**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**وزارة التعليم العالي والبحث العلمي**

**جامعة 08 ماي 1945 – قالمـــــة**

**كلية العلوم الاقتصادية، العلوم التجارية وعلوم التسيير**

**قسم العلوم التجارية**

**أستاذ المقياس : بوشملة عبد الحليم**

**السنة الجامعية : 2020 - 2019**

دراسة وتحليل النموذج الانحداري الخطي البسيط

**تمهيد :**

إنّ تحليل الانحدار البسيط من أهم الأساليب وأكثرها استعمالا في مجال التحليل القياسي، حيث سنتعرض في هذا الفصل إلى دراسة النموذج الانحداري البسيط الذي يستخدم من أجل قياس العلاقات الكمية بين مؤشرين اقتصاديين فقط

أحدهما يمثل الظاهرة محل الدراسة ويسمى بالمتغير التابع ونرمز له بالرمز Y، أما المتغير الثاني فيسمى المتغير المستقل والذي يمثل العامل المؤثر في هذه الظاهرة ونرمز له بالرمز X. إنّ دراستنا سترتكز بالخصوص على النموذج الخطي البسيط لأن النماذج الأخرى غير الخطية البسيطة عادة يمكن تحويلها إلى نماذج خطية ومن ثمّ يمكن اعتماد نفس الآليات والأدوات في التحليل القياسي بالنسبة لهذه النماذج.

**أ ـ ملخص الجانب النظري :**

**صياغة النموذج :**

إذا افترضنا أنّ العلاقة بين متغيرين X و Y هي خطية، فإنّ النموذج المقترح لهذه العلاقة يكون على شكل معادلة مستقيم على النحو التالي :



حيث :  هما معلمتا النموذج،  يمثل المتغير التابع (الظاهرة) ،  يمثل المتغير المستقل، أما  فيمثل الخطأ في تفسير  وهو عبارة عن متغير عشوائي.

**الفرضيات الأساسية :**

قبل الشروع في البحث للوصول إلى قيم تقديرية لمعاملات النموذج المقترح، لابد من وضع الفرضيات الأساسية التي تمكننا من تحقيق الخصائص الجيّدة والمرغوب فيها بالنسبة للمقدرات المحصل عليها وهي كما يلي :

**الفرضية الأولى :**

في هذه الفرضية لابد أن تكون على الأقل قيمة من قيم المتغير المستقل تختلف عن بقية القيم الأخرى أي أنّ :



**الفرضية الثانية :**

بما أنّ الأخطاء عبارة عن متغيرات عشوائية، فإننا نفترض أنّ الأمل الرياضي لهذه المتغيرات كلها معدومة أي أنّ :



**الفرضية الثالثة :**

نفترض أنّ جميع الأخطاء لها تباين ثابت (أي تجانس التباين للأخطاء) أي أنّ :



**الفرضية الرابعة :**

الأخطاء غير مرتبطة فيما بينما أي أنّ :



**الفرضية الخامسة :**

الأخطاء غير مرتبطة مع قيم المتغير المستقل أي أنّ :



**التقدير باستعمال طريقة MCO :**

نفرض أنّنا بصدد دراسة العلاقة الكمية بين متغيرين هما X و Y فأخذنا عينة لهما، ثمّ في مستوي منسوب إلى معلم نريد تمثيل أزواج القيم ، فحصلنا على سحابة من النقاط تسمى بالشكل الانتشاري.

