Algèbre relationnelle

Département d’informatique

Introduction

- L’algèbre relationnelle est un support mathématique cohérent sur lequel repose le modèle relationnel.
- L’objet de cette section est d’aborder l’algèbre relationnelle dans le but de décrire qu’il est possible d’appliquer des opérations sur des relations pour produire de nouvelles relations.
- L’approche suivie est donc plus opérationnelle que mathématique.

Introduction

On peut distinguer trois familles d'opérateurs relationnels :

- **Les opérateurs unaires (Sélection, Projection) :**
  - Produire une nouvelle table à partir d'une autre table.
- **Les opérateurs binaires ensemblistes (Union, Intersection, Différence)** :
  - Produire une nouvelle relation à partir de deux relations de même degré et de même domaine.
- **Les opérateurs binaires ou n-aires (Produit cartésien, Jointure, Division) :**
  - Produire une nouvelle table à partir de deux ou plusieurs autres tables.

Les notations ne sont pas standardisées en algèbre relationnelle.

Sélection (σ)

La sélection (parfois appelée restriction) génère une relation regroupant exclusivement toutes les occurrences de la relation R qui satisfont l'expression logique E, on la note $\sigma_{(E)}R$. (E exprime les opérations $=, \neq, >, <, \geq, \leq$)

- Il s'agit d'une opération unaire essentielle dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{expression logique} \rightarrow \text{Relation}$$

- La sélection permet de choisir des lignes dans la table.
- Le résultat de la sélection est donc une nouvelle relation qui a les mêmes attributs que R.
- Si R est vide (i.e. ne contient aucune occurrence), la relation qui résulte de la sélection est vide.

Sélection (σ)

Exemple:

Soit la relation(table) Etudiant(<u>Matricule</u>, Nom, Prénom, Sexe, Date-N, Ville) suivante:

Matricule	**Nom**	**Prénom**	**Sexe**	**Date-N**	**Ville**
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati
07/6056105	BERREDJEM	WAHID	M	1989	Bouchegouf
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf

Sélection (σ)

$$\sigma_{(sexe=F)}Etudiant$$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba

$$\sigma_{(ville=Guelma)}Etudiant$$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma

Projection (π)

La projection consiste à supprimer les attributs autres que A_1, … A_n d'une relation et à éliminer les n-uplets en double apparaissant dans la nouvelle relation ; on la note $\pi_{(A1, \ldots An)}R$.

- Donc, contrairement à la sélection, on ne supprime pas des lignes mais des colonnes.
- Il s'agit d'une opération unaire essentielle dont la signature est :

  Relation × liste d'attributs → Relation

- La projection permet de choisir des colonnes dans le tableau.
- Si R est vide, la relation qui résulte de la projection est vide, mais pas forcément équivalente (elle contient généralement moins d'attributs).

Projection (π)

$$\pi_{(Nom,Prenom)}Etudiant$$

Nom	Prénom
AISSOUI	NOUR EL HOUDA
BENCHABANNE	NOUREDDINE
BERREDJEM	WAHID
BRAHAM	OMAR
GRINI	FAROUK
HADJADJI	HOUDA
KHELIL	OMAR

$$\pi_{(Prenom)}Etudiant$$

Prénom
NOUR EL HOUDA
NOUREDDINE
WAHID
OMAR
FAROUK
HOUDA

Union ($\cup$)

L'union est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma et construisant une troisième relation constituée des n-uplets appartenant à chacune des deux relations R_1 et R_2 sans doublon, on la note $R_1 \cup R_2$.

- Il s'agit d'une opération binaire ensembliste commutative essentielle dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \rightarrow \text{Relation}$$

- Le résultat de l'union est une nouvelle relation qui a les mêmes attributs que R_1 et R_2.
- Si R_1 et R_2 sont vides, la relation qui résulte de l'union est vide.
- Si R_1 (respectivement R_2) est vide, la relation qui résulte de l'union est identique à R_2 (respectivement R_1).

Union ($\cup$)

Exemple:

$R1 = \sigma_{(ville=Guelma)} Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma

$R2 = \sigma_{(ville=Annaba)} Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba

$R3 = R1 \cup R2$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba

Intersection ($\cap$)

L'intersection est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les n-uplets sont constitués de ceux appartenant aux deux relations, on la note $R_1 \cap R_2$.

- Il s'agit une opération binaire ensembliste commutative dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \rightarrow \text{Relation}$$

- Comme nous l'avons déjà dit, R_1 et R_2 doivent avoir les mêmes attributs.
- Le résultat de l'intersection est une nouvelle relation qui a les mêmes attributs que R_1 et R_2.
- Si R_1 ou R_2 ou les deux sont vides, la relation qui résulte de l'intersection est vide.

Intersection (∩)

Exemple:
$R1 = \sigma_{(ville=Guelma)} Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma

$R2 = \sigma_{(sexe=M)} Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati
07/6056105	BERREDJEM	WAHID	M	1989	Bouchegouf
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf

$R3 = R1 \cap R2$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma

Différence (-)

La différence est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 ayant le même schéma et construisant une troisième relation dont les n-uplets sont constitués de ceux ne se trouvant que dans la relation R_1 ; on la note $R_1 - R_2$.

- Il s'agit une opération binaire ensembliste non commutative essentielle dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \rightarrow \text{Relation}$$

- Comme nous l'avons déjà dit, R_1 et R_2 doivent avoir les mêmes attributs.
- Le résultat de la différence est une nouvelle relation qui a les mêmes attributs que R_1 et R_2.
- Si R_1 est vide, la relation qui résulte de la différence est vide.
- Si R_2 est vide, la relation qui résulte de la différence est identique à R_1.

Différence (-)

Exemple:

$R1 = \sigma_{(sexe=M)}Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati
07/6056105	BERREDJEM	WAHID	M	1989	Bouchegouf
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf

$R2 = \sigma_{(ville=Bouchegouf)}Etudiant$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6056105	BERREDJEM	WAHID	M	1989	Bouchegouf
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf

$R3 = R1 - R2$

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati
07/6048432	BRAHAM	OMAR	M	1989	Annaba
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma

Produit cartésien (x)

Le produit cartésien est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 et qui construit une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R_1 et R_2, on la note $R_1 \times R_2$.

- Il s’agit une opération binaire commutative essentielle dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \rightarrow \text{Relation}$$

- Le résultat du produit cartésien est une nouvelle relation qui a tous les attributs de R_1 et tous ceux de R_2.
- Si R_1 ou R_2 ou les deux sont vides, la relation qui résulte du produit cartésien est vide.
- Le nombre d’occurrences de la relation qui résulte du produit cartésien est le nombre d’occurrences de R_1 multiplié par le nombre d’occurrences de R_2.

Produit cartésien (x)

Soit la relation

Etudiant(<u>Nom</u>, Prénom)

Nom	Prénom
BENCHABANNE	NOUREDDINE
BERREDJEM	WAHID
BRAHAM	OMAR

et la relation Module (<u>Code</u>, Coef)

Code	Coef
BDD	3
SE	3
SI	2

Etudiant X Module

Nom	Prénom	Code	Coef
BENCHABANNE	NOUREDDINE	BDD	4
BENCHABANNE	NOUREDDINE	SE	3
BENCHABANNE	NOUREDDINE	SI	2
BERREDJEM	WAHID	BDD	4
BERREDJEM	WAHID	SE	3
BERREDJEM	WAHID	SI	2
BRAHAM	OMAR	BDD	4
BRAHAM	OMAR	SE	3
BRAHAM	OMAR	SI	2

Jointure($\bowtie$)

La jointure est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2 qui construit une troisième relation regroupant exclusivement toutes les possibilités de combinaison des occurrences des relations R_1 et R_2 qui satisfont l'expression logique E. La jointure est notée $R_1 \bowtie_E R_2$.

- Il s'agit d'une opération binaire commutative dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \times \text{expression logique} \rightarrow \text{Relation}$$

- Si R_1 ou R_2 ou les deux sont vides, la relation qui résulte de la jointure est vide.
- En fait, la jointure n'est rien d'autre qu'un produit cartésien suivi d'une sélection :

$$R_1 \bowtie_E R_2 = \sigma_E (R_1 \times R_2)$$

Theta-jointure($\bowtie$)

Une theta-jointure est une jointure dans laquelle l'expression logique E est une simple comparaison entre un attribut A_1 de la relation R_1 et un attribut A_2 de la relation R_2.

La theta-jointure est notée $R_1 \bowtie_E R_2$.

Equi-jointure($\bowtie$)

Une equi-jointure est une theta-jointure dans laquelle l'expression logique E est un test d'égalité entre un attribut A_1 de la relation R_1 et un attribut A_2 de la relation R_2. L'equi-jointure est notée $R_1 \bowtie_{A1=A2} R_2$.

Jointure naturelle($\bowtie$)

Une jointure naturelle est une jointure dans laquelle l'expression logique E est un test d'égalité entre les attributs qui portent le même nom dans les relations R_1 et R_2. Dans la relation construite, ces attributs ne sont pas dupliqués mais fusionnés en une seul colonne par couple d'attributs.

- La jointure naturelle est notée $R_1 \bowtie R_2$. On peut préciser explicitement les attributs communs à R_1 et R_2 sur lesquels porte la jointure : $R_1 \bowtie_{A1, \ldots, An} R_2$.
- Généralement, R_1 et R_2 n'ont qu'un attribut en commun. Dans ce cas, une jointure naturelle est équivalente à une equi-jointure dans laquelle l'attribut de R_1 et celui de R_2 sont justement les deux attributs qui portent le même nom.

Jointure naturelle($\bowtie$)

Remarque:

Lorsque l'on désire effectuer une jointure naturelle entre R_1 et R_2 sur un attribut A_1 commun à R_1 et R_2, il vaut mieux écrire $R_1 \bowtie_{A1} R_2$ que $R_1 \bowtie R_2$.

En effet, si R_1 et R_2 possèdent deux attributs portant un nom commun, A_1 et A_2, $R_1 \bowtie_{A1} R_2$ est bien une jointure naturelle sur l'attribut A_1, mais $R_1 \bowtie R_2$ est une jointure naturelle sur le couple d'attributs A_1, A_2, ce qui produit un résultat très différent !

Jointure ($\bowtie$)

Etudiant(<u>Matricule, </u>Nom, Prénom, Sexe, Date-N, Ville, Prénom) Avoir-Note (<u>Matricule, Moyenne</u>)

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf

Matricule	Moyenne
07/6049400	15
07/6072152	12
06/6054623	8
07/6057120	10
06/6054603	10

Etudiant $\bowtie$ Avoir-Note

Matricule	Nom	Prénom	Sexe	Date-N	Ville	Moyenne
07/6049400	AISSOUI	NOUR EL HOUDA	F	1989	Guelma	15
07/6072152	BENCHABANNE	NOUREDDINE	M	1988	Oued Zenati	12
06/6054623	GRINI	FAROUK	M	1988	Guelma	8
07/6057120	HADJADJI	HOUDA	F	1990	Annaba	10
06/6054603	KHELIL	OMAR	M	1989	Bouchegouf	10

Division(÷)

La division est une opération portant sur deux relations R_1 et R_2, telles que le schéma de R_2 est strictement inclus dans celui de R_1, qui génère une troisième relation regroupant toutes les parties d'occurrences de la relation R_1 qui sont associées à toutes les occurrences de la relation R_2 ; on la note $R_1 \div R_2$.

- Il s'agit d'une opération binaire non commutative dont la signature est :

$$\text{Relation} \times \text{Relation} \rightarrow \text{Relation}$$

- La division de R_1 par R_2 ($R_1 \div R_2$) génère une relation qui regroupe tous les n-uplets qui, concaténés à chacun des n-uplets de R_2, donne toujours un n-uplet de R_1.
- La relation R_2 ne peut pas être vide. Tous les attributs de R_2 doivent être présents dans R_1 et R_1 doit posséder au moins un attribut de plus que R_2 (inclusion stricte).

Division(÷)

Module (<u>Code</u>)

Rattrapage (<u>Nom, Code</u>)

Nom	Code
BENCHABANNE	BDD
BENCHABANNE	SE
BERREDJEM	BDD
BERREDJEM	SI
BRAHAM	BDD
BRAHAM	SE
BRAHAM	SI

R1

÷

R2

Code
BDD
SE

⇒

R4

Nom
BENCHABANNE
BRAHAM

÷

R3

Code
BDD
SI

⇒

R5

Nom
BERREDJEM
BRAHAM

Renommer(α)

L’operateur renommer « **α »** permet de changer le nom d’un ou plusieurs attribut d’une relation R.

Il est très utile avant les jointures ou avant les opérations ensembliste qui exige le même schéma.

α [N_attr1: nouveau_nom_pour_attr1, N_attr2: nouveau_nom_pour_attr2, …] R