim B$	B
1	0	1
0	1	0

(2) الروابط الثنائية:

أ) رابط الوصل: conjunction:

الوظيفة المنطقية لرابط الوصل هي تحويل القضيتين البسيطتين إلى قضية مركبة، تصدق بصدق القضيتين البسيطتين.

مثال: نحول القضيتين (أ) ، (ب) إلى قضية مركبة وصلية فنحصل على (أ $\wedge$ ب).

- فكما صدقت (أ) وصدقت (ب) كانت العبارة (أ $\wedge$ ب) صادقة.
 - وكما كانت (أ) أو (ب) كاذبة كانت العبارة (أ $\wedge$ ب) كاذبة.
 - ومنه صدق العبارة (أ $\wedge$ ب) أو (ب $\wedge$ أ) تابع لصدق (أ) و (ب).
- إن قيمة الصدق لا تتغير بتغير طرفي العبارة: فنقول (أ $\wedge$ ب) أو (ب $\wedge$ أ) نحصل على نفس النتيجة.

قاعده:

- تكون القضية الوصلية صادقة إذا كانت كل موصولاته صادقة.

- تكون القضية الوصلية كاذبة إذا كانت إحدى موصولاته كاذبة.

الصيغة الرمزية: تصدق (أ $\wedge$ ب) بصدق (أ) وصدق (ب) معا.

$$\sim (أ \wedge ب) = (\sim أ \wedge \sim ب).$$

الجدول الصدقي الوصل:

أ	ب	(أ $\wedge$ ب)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

خصائص الوصل:

- تبديلي: نقول (أ $\wedge$ ب) أو (ب $\wedge$ أ) لهما نفس قيم الصدق.
 - تجميعي: نقول ((أ $\wedge$ ب) $\wedge$ ج) $\leftrightarrow$ (أ $\wedge$ (ب $\wedge$ ج)) $\leftrightarrow$ (أ $\wedge$ ب) $\wedge$ ج).
 - تكافؤ القوى: إن ربط أي قضية مع نفسها لا يغير من صدق القضية.
- مثال: (ب $\wedge$ ب) $\leftrightarrow$ ب.

ب) رابط الفصل : Disjuncton:

هو رابط ثنائي يربط بين قضيتين بسيطتين، فيحوّلها إلى قضية مركبة يكون صدقا أو كذبا تابعا لصدق أو كذب القضيتين البسيطتين.

مثال: المتنبي شاعر أو طبيب.

نرمز لرابط الفصل بالرمز: $\vee$

قاعده:

- يكون الفصل صادقا إذا صدقت على الأقل إحدى مفصولاته.
- يكون الفصل كاذبا إذا كذبت كل مفصولاته.
- مثال 1: تصدق $(\vee \text{أ ب})$ بصدق "أ" أو صدق "ب" أو بصدقها معا.
- مثال 2: تكذب $(\vee \text{أ ب})$ أي $\sim (\vee \text{أ ب})$ بكذب "أ" أو $\sim \text{أ}$ ، وبكذب "ب" أي $\sim \text{ب}$.

الجدول الصدقي للفصل:

أ	ب	$(\vee \text{أ ب})$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

خصائص الوصل:

- تبديلي: نقول $(\vee \text{أ ب})$ أو $(\vee \text{ب أ})$ لهما نفس قيم الصدق.
- تجميعي: نقول $((\vee \text{أ ب}) \vee \text{ج}) \leftrightarrow (\vee \text{أ ب ج}) \leftrightarrow (\vee \text{أ ب ج})$.
- تكافؤ القوى: إن ربط أي قضية مع نفسها لا يغير من صدق القضية.
- مثال: $(\vee \text{أ ب}) \leftrightarrow \text{ب}$.

خاصية دي مورغان: تنص على رابط النفي إذا دخل على عبارة وصلية، فيحوّلها إلى عبارة فصلية منفية الطرفين، وإذا دخل النفي على عبارة فصلية، فيحوّلها إلى عبارة وصلية منفية الطرفين، أي أن:

$$\sim (\vee \text{أ ب}) = (\wedge \sim \text{أ} \vee \sim \text{ب}).$$

$$\sim (\wedge \text{أ ب}) = (\vee \sim \text{أ} \vee \sim \text{ب}).$$

ج) رابط الشرط أو اللزوم: conditional:

هو رابط ثنائي يربط بين قضيتين بسيطتين لتكوين قضية مركبة، ولقد شاع عند المناطق استعمال الأداة (إذا...ف...) ونرمز له بالرمز: $\leftarrow$.

مثال: إذا اجتهد الطالب فإن حظه في النجاح أوفر.

ويمكن أن نحول المثال السابق إلى صيغة رمزية كمايلي:

إذا أ ف ب. ونكتبها كالاتي: $(أ \leftarrow ب)$.

ملاحظة: الشرط كرابط منطقي لا يشترط أبدا وجود علاقة سببية بين المقدم والتالي، بل يخضع فقط لعلاقة الصدق والكذب بين المقدم والتالي.

قاعدته:

- يكون الشرط صادقا كلما كذب المقدم أو صدق التالي.

- يكون الشرط كاذبا كلما صدق المقدم وكذب التالي.

نلاحظ أن القاعدة تحتوي على رابط الفصل في حالة الإثبات:

$$(أ \leftarrow ب) = (\sim أ \vee ب): \text{إثبات الشرط.}$$

ونلاحظ أيضا أن القاعدة تحتوي على رابط الوصل في حالة النفي:

$$\sim (أ \leftarrow ب) = (أ \wedge \sim ب): \text{إثبات الشرط.}$$

الجدول الصدقي للشرط:

أ	ب	$(أ \leftarrow ب)$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	0

د) رابط التشارط أو التكافؤ: Equivalence:

التشارط هو عبارة عن شرطين مركبين بواسطة رابط الوصل، ويكون فيهما الشرط الثاني عكس الشرط الأول.