****

**الشكل ـ1ـ يمثل الشكل الانتشاري بين مؤشرين X و Y.**

من خلال هذا الشكل الانتشاري لأزواج القيم  الممثلة للظاهرة المدروسة، نلاحظ أنّ الاتجاه العام (عبارة عن منحى مألوف تتطور من خلاله هذه الظاهرة) هو عبارة عن خط مستقيم، ومنه النموذج المقترح هو عبارة عن معادلة خط مستقيم ممثل بالمعادلة التالية :



**مبدأ الطريقة :**

تعتمد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية ونرمز لها اختصارا (MCO) على تصغير حجم الأخطاء أي أنّ الفروقات بين القيم الفعلية للظاهرة والقيم التقديرية لها يكون أصغري، بمعنى آخر مجموع مربعات الأخطاء يكون أقل ما يمكن، ويعبر عنه رياضيا بالكتابة على الشكل التالي :



إذن نلاحظ أن المجموع هو عبارة عن دالة تابعة لـ ، وحتى تبلغ نهايتها الصغرى يجب أن تنعدم مشتقاتها الجزئية أي أنّ :



العبارة الأخيرة هي جملة معادلتين خطيتين للمجهولين ، نقوم بحساب محدد هذه الجملة فنحصل على :



وهذا من الفرضية الأولى، إذن الجملة تقبل حلاّ وحيدا أصغري هو  حيث :





بالتعويض بقيمة  نجد  كما يلي :



حيث  هما مقدري طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية للمعاملين (المعلمتين)  على الترتيب بالنسبة للنموذج الخطي البسيط.

**ملاحظة :**

يمكن كتابة  أيضا على الصيغتين التاليتين :





**خصائص مقدرات طريقة MCO :**

إنّ طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية في ظل الشروط اللازمة للتقدير ( الفرضيات الأساسية) بالنسبة للنموذج الخطي البسيط، تتميز مقدراتها بخصائص جيّدة من بينها :

**أ ـ خاصية عدم التحيّز :**

إنّ كل من  هو مقدر غير متحيز لـ  على الترتيب أي أنّ :



**ب ـ خاصية الكفاءة :**

إنّ كل من  هو مقدر كفئ للمعلمتين  على الرتيب.

بالفعل وجدنا سابقا أن كلاهما هو مقدر غير متحيز، يبقى أن نثبت أنّ كل منهما له أصغر تباين، حيث يعطى التباين بالعلاقتين التاليتين :

 ، 

**ملاحظة :**

من أجل القيام ببعض الاختبارات الإحصائية لاسيما منها ما تعلق بالمعنوية الإحصائية لمعالم النموذج، نحتاج معرفة قيمة تباين الأخطاء  والتي عادة ما تكون مجهولة، لذا لابد من تقديرها  وفق العلاقة التالية :



**تقييم النموذج الانحداري الخطي البسيط :**

يندرج النموذج الانحداري الخطي البسيط ضمن النماذج القياسية، والتي تتميز عن بقية النماذج الاقتصادية الأخرى بكونها نماذج قابلة للاختبار الميداني بمعنى يمكننا تقييم مدى جودتها وفعاليتها، مدى المعنوية الإحصائية للمعاملات المقدرة وكذلك تقييم القدرة التوقعية لهذه النماذج، حيث سنقوم بدراسة العلاقة الارتباطية بين مؤشرين، واختبار الفرضيات من خلال بعض الآليات لتقييم النموذج المقترح .

**دراسة العلاقة الارتباطية :**

تؤول دراسة العلاقة الارتباطية بين متغيرين X و Y إلى حساب معامل الارتباط الخطي البسيط والذي يعطى بالعلاقة من الشكل :



**ملاحظات :**

* إنّ قيمة معامل الارتباط تنتمي إلى المجال .
* كلّما اقتربت قيمة معامل الارتباط من +1 كلّما كانت العلاقة الارتباطية بين المتغيرين طردية قوية جدّا.
* كلّما اقتربت قيمة معامل الارتباط من -1 كلّما كانت العلاقة الارتباطية بين المتغيرين عكسية قوية جدّا.
* كلّما اقتربت قيمة معامل الارتباط من الصفر كلّما ضعفت العلاقة الارتباطية إلى أن تنعدم.

