

# THEORIE DE L'EVIDENCE

# Introduction

- La théorie de Dempster-Shafer attribue de la confiance à des sous ensembles aussi bien qu'à des éléments de l'ensemble des hypothèses.
- Cela permet de modéliser des situations, dont on ne connaît pas la probabilité d'occurrence, c'est à dire des situations où le raisonnement se focalise d'abord sur des ensembles d'hypothèses plutôt que sur des hypothèses élémentaires, puis restreint l'ensemble des hypothèses plausibles au fur et à mesure de l'accumulation d'information.

# Masse de croyance

- Une masse de croyance est une fonction  $m$  qui attribue un coefficient compris entre 0 et 1 aux parties de  $X$ :  $\mathbf{m}: \mathcal{P}(X) \rightarrow [0, 1]$  de telle sorte que:

$$\sum_{X \ni A} m(A) = 1$$

- Les sous-ensembles  $A_i$  de  $X$  sur lesquels se distribue l'unité de masse totale et pour lesquels  $m(A_i) > 0$ , sont appelés des éléments focaux.
- Pour tout événement  $A$ , une collecte de tous les témoignages en sa faveur, lui permet de déterminer une fonction de croyance et de plausibilité, c'est à dire la somme des masses de croyances des éléments focaux qui entraîne l'occurrence de  $A$  et le rend possible.

# Fonction de croyance

- La fonction de croyance d'un sous-ensemble quelconque  $A$  de  $X$  est définie par: **Bel**:  $\mathcal{P}(X) \rightarrow [0, 1]$  de telle sorte que:

$$Bel(A) = \sum_{A \supseteq A_i, m(A_i) > 0} m(A_i)$$

# Fonction de plausibilité

- La fonction de plausibilité d'un sous-ensemble quelconque  $A$  de  $X$  est définie par: **Pl**:  $\mathcal{P}(X) \rightarrow [0, 1]$  de telle sorte que:

$$PL(A) = \sum_{A_i \cap A \neq \emptyset} m(A_i)$$

# Propriétés des fonctions de croyance et de plausibilité

- Les fonctions de croyance et de plausibilité vérifient les propriétés suivantes:
- $\text{Bel}(A) \leq \text{Pl}(A)$
- $\text{Pl}(A) = 1 - \text{Bel}(\neg A)$
- $\text{Bel}(A) + \text{Bel}(\neg A) \leq 1$
- $\text{Pl}(A) + \text{Pl}(\neg A) \geq 1$
- $\text{Bel}(A \cup B) \geq \text{Bel}(A) + \text{Bel}(B) - \text{Bel}(A \cap B)$
- $\text{Pl}(A \cap B) \leq \text{Pl}(A) + \text{Pl}(B) - \text{Pl}(A \cup B)$
- L'un des avantages majeurs de cette théorie, par rapport à la théorie de probabilité, est la représentation de "l'ignorance totale" sur un événement A, quand aucun événement focal n'intervient ni en sa faveur ni en sa défaveur et par conséquent :

$$\text{Bel}(A) = \text{Bel}(\neg A) = 0 \text{ et } \text{Pl}(A) = \text{Pl}(\neg A) = 1$$

# Répartitions possibles

- La théorie de l'évidence accepte toutes les répartitions possibles de la masse initiale de croyance entre les divers événements.
- Cependant, elles sont plus au moins cohérentes et montrent plus au moins d'indétermination dans les occurrences possibles des événements.
- Deux situations sont particulièrement remarquables et conduisent à la mise en évidence des théories de possibilités et des probabilités comme cas particuliers de la théorie de l'évidence.

# Répartitions possibles

- Si les éléments focaux sont des singletons de  $X$ , les fonctions de plausibilité et de croyance sont identiques et ont les propriétés d'une mesure de probabilité.

$$\text{Bel}(A) = \text{Pl}(A) = \text{Pr}(A)$$

- Si les éléments focaux sont emboîtés, la fonction de plausibilité a les propriétés d'une mesure de possibilité et la fonction de croyance celle d'une mesure de nécessité.

$$\text{Bel}(A) = \Pi(A) \text{ et } \text{Pl}(A) = \text{N}(A)$$

- En général on a:

$$\text{Bel}(A) \leq \text{Pr}(A) \leq \text{Pl}(A)$$



# Combinaison des informations

- Si les masses  $m_1$  et  $m_2$  proviennent de deux sources de connaissances indépendantes, une loi de combinaison a été proposée par Dempster qui permet de traduire l'information fournie par ces deux sources.

$$m_{12}(c) = m_1 \oplus m_2 \quad k * \sum_{A_i \cap B_j = c} m_1(A_i) * m_2(B_j)$$

$$k = \left[ 1 - \sum_{A_i \cap B_j = \phi} m_1(A_i) * m_2(B_j) \right]^{-1}$$

$K$  est considéré comme étant la mesure du degré du conflit entre les deux sources. Cette normalisation est largement critiquée dans le cas où les sources sont confuses car elles masquent le conflit.

# Les points forts

- La modélisation de l'ignorance totale,
- La possibilité de cumuler les informations fournies par différentes sources de connaissances
- Le traitement du conflit de plusieurs sources de connaissances indépendantes

# Les points faibles

- Aucun système expert ne l'utilise à cause de sa complexité de calcul qui croît exponentiellement dans le temps
- La crédibilité et la plausibilité des différentes hypothèses se calculent par cumul.