INCERTITUDES ET CALCUL D'ERREURS

- **EXERCICE 1**

Une résistance $R = 5.1\ \Omega$ est traversée pendant 60.0 s par un courant continu d'intensité 2.2 A. Quelle est l'énergie thermique dépensée dans cette résistance ? Donner son incertitude absolue. (Donner le résultat en deux chiffres significatifs)

Les incertitudes absolues des différents termes sont au plus égales a une unité de l'ordre du dernier chiffre.

EXERCICE 2

La vitesse d'une masse suspendue par un fil à l'extrémité d'un pendule simple est donnée par la formule suivante :

$$V = \sqrt{g \times L \times (1 - \cos\theta)}$$

Avec
g : l'accélération de la pesanteur
L : la longueur du fil
θ : l'amplitude angulaire du pendule

1. En appelant Δg, Δl et $\Delta\theta$ les incertitudes sur g, L et θ. Calculer de deux manières différentes l'incertitude sur la vitesse V.
2. Application numérique :

$g = 9.81$ N/m $\Delta g = 0.01$ N/m
$L = 1{,}000$ m $\Delta L = 0.001$ m
$\theta = 10°$ $\Delta\theta = 1'$
Calculer V et ΔV

INCERTITUDES ET CALCUL D'ERREURS

- **EXERCICE 1**

Remarque : les incertitudes des différents termes sont au plus égales a une unité de l'ordre du dernier chiffre inscrit

$$\begin{cases} R = (5{,}1 \pm 0{,}1)\ \ \Omega \\ I = (2{,}2 \pm 0{,}1)\ \ A \\ t = (60 \pm 0{,}1)\ \ s \end{cases} \qquad \begin{cases} P = RI^2 \\ P = \dfrac{W}{t} \end{cases}$$

L'énergie thermique dépensée est : $W = RI^2t$

A.N. $W = 5{,}1 \times 2{,}2^2 \times 60 = 1{,}5\ \ 10^3 J$

Calcul d'incertitude :

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta(I^2)}{I^2} + \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta T}{T}$$

Ainsi, l'incertitude absolue est déterminée par l'équation suivante :

$$\Delta W = W \times \left[\frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta T}{T}\right]$$

$\Delta W = 182\ J \approx 200\ J$

D'où $W = (1{,}5 \pm 0{,}2)\ \ 10^3 J$

On peut utiliser l'autre formule : $\Delta Y = \sum \left|\dfrac{\partial f}{\partial x_i}\right| \ \Delta x_i$

$$\Delta W = RI^2\Delta t + I^2 t\Delta R + 2\ \ I\ \ \Delta I\ \ R\ \ t$$

$$\Delta W = RI^2 t\ \left[\frac{\Delta T}{T} + \frac{\Delta R}{R} + 2\frac{\Delta I}{I}\right]$$

- **EXERCICE 2**

1. $V=\sqrt{g\times L\times(1-\cos\theta)}$ d'où :

1**^ere^ **méthode (Logarithme)

$$LnV=\frac{1}{2}\left[Lng+LnL+Ln(1-\cos\theta)\right]$$

$$\frac{dV}{V}=\frac{1}{2}\left[\frac{dg}{g}+\frac{dL}{L}+\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)}d\theta\right]$$

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{1}{2}\left[\frac{\Delta g}{g}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)}\Delta\theta\right]$$

2**^eme^ **méthode (Différentielle)

$$dV=\frac{\partial V}{\partial g}dg+\frac{\partial V}{\partial L}dL+\frac{\partial V}{\partial\theta}d\theta$$

$$dV=\frac{L(1-\cos\theta)}{2\sqrt{gL(1-\cos\theta)}}dg+\frac{g(1-\cos\theta)}{2\sqrt{gL(1-\cos\theta)}}dL+\frac{\sin\theta}{2\sqrt{gL(1-\cos\theta)}}d\theta$$

Or $V=\sqrt{g\times L\times(1-\cos\theta)}$

D'où

$$\frac{dV}{V}=\frac{1}{2}\left[\frac{dg}{g}+\frac{dL}{L}+\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)}d\theta\right]$$

Ainsi on obtient :

$$\frac{\Delta V}{V}=\frac{1}{2}\left[\frac{\Delta g}{g}+\frac{\Delta L}{L}+\frac{\sin\theta}{(1-\cos\theta)}\Delta\theta\right]$$

2. V = 0,38 $m.s^{-1}$

D'où, ΔV = 0,01 $m.s^{-1}$