مثال: إذا كان ابن سينا منطقيا فهو فيلسوف، وإذا كان فيلسوفا فهو منطقي.

الصورة الرمزية: $((ب \leftarrow ج) \wedge (ج \leftarrow ب))$.

يمكن اختصار الروابط الواردة في هذه العبارة في الرمز: $\leftrightarrow$.

قاعده:

- يصدق التشارط كلما صدق المتشارطان معا أو كذبا معا.
- يكذب التشارط كلما صدق أحد المتشارطين وكذب الآخر.

الجدول الصدقي للتشارط:

أ	ب	$(أ \leftrightarrow ب)$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

نستطيع أن نعبر بصورة رمزية عن حالة إثبات التشارط بالآتي:

$$(أ \leftrightarrow ب) = (أ \wedge ب) \vee (أ \wedge \sim ب)$$

أو بواسطة الشكل:

$$(أ \leftrightarrow ب)$$

/ \

أ ~ ب

| |

أ ~ ب

أما الشرط المنفي يمكن التعبير عنه كالآتي:

$$\sim (A \leftrightarrow B) = (\sim A \wedge B) \vee (A \wedge \sim B).$$

أو بواسطة الشكل الآتي:

$$\sim (A \leftrightarrow B)$$

/	\
$\sim A$	A
B	$\sim B$

(III) الحساب الكلاسيكي للقضايا:

يعتبر حساب القضايا أحد أهم الأسس التي تقوم عليها المنطق الرمزي، حيث تعتبر بمثابة الأساس المباحث المنطقية الأخرى، فلا يمكن فهم باقي المبحث دون تحصيله. لذا وجب على الباحث في هذا الميدان الإلمام بهذا المبحث.

وكان فريجة هو الذي وضع مبادئ حساب القضايا، ثم ظهر بصورته الحالية عند "رسل" و"وايتهد" في كتابهما "برنكيا ماتيماتيكاً". وقد كان رسل في "أصول الرياضيات" يطلق على هذا المبحث اسم "الحساب التحليلي للقضايا" أو "حساب القضايا" أو "نظرية القضايا"، ولكن لما كانت طبيعة هذا الموضوع هي الاستنباط، أي المبادئ التي على أساسها تكون النتائج مستنبطة من المقدمات، فقد عدل (مع وايتهد) في "برنكيا" عن الأسماء السابقة، وفضل عليها اسم نظرية الاستنباط¹.

وإذا عرّفنا الاستنباط نقول هو عملية ينتقل فيها الفكر من قضايا تسمى مقدمات إلى قضايا تسمى نتائج. أي أنه نشاط استدلال يحكم على صحة قضايا من خلال قضايا أخرى. وقد أطلقت على حساب القضايا تسميات عديدة نذكر منها "منطق دوال الصدق" التي تعود إلى "كواين" في كتابه «المنطق الرياضي» (Mathematical logic).

وقد عرف روبير بلانشي الحساب الكلاسيكي للقضايا بقوله: إن حساب القضايا يدرس كيف يكون صدق (أو كذب) قضية مركبة تابعا لصدق (أو كذب) القضيتين البسيطتين اللتين تتركب منهما. فهو يهمل إهما لا كلياً معنى القضايا أو مضمونها، لكي لا يهتم إلا بقيمة صدقها. وهو في صورته التقليدية لا يقبل بالنسبة إلى القضية إلا قيمتين ممكنتين من الصدق هما: الصدق (ص) والكذب (ك). ولهذا يقال عنه أنه ثنائي القيمة bivalent².

- فالحساب الكلاسيكي يُعرّف - حسب الدكتور أحمد موساوي - بأنه المنطق أو الحساب الذي يقوم على مبدئين أساسيين هما:

أ- مبدأ ثنائية القيمة (الصدق - الصدق).

ب- مبدأ النفي المضاعف أي نفي النفي هو إثبات.

محمد مهران مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، ص ص (61-62).¹

روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 44.²

وتستعمل كلمة كلاسيكي في المنطق كمصطلح مناقض لمصطلح لأكلاسيكي الذي يقوم إما على رفض مبدأ نفي النفي هو إثبات والأخذ بمبدأ ثنائية القيمة أو رفضهما معا يدرس الحساب الكلاسيكي للقضايا الوسائل والعمليات المنطقية التي بها يتم تحديد صدق أو كذب القضية المركبة أو الجزئية كتابع صدقي Truth function بدلالة صدق أو كذب القضايا البسيطة أو الذرية كمتبوعات صدقية أو حجج Arguments¹. توجد الكثير من الطرق للبرهنة على صدق قضايا المنطق، وسنحاول هنا أن نعرض طريقة بسيطة للحساب المنطقي وهي:

1) طريقة جداول الصدق الكلاسيكية:

تناولنا في المبحث السابق موضوع الروابط المنطقية والقواعد التي تحكمها، وسنحاول في هذا المبحث عرض طريقة لتقويم القضايا المنطقية، وهي طريقة تدعى بجداول الصدق الكلاسيكية.

تهدف هذه الطريقة إلى معرفة صدق أو كذب القضايا المركبة عن طريقة القضايا الذرية والروابط المنطقية التي تتكون منها.

الخطوات:

- أ- تحديد عدد الذرات الداخلة في تركيب العبارة لمعرفة عدد حالات الصدق والكذب.
 - ب- التعرف على طبيعة الأقواس ووضعيتها (الأقواس المفتوحة والأقواس المغلقة).
 - ت- التعرف على الرابط الرئيسي وترتيب الروابط الثانوية بحسب مداها².
- مثال: قوّم العبارة الآتية بواسطة جداول الصدق الكلاسيكية:

$$((ق) \wedge (ك \vee ل)) \leftrightarrow ((ق) \wedge (ك)) \vee ((ق) \wedge ل)$$

الخطوة 01: تحديد عدد حالات الصدق والكذب وفقا للقاعدة 2^ن.

بما أن ن=3 ، إذن عدد الحالات ستكون 2^ن=8 حالات.

أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص ص(105-106).¹

المرجع نفسه، ص112.²

الخطوة 02: توزيع قيم الصدق والكذب على الذرات الثلاث: ق ، ك، ل، بحيث تقسم

الحالات الثلاث كمايلي:

(1) "4 حالات" صدق متتالية تليها "4 حالات" كذب متتالية بالنسبة للذرة الأولى، فتكون:
 $8=4+4$.

(2) حالتان للصدق تليها حالتان للكذب، ونكرر هذه العملية بحيث تصير العملية: $2 \times 4 = 8$.

(3) حالة صدق وتليها حالة كذب، ونكرر العملية أربع مرات، بحيث تصير: $1 \times 8 = 8$.

ويتم توزيعها كمايلي:

ق	ك	ل	$((\text{ق} \wedge (\text{ك} \vee \text{ل})) \leftrightarrow ((\text{ق} \wedge \text{ك}) \vee (\text{ق} \wedge \text{ل})))$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

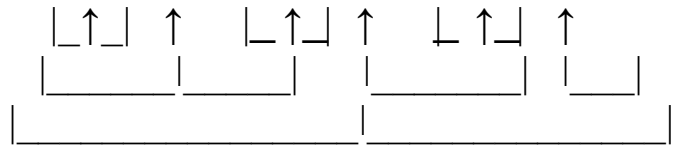
الخطوة 03: توزيع قيم الصدق والكذب المحددة في الجدول السابق على عناصر العبارة

المركبة كمايلي:

ق	ك	ل	$((ق \wedge ك) \vee (ق \wedge ل)) \leftrightarrow ((ق \vee ك) \wedge (ق \vee ل))$										
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0

الخطوة 04: تحديد الروابط الرئيسية والروابط الثانوية في العبارة المعنية:

$$((ق \vee ك) \wedge (ق \vee ل)) \leftrightarrow ((ق \wedge ك) \vee (ق \wedge ل))$$



الخطوة 05: تقويم العبارة وفقا للقاعدة الخاصة بكل رابط بداية من الرابط الذي له أقصر

مدى، ثم ننتقل إلى الرابط الذي أطول منه مباشرة، إلى أن ننتهي إلى الرابط الرئيسي.¹

- نلاحظ أن العبارة التي قمنا بتحليلها (تقويمها) في المثال السابق:

$$((ق \vee ك) \wedge (ق \vee ل)) \leftrightarrow ((ق \wedge ك) \vee (ق \wedge ل))$$

توتولوجية، لأنها صادقة في كل الحالات الممكنة الواردة تحت الرابط الرئيسي

التشارط " $\leftrightarrow$ "، وهي ثمان (8) حالات.

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص ص (114-117).

مثال 02:

قوّم العبارة الآتية بواسطة جداول الصدق الكلاسيكية: $((\sim L \wedge K) \wedge (\sim K \leftarrow Q))$.

الخطوة 01: : تحديد عدد حالات الصدق والكذب وفقا للقاعدة 2^n .

بما أن $n=2$ ، إذن عدد الحالات ستكون $2^2=4$ حالات.

الخطوة 02: توزيع قيم الصدق والكذب على الذرات الثلاث: ق ، ك ، ل ، بحيث تقسم

الحالات الثلاث كمايلي:

1) حالتان للصدق تليها حالتان للكذب: $2 \times 2 = 4$.

2) حالة صدق وتليها حالة كذب، ونكرر العملية مرة أخرى، بحيث تصير: $1 \times 4 = 4$.

الخطوة 03: توزيع قيم الصدق والكذب المحددة في الجدول السابق على عناصر العبارة

المركبة:

الخطوة الأخيرة: تقويم العبارة وفقا للقاعدة الخاصة بكل رابط:

ل	ك	$((\sim L \wedge K) \wedge (\sim K \leftarrow Q))$
1	1	0
1	0	0
0	1	1
0	0	1

نلاحظ أن العبارة التي قمنا بتحليلها (تقويمها) في المثال السابق $((\sim L \wedge K) \wedge (\sim K \leftarrow Q))$

هي عبارة متناقضة،

لأنها كاذبة في كل الحالات الممكنة الواردة تحت الرابط الرئيسي الوصل الثاني " $\wedge$ "، وهي

ثمان (4) حالات.

مثال 03:

قوّم العبارة الآتية بواسطة جداول الصدق الكلاسيكية: $((ق \vee ك) \leftarrow (ك \wedge ق))$.

الخطوة 01: تحديد عدد حالات الصدق والكذب وفقا للقاعدة 2^n .

بما أن $n=2$ ، إذن عدد الحالات ستكون $2^2=4$ حالات.

الخطوة 02: توزيع قيم الصدق والكذب على الذرات الثلاث: ق، ك، ل، بحيث تقسم

الحالات الثلاث كمايلي:

(1) حالتان للصدق تليها حالتان للكذب: $2 \times 2 = 4$.

(2) حالة صدق وتليها حالة كذب، ونكرر العملية مرة أخرى، بحيث تصير: $1 \times 4 = 4$.

الخطوة 03: توزيع قيم الصدق والكذب المحددة في الجدول السابق على عناصر العبارة

المركبة:

الخطوة الأخيرة: تقويم العبارة وفقا للقاعدة الخاصة بكل رابط:

ق	ك	$((ق \vee ك) \leftarrow (ك \wedge ق))$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

نلاحظ أن العبارة التي قمنا بتحليلها (تقويمها) في المثال السابق ((ق ٧ ك) ← (ك ٨
(ق) هي عبارة عرضية، لأنها صادقة في بعض الحالات الممكنة
وكاذبة في بعض حالاتها الأخرى الواردة تحت الرابط الرئيسي الوصل الثاني "←"، وهي
ثمان (4) حالات.

تقييم طريقة جداول الصدق الكلاسيكية:

إن طريقة جداول الصدق الكلاسيكية هي طريقة آلية يمكن أن تسند إلى الآلة.. إن هذه
العملية كما نلاحظ هي عملية إحصائية وليست تحليلية.
إن تطبيقات هذه الطريقة محدودة جداً، فلا نستطيع تطبيقها بسهولة على العبارات المعقدة
جداً، فعلى سبيل المثال إذا كان لدينا عبارة مكونة من 10 ذرات فعدد الحالات الممكنة
هو وفقاً للقاعدة ² ¹ هي 1024.
لذا اقترح بعض المناطق ابتكار طريقة تكون أكثر دقة واختصاراً، فظهرت طرق جديدة.

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص ص (122-123).

(2) طريقة جداول الصدق المختصرة:

مفهومها: توجد الكثير من الطرق للبرهنة على صدق قضايا المنطق، وسنحاول هنا أن نعرض طريقة بسيطة للحساب المنطقي وهي:

تناولنا في المبحث السابق موضوع الروابط المنطقية والقواعد التي تحكمها، وسنحاول في هذا المبحث عرض طريقة لتقويم القضايا المنطقية، وهي طريقة تدعى بجداول الصدق الكلاسيكية.

خطواتها:

مثال 01: لنقوم العبارة المنطقية الآتية بواسطة طريقة جداول الصدق المختصرة:

$$((\neg K \rightarrow (\neg Q \leftrightarrow Q)) \sim Q).$$

توجد بالنسبة إلى Q حالتان هما: " Q صادقة و" Q كاذبة.

لنفحص العبارة في كل من الحالتين المذكورتين، لكي نعرف قيمة العبارة في الحالتين:

الحالة 01: " Q صادقة.

فحصل على مايلي عندما نعوض " Q " ب 1: $((1 \rightarrow K) \leftrightarrow 1) \sim 0$.

نعلم من خلال قاعدة الشرط أن قيمة العبارة $(1 \rightarrow K)$ تابعة لقيمة K .

(1) إذا كانت " K " صادقة فالعبارة $(1 \rightarrow K)$ تصير $(1 \rightarrow 1)$ أي صادقة.

(2) وإذا كانت " K " كاذبة $(1 \rightarrow K)$ تصير $(0 \rightarrow 1)$ أي كاذبة.

ولكن بما أن هذه العبارة هي مقدم في العبارة الشرطية $((1 \rightarrow K) \leftrightarrow 1)$ التي تاليها صادق.

إذن نستطيع كتابة مايلي: $(0 \rightarrow 1)$ أي أنها كاذبة.

وباختصار: $((\neg K \rightarrow (\neg Q \leftrightarrow Q)) \sim Q).$

$$((1 \rightarrow K) \leftrightarrow 1) \sim 0.$$

1 $\leftrightarrow$ 0: كاذبة. أي عندما تكون " Q " صادقة فالنتيجة كاذبة.

الحالة "ق" كاذبة.

نستطيع كتابة العبارة باختصار كمايلي:

$$((0 \rightarrow K) \leftrightarrow 0) \sim 1.$$

إن الشرط : $(0 \leftarrow ك)$ هو صادق دائماً سواء كانت: "ك" صادقة أو كاذبة $(0 \leftarrow ك)$ وبالتالي فالطرف الأيمن لرباط التشارط هو كاذب، أي أن: $0 \leftrightarrow 1$. إذن: عندما تكون "ق" كاذبة، فالنتيجة كاذبة.

وباختصار: : $((1 \leftarrow ك) \leftarrow 1) \leftrightarrow 0$.

0 $\leftrightarrow$ 1: كاذبة.

النتيجة العامة: إن العبارة المدروسة هي كاذبة: سواء في حالة "ق" أو في حالة كذبها: أي أنها : **عبارة متناقضة**¹.

مثال 02: قوّم العبارة الآتية بواسطة جداول الصدق المختصرة: $((ق \wedge ك) \leftarrow ل)$

الاحتمال 01: "ق" صادقة (1).

الحالة 1: "ك" و "ل" صادقتين.

$((1 \wedge 1) \leftarrow ل)$

1 $\leftarrow$ ل

1

الحالة 2: "ك" و "ل" كاذبتين (0):

$((0 \wedge 0) \leftarrow 0)$

0 $\leftarrow$ 0

1

أي عندما تكون "ق" صادقة فالنتيجة صادقة.

¹ أحمد موساوي: مدخل جديد إلى المنطق، ص(127،129).

الاحتمال 02: "ق" كاذبة.

الحالة 1: "ك" و "ل" صادقتين:

$$(1 \leftarrow (1 \wedge 0))$$

$$1 \leftarrow 0$$

1 فالنتيجة الجزئية صادقة.

الحالة 2: "ك" و "ل" كاذبتين:

$$(0 \leftarrow (0 \wedge 0))$$

$$0 \leftarrow 0$$

1 أي عندما تكون "ق" صادقة فالنتيجة صادقة.

النتيجة العامة: إن العبارة المدروسة هي صادقة: سواء في حالة "ق" صادقة أو في حالة

كذبها: أي أنها عبارة تكرارية.¹

¹ أحمد موساوي: مدخل جديد إلى المنطق، ص(127،129).

تقييم طريقة جداول الصدق المختصرة:

إن ما يميز هذه الطريقة عن السابقة هو المجهود الذهني الذي تتطلبه هذه الأخيرة، فهي ليست آلية مثل الطريقة الأولى، كما أنها قادرة على تقويم العبارات التي تحتوي على عدد من كبير من الذرات بخطوات قصيرة نسبياً. وعلى الرغم من ذلك كله فهي طريقة إحصائية إلى حد ما، وإن كان الطابع الإحصائي ليس خالصاً بالنسبة إلى طريقة جداول الصدق الكلاسيكية. أما من الناحية التحليلية فهي ليست طريقة تحليلية ولا تختلف من ناحية التحليل عن الطريقة السابقة.

ونظراً إلى أهمية التحليل في الحساب المنطقي لابد من اللجوء إلى طريقة أخرى تكون فعالية، وسنحاول هنا أن نعرض طريقة بسيطة أخرى للحساب المنطقي وهي: طريقة أشجار الصدق.

3) طريقة أشجار الصدق:

توجد الكثير من الطرق للبرهنة على صدق قضايا المنطق، وقد تناولنا في المبحث السابق طريقة جداول الصدق المختصرة والقواعد التي تحكمها، وسنحاول في هذا المبحث عرض طريقة أخرى لتقويم القضايا المنطقية، وهي طريقة تدعى بطريقة الأشجار أو يطلق عليها أيضا أشجار الصدق.

مفهومها: وهي طريقة تحليل العبارات المنطقية وفق نمط تكون فيه العبارة كاذبة أو على العكس.

إن الميزة الأساسية لهذه الطريقة أنها تحليلية على خلاف الطرق السابقة، ويقتضي التحليل هنا تحويل الرابط الرئيسي أولا ثم تحويل الروابط الثانوية بطريقة تنازلية، ويأخذ هذا التحليل التنازلي صورتين:

الصورة الثانية: عبارة فصلية

(ق ∨ ك)

/ \

ق ك

الصورة الأولى: عبارة وصلية

(ق ∧ ك)

|

ق

|

ك

قبل البدء في عملية التحليل وفق طريقة الأشجار، والتعرف على خطواتها قواعد التكافؤ بين الروابط.

قواعد تعريف الرابط الثنائي بآخر:

إن لهذه القواعد أهمية كبرى في عملية التحليل، لأنها تسمح بالانتقال من عبارة معينة بواسطة رابط ثنائي معين إلى عبارة أخرى مكافئة لها منطقيا بواسطة رابط آخر.

1- قاعدة النفي:

أ- الإثبات: ق هي ~ ق

ب- النفي: ~ ق هي ق

2- قاعدة الوصل:

أ- الإثبات: (ق ∧ ك)

|
ق
|
ك

ب- النفي: ~(ق ∧ ك)

/ \
ق ~ ك

أي أن ~(ق ∧ ك) = (~ق ∨ ~ك)

3- قاعدة الفصل:

أ- الإثبات: (ق ∨ ك)

/ \
ق ك

ب- النفي: ~(ق ∨ ك)

|
ق ~
|
~ك

أي أن ~(ق ∨ ك) = (~ق ∧ ~ك)

4- قاعدة الشرط:

أ- الإثبات: (ق ← ك)

/ \
ق ~ ك

ب- النفي: ~(ق ← ك)

|
ق
|
~ك

أي أن: (ق ← ك) = (~ق ∨ ك) = (~ق ∧ ~ك) ~

~(ق ← ك) = (~ق ∧ ~ك) = (~ق ∨ ك) ~

5- قاعدة التشارط:

أ- التشارط المثبت: (ق ↔ ك)

/ \
ق ~ ق
| |
ك ~ ك

ب- التشارط المنفي: ~(ق ↔ ك)

/ \
ق ق
| |
ك ~ ك

أي أن: (ق ↔ ك) = (ق ∧ ك) ∨ (~ق ∧ ~ك)

$$\sim (q \leftrightarrow k) = (\sim q \wedge k) \vee (q \wedge \sim k).$$

خطوات طريقة الأشجار:

- 1- يجب إدخال النفي على العبارة التي يُطلب تحليلها.
- 2- تحويل الرابط الرئيسي الحاصل بعد عملية النفي إلى وصل أو فصل إذا كان غير ذلك، أما إذا كان وصلاً أو فصلاً فتحذف هذه الخطوة، ثم نواصل العملية مع الروابط الثانوية الباقية إلى نهاية التحليل.
- 3- نبدأ التحليل برابط الوصل قبل رابط الفصل، لأن الوصل عمودي والفصل متفرع.
- 4- إذا ظهر في نفس الفرع تناقض، أي وجود قضية ونفيها، نضع العلامة التالية (x) في ذلك الفرع ولا نواصل فيه التحليل، بل ننتقل إلى فرع آخر ليس فيه تناقض. وهكذا كلما ظهر تناقض في فرع من فروع الشجرة نضع العلامة السابقة وننتقل إلى فرع آخر إلى نهاية التحليل.¹

ملاحظة:

إذا نتج عن تحليل العبارة (~ أ) تناقض في جميع الفروع: فنقول أن كل فروع الشجرة **مغلقة**، أي أن كل فروعها متناقضة. وبما أنها ليست هي العبارة المطلوبة للتحليل، بل هي العبارة المنفية أي المتناقضة، فنحن إذن أمام نقيض المنفية أي نقيض القضية، وهو ما يعني أن العبارة صادقة، أي أنها تكرارية.

إذا ما انتهت عملية تحليل القضية المنفية إلى عدم وجود أي تناقض في أي فرع من فروع الشجرة، فنقول أن كل فروع الشجرة مفتوحة، وهذا يعني أن القضية الأصلية كاذبة في كل الحالات أي أنها متناقضة.

إذا ظهر تناقض في بعض الفروع ولم يظهر في غيرها فالعبارة عرضية.

مثال 01:

حلّ العبارة الآتية بواسطة طريقة أشجار الصدق.

$$أ = ((q \leftarrow k) \wedge (k \leftarrow l) \wedge (l \leftarrow m)) \leftarrow (q \leftarrow m)$$

الخطوة الأولى:

نقوم بنفي "أ" فنحصل على مايلي:

¹ أحمد موساوي: مدخل جديد إلى المنطق، ص(151، 152).

$$\sim A = ((Q \leftarrow K) \wedge (K \leftarrow L) \wedge (L \leftarrow M)) \wedge \sim (Q \leftarrow M)$$

الخطوة الثانية:

بما أن الوصل هو الرابط الرئيسي فستأخذ الشجرة الشكل التالي:

$$\sim A = ((Q \leftarrow K) \wedge (K \leftarrow L) \wedge (L \leftarrow M)) \wedge \sim (Q \leftarrow M)$$

الجزء الأول على يمين الرابط الرئيسي	(1)	$(Q \leftarrow K)$
الجزء الثاني على يمين الرابط الرئيسي	(2)	$(K \leftarrow L)$
الجزء الثالث على يمين الرابط الرئيسي	(3)	$(L \leftarrow M)$
الطرف الأيسر للرابط الرئيسي	(4)	$\sim (Q \leftarrow M)$
من السطر (4) (نفي الشرط)	(5)	ق
من السطر (4) (نفي الشرط)	(6)	$\sim M$
من السطر (1) (نفي المقدم)	(7)	ق $\sim$ ك
من السطر (2) (نفي المقدم)	(8)	ك $\sim$ ل
من السطر (3) (نفي المقدم)	(9)	ل $\sim$ م

النتيجة: بما أن كل الفروع مغلقة أي بما تناقض فالعبارة " $\sim A$ " هي عبارة متناقضة. إذن العبارة " A " هي عبارة تكرارية.

مثال 02:

حلّ العبارة الآتية بواسطة طريقة أشجار الصدق.

$$أ = (ق \leftarrow ك) \leftrightarrow (ق \wedge \sim ك)$$

الخطوة الأولى:

نقوم بنفي "أ" فنحصل على مايلي:

$$\sim ((ق \leftarrow ك) \leftrightarrow (ق \wedge \sim ك)) = ((ق \leftarrow ك) \wedge \sim (ق \wedge \sim ك)) \vee ((ق \leftarrow ك) \vee \sim (ق \wedge \sim ك))$$

الخطوة الثانية:

بما أن الفصل هو الرابط الرئيسي فستأخذ الشجرة الشكل التالي:

$$((ق \leftarrow ك) \wedge \sim (ق \wedge \sim ك)) \vee ((ق \leftarrow ك) \vee \sim (ق \wedge \sim ك))$$

/ \

$$(1) ((ق \leftarrow ك) \wedge \sim (ق \wedge \sim ك)) \quad ((ق \leftarrow ك) \vee \sim (ق \wedge \sim ك))$$

|

|

~(ق ← ك) الطرف الأيمن والأيسر للفصل

(2) (ق ← ك)

|

|

(ق ∧ ~ك) الطرف الأيمن والأيسر للفصل

(3) ~(ق ∧ ~ك)

|

/ \

ق من 2 (نفي المقدم)

(4) ~ق ك

|

/ \

~ك من 3 (نفي الوصل)

(5) ~ق ك

|

ق من 2 (نفي الشرط)

(6)

|

~ك من 2 (نفي الشرط)

(7)

النتيجة: بما أن كل فروع الشجرة مفتوحة، فالعبارة "أ~" عبارة تكرارية. إذن العبارة

"أ" هي عبارة متناقضة، لأن نفي التكرارية ينتج عنه عبارة متناقضة.

مثال 03:

حلّ العبارة الآتية بواسطة طريقة أشجار الصدق.

$$A = ((Q \leftarrow K) \wedge (K \leftarrow L) \wedge (L \leftarrow M)) \leftarrow (Q \sim V \sim M)$$

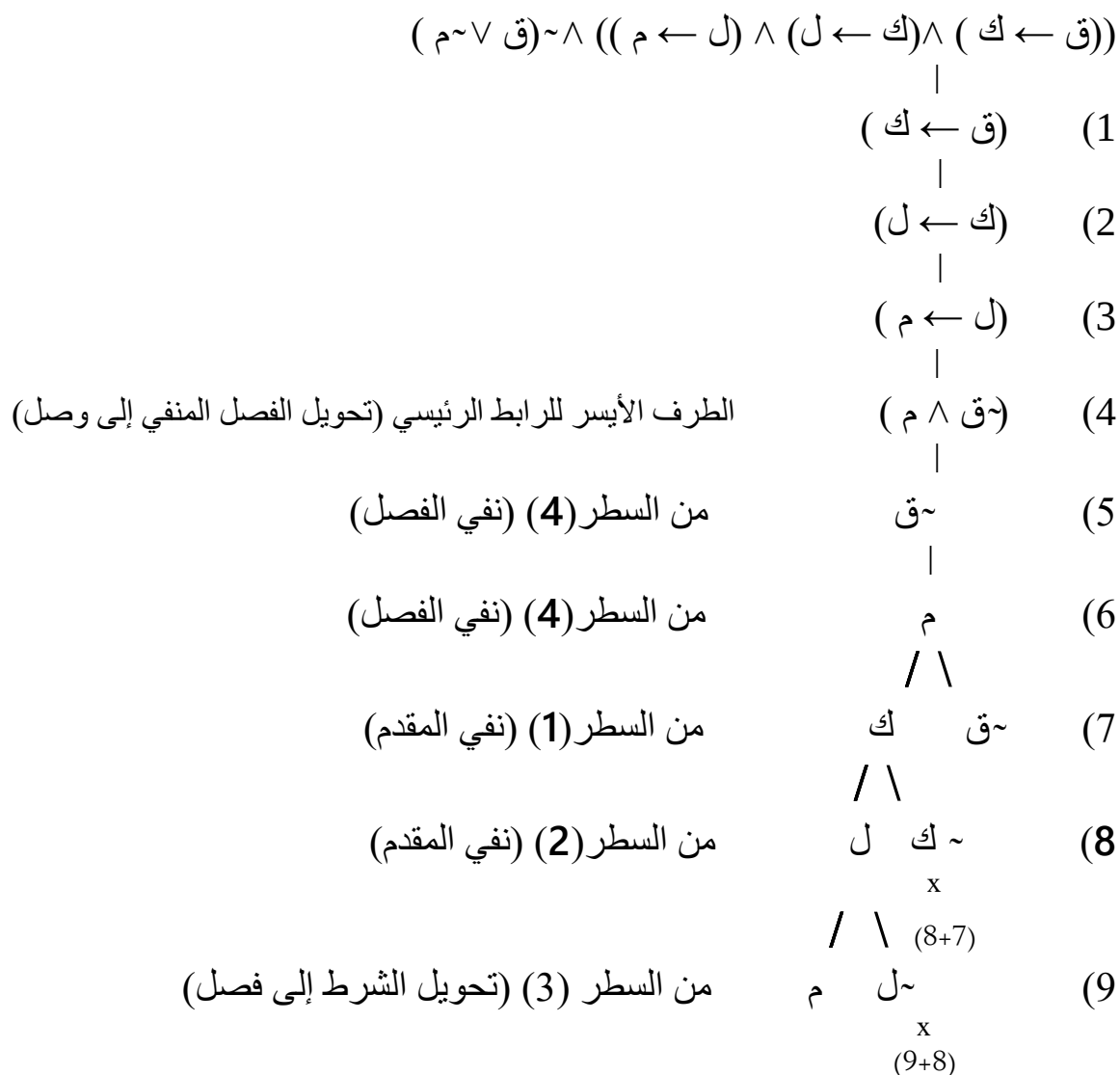
الخطوة الأولى:

نقوم بنفي "أ" فنحصل على مايلي:

$$\sim A = ((Q \leftarrow K) \wedge (K \leftarrow L) \wedge (L \leftarrow M)) \wedge (Q \sim V \sim M)$$

الخطوة الثانية:

بما أن الوصل هو الرابط الرئيسي فستأخذ الشجرة الشكل التالي:



مفهوم الاتساق في نسق أشجار الصدق:

مفهوم الاتساق: يُعرّف مفهوم الاتساق في هذا النسق على النحو التالي:

تُعد الفئة متسقة إذا - وفقط إذا - كانت شجرتها مفتوحة (أي إذا كان بها فرع مفتوح واحد على الأقل)، وتُعد غير متسقة إذا - وفقط إذا - كانت شجرتها مغلقة (أي لم يكن بها أي فرع مفتوح)¹.

الخطوات:

1) القيام بترتيب القضايا ترتيباً عمودياً.

2) القيام بعملية التفريع المناسب لقواعد كل رابط منطقي.

مثال 01:

لدينا مجموعة من القضايا التالية:

مج = { (ق ٧ ك)، (~ ق ٨ ل) }

هل المجموعة "مج" متسقة أم غير متسقة؟.

الخطوة الأولى:

نقوم بترتيب القضيتين معاً ترتيباً عمودياً في شجرة صدق واحدة على الأقل على الشكل التالي:

العنصر الأول	(ق ٧ ك)	1
العنصر الثاني	(~ ق ٨ ل)	2
من السطر (2) (قاعدة الوصل)	~ ق	3
من السطر (2) (قاعدة الوصل)	ل	4
	/ \	
من السطر (1) (قاعدة الفصل)	ك ق	7
		X

¹ نجيب الحصادي، أسس المنطق الرمزي المعاصر، ص 123.

(5+3)

نلاحظ وجود فرع واحد مغلق نظرا لاحتوائه على ق، ~ ق في نفس الفرع.
تبقى لدينا حالة واحدة أي فرع واحد مفتوح ليس فيه تناقض. وفي هذه الحالة تصدق
القضيتان معا بالنسبة إلى مايلي: ك، ل، ~ ق. إذن "مج" متسقة.¹

مثال 02:

لدينا مجموعة من القضايا التالية:

مج = { (ق ← ك)، (ك ← ل)، (ق ٨ ~ ل) }

هل المجموعة "مج" متسقة أم غير متسقة؟.

الخطوة الأولى:

نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة على الأقل على الشكل
التالي:

العنصر الأول	(1) (ق ← ك)
العنصر الثاني	(2) (ك ← ل)
العنصر الثالث	(3) (ق ٨ ~ ل)
من السطر (3) (قاعدة الوصل)	(4) ق
من السطر (3) (قاعدة الوصل)	(5) ~ ل
	/ \
من السطر (1) (نفي المقدم).	(6) ق ~ ك
	/ \ x
من السطر (2) (نفي المقدم).	(7) (6+4) ~ ك ل
	x x
	(7+5) (7+6)

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص ص (169-170).

نلاحظ أن كل فروع الشجرة مغلقة لاحتوائها على التناقض، إذن لا توجد حالة واحدة تصدق فيها كل القضايا.

ومنه المجموعة "مج" غير متسقة.¹

تصنيف العبارات المنطقية:

من خلال طريقة جداول الصدق الكلاسيكية وجداول الصدق المختصرة، نحدد شروط صدق القضايا المركبة.

والطريقتين صالحتين لتصنيف القضايا المركبة إلى ثلاث أصناف على أساس الصدق والكذب:

1-القضايا التكرارية: **Tautology** ويخص هذا الصنف من القضايا كلا من المنطق والرياضيات لأن قضاياها صادقة في كل زمان ومكان (وهي قضايا صادقة في كل الحالات الممكنة).

2-القضايا المتناقضة: **Contradictory** وهي القضايا المخالفة لقواعد الفكر السليم، والتي لا تصدق في أي مكان ولا في زمان، ومنها على سبيل المثال، القضايا المتناقضة للمنطق والرياضيات.

3-القضايا العرضية: **Contingent** وهي القضايا التي يرتبط صدقها بتغير الأزمنة والأمكنة والتي لا يمون صدقها صدقا ضروريا بل عرضيا، ويدخل في هذا الصنف من القضايا الخاصة بوقائع الحياة اليومية.²

¹ أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص ص(174-175).

² أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص 167.

خاتمة:

في نهاية هذه السلسلة من المحاضرات المتعلقة بالمنطق الرمزي يمكن أن نقدم الخلاصة الآتية:

إن تطور المنطق المعاصر، إنما قام مرتكزا على النقد المتواصل، عبر الحقبة التاريخية، و مما سبق يمكن أن نقدم خلاصة للنتائج التي توصلنا إليها والتي نحصرها فيما يلي: لم يكن نقدا لمجرد النقض والتفنيد، وإنما بهدف التطوير والتعديل والإضافة، ليتسع مجاله فكانت النتيجة هذا التحول من ثنائي القيمة إلى ثلاثي القيمة، ثم الرباعي والخماسي...و اللانهائي القيم، فضلا عن ظهور نظريات جديدة معاصرة.

استطاع المنطق المعاصر أن يجري التطور العلمي، وأن يستوعب هذا التسارع ويحتويه، والأكثر من ذلك أنه كان سببا مباشرا في هذا التطور التقني والتكنولوجي. إن تعدد طرق التحليل المنطقي المعاصر انعكس إيجابا على البحوث المنطقية والفلسفية والعلمية.

لقد كان التطور العلمي سببا مباشرا في ظهور فلسفات تقوم في جوهرها على التحليل المنطقي.

إن الدقة المتناهية التي اتسم بها المنطق المعاصر جعلته نموذجا للمعرفة العلمية، كما جعلت منه مطابا لجميع المعارف العلمية التي تريد أن تتصف بنفس سماته العلمية.

قائمة المصادر والمراجع:

1- قائمة المصادر والمراجع باللغة الأجنبية:

- Russel , B, the principle of mathématiques, 2nd ed, George Allen, unwin London, 1937.
- Susanne K. langer- An introduction to symbolic logic, Dover publication, 1976
- Kneale, W. & Kneale, M. : The Development of Logic, Oxford, at The Clarendon Press, England, 1966.

2- قائمة المصادر والمراجع باللغة العربية:

- أرسطو، باري إيرميناس نقله إسحاق ابن حنين، تحقيق عبد الرحمن بدوي، ط1، بيروت، 1980.
- ابن سينا، النجاة، طبعة الكردي، القاهرة، 1938.
- ابن سهلان الساوي، البصائر النصيرية.
- أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ج1، د ط، معهد المناهج، الجزائر، سنة 2017.
- محمد مهران، مقدمة في المنطق الرمزي، دار الثقافة للنشر والتوزيع، 1987، القاهرة.
- محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، دار النهضة العربية، بيروت، 1979.
- محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ط1، دار النهضة العربية، بيروت، 1972،
- ألكسندر ماكوفلسكي، تاريخ علم المنطق، ترجمة نديم علاء الدين، إبراهيم فتحي، دار الفارابي، بيروت، ط1، 1987.
- محمود يعقوبي، دروس المنطق السوري، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، 1999.
- حسان الباهي، اللغة والمنطق، بحث في المفارقات، منشورات الاختلاف الجزائر العاصمة، 2015.
- روبير بلانشي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ترجمة محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، 2005، بن عكنون، الجزائر.

دوني فرنان، مدخل إلى فلسفة المنطق، ترجمة محمود يعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية،
بن عكنون الجزائر. 2019.

نجيب الحصادي، أسس المنطق الرمزي ، دار النهضة العربية بيروت ، دون تاريخ.
محمد مرسلي، دروس في المنطق الإستدلالي الرمزي، دار توبقال، المغرب ، ط1 ، 1989 .
محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي دار المعرفة الجامعية 2002 .
أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، دار الشروق للنشر، ط1، 2007.

محتوى الموضوعات:

مقدمة

مفهوم المنطق الرمزي

نبذة تاريخية

مفاهيم أساسية

القضية

الروابط المنطقية

الروابط الأحادية

الروابط الثنائية

الحساب الكلاسيكي للقضايا

طريقة جداول الصدق الكلاسيكية

تقييم طريقة جداول الصدق الكلاسيكية

طريقة جداول الصدق المختصرة

تقييم طريقة جداول الصدق المختصرة

طريقة أشجار الصدق

تقييم طريقة أشجار الصدق

مفهوم الاتساق في نسق أشجار الصدق

تصنيف العبارات المنطقية

خاتمة

قائمة المصادر والمراجع

قائمة المصادر والمراجع باللغة الأجنبية

قائمة المصادر والمراجع باللغة العربية

فهرس الموضوعات