**القدرة التفسيرية للنموذج :**

**أ ـ معامل التحديد البسيط**

ويتم هذا الاختبار باستخدام معامل التحديد  والذي يختبر مدى جودة وفعالية النموذج ويقيس أيضا نسبة التغيرات في المتغير التابع بالنظر إلى التغير الحاصل في المتغير المستقل، ويمكن الحصول على عبارة معامل التحديد بتحليل التباين الكلي للظاهرة، ويعطى بالعلاقة التالية :



**ملاحظات :**

* إنّ قيمة معامل التحديد تنتمي إلى المجال .
* كلّما اقتربت قيمة معامل التحديد من 1 كلّما كان النموذج المقترح أكثر جودة وواقعية.
* كلّما اقتربت قيمة معامل الارتباط من 0 كلّما كان النموذج المقترح سيئ التمثيل.

**ـ اختبار فيشر F :**

يعتمد هذا الاختبار على حساب القيمة الفعلية من خلال إحصاءة فيشر ومقارنتها بالقيمة الجدولية لة ، حيث :



حيث :  : معامل التحديد

  : حجم العينة

  : عدد المتغيرات المستقلة.

بينما تستخرج القيمة الجدولية من الجدول الإحصائي لفيشر عند مستوى معنوية ودرجات حرية كما يلي :



**القرار :**

**ـ** إذا كانت  نرفض الفرضية الصفرية  حول الطابع العشوائي لتكوين معادلة التمثيل.

* معادلة التمثيل جيّدة.
* قيمة  موضوعية بالتالي يمكن استخدامها كأداة لتقييم مدى جودة وفعالية النموذج المقترح .

**ـ** أماإذا كانت  فالعكس صحيح .

**اختبار المعنوية الإحصائية للمعالم :**

في هذه المرحلة يتم اختبار الفرضيات المتعلقة بالمعلمتين  وفق الصيغتين :

 

حيت نقوم بحساب قيمتي ستودنت الفعلية الموافقتين لكل من  :



واستخراج القيمة الجدولية حيث :



**القرار :**

**ـ** إذا كانت  فإنّه يتم رفض الفرضية الصفرية  وقبول الفرضية البديلة  أي أنّ  والعكس صحيح إذا كانت  .

**ـ** إذا كانت  فإنّه يتم رفض الفرضية الصفرية  وقبول الفرضية البديلة  أي أنّ  والعكس صحيح إذا كانت  .

**اختبار القدرة التوقعية للنموذج :**

إنّ الهدف الرئيسي من بناء النماذج القياسية هو استخدام هذه النماذج في أغراض التنبؤ والتي تمكننا من معرفة قيم الظاهرة في المستقبل، ممّا يساعد على اتخاذ القرارات وبناء السياسات، ولكن لابد أولا من اختبار القدرة التنبؤية للنموذج من خلال آليات معينة نذكر منها معامل عدم التساوي والذي يحسب وفق العلاقة التالية [2] :



**ملاحظات :**

* إنّ قيم معامل عدم التساوي U تنتمي إلى المجال .
* كلّما اقتربت قيمة معامل عدم التساوي من 1 كلّما كانت القدرة التنبؤية للنموذج المقترح جيّدة.
* كلّما اقتربت قيمة معامل عدم التساوي من 0 كلّما كانت القدرة التنبؤية للنموذج المقترح ضعيفة.

ويكون مجال الثقة للتنبؤ معطى بالعلاقة التالية :



حيث :



**التمرين تطبيقي :**

نريد دراسة العلاقة الكمية بين مؤشرين  و  فكانت النتائج في الجدول التالي :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 145 | 135 | 125 | 120 | 105 | 90 | 80 | 75 | 60 | 45 | 30 | 20 | 10 | 5 | X |
| 230 | 220 | 190 | 178 | 147 | 110 | 95 | 89 | 70 | 65 | 50 | 46 | 35 | 15 | Y |

**المطلوب :**

**1 ـ** مثّل بيانيا أزواج القيم  ماذا تستنتج ؟

**2 ـ** أدرس العلاقة الارتباطية بين هذين المؤشرين ؟

**3 ـ** تقدير النموذج المقترح لهذه العلاقة علما أنّ الاتجاه العام لهذه الظاهرة يمثل بخط مستقيم ؟

 ـ ثمّ أحسب القيم التقديرية ؟

**4 ـ** تقييم جودة و فعالية تمثيل هذا النموذج و ذلك بالاعتماد على :

 أ / ـ حساب معامل التحديد البسيط .

 بـ / ـ اختبار فيشر.

**5** **ـ** أحسب تباين كل من  و  ؟

**6 ـ** تقييم المعنوية الإحصائية لمعاملات النموذج الخطي المقدر بمستوى معنوية 

**الحل :**

**1 ـ التمثيل البياني :**

من خلال تمثيل أزواج القيم للظاهرة نلاحظ أنّ الاتجاه العام يأخذ خط مستقيم ومنه النموذج المقترح هو معادلة مستقيم من الشكل :





**2 ـ دراسة العلاقة الارتباطية :**

إنّ دراسة وقياس العلاقة الارتباطية بين هذين المتغيرين تعتمد على حساب معامل الارتباط الخطي البسيط، ومن أجل ذلك نقوم بإعداد الجدول التالي :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 37,33 | 6,11 | 8,89 | 225 | 25 | 75 | 15 | 5 | 1 |
| 355,32 | 18,85 | 16,15 | 1225 | 100 | 350 | 35 | 10 | 2 |
| 235,01 | 15,33 | 30,67 | 2116 | 400 | 920 | 46 | 20 | 3 |
| 23,14 | 4,81 | 45,19 | 2500 | 900 | 1500 | 50 | 30 | 4 |
| 3,84 | -1,96 | 66,96 | 4225 | 2025 | 2925 | 65 | 45 | 5 |
| 351,19 | -18,74 | 88,74 | 4900 | 3600 | 4200 | 70 | 60 | 6 |
| 463,11 | -21,52 | 110,52 | 7921 | 5625 | 6675 | 89 | 75 | 7 |
| 518,93 | -22,78 | 117,78 | 9025 | 6400 | 7600 | 95 | 80 | 8 |
| 497,29 | -22,30 | 132,30 | 12100 | 8100 | 9900 | 110 | 90 | 9 |
| 49,98 | -7,07 | 154,07 | 21609 | 11025 | 15435 | 147 | 105 | 10 |
| 4,62 | 2,15 | 175,85 | 31684 | 14400 | 21360 | 178 | 120 | 11 |
| 47,47 | 6,89 | 183,11 | 36100 | 15625 | 23750 | 190 | 125 | 12 |
| 500,42 | 22,37 | 197,63 | 48400 | 18225 | 29700 | 220 | 135 | 13 |
| 318,62 | 17,85 | 212,15 | 52900 | 21025 | 33350 | 230 | 145 | 14 |
| 3406,27 | 00 | 1540 | 234930 | 107475 | 157740 | 1540 | 1045 | المجموع |
| 243,31 | 00 | 110 | 16780,71 | 7676,76 | 11267,14 | 110 | 74.64 | المتوسط |
| - | - | - | - | - | - | 4680.71 | 2105.63 | التباين |
| - | - | - | - | - | - | 68.42 | 45.89 | **الانحراف المعياري** |







بما أنّ قيمة معامل الارتباط الخطي البسيط قريبة من الواحد فالعلاقة الارتباطية بين المتغيرين طردية قوية جدّا.

**3 ـ تقدير النموذج المقترح :**





ومنه النموذج المقدر هو من الشكل : 

 **ـ حساب القيم التقديرية :**

يتم حساب القيم التقديرية من خلال المعادلة المقدرة وذلك بالتعويض بقيم 

بما أننا حصلنا على القيم التقديرية ولدينا القيم الفعلية للظاهرة يمكننا الحصول على حدود الأخطاء من خلال المعادلة : 

**4 ـ تقييم جودة و فعالية تمثيل هذا النموذج :**

 **أ / ـ حساب معامل التحديد البسيط :**



بما أنّ قيمة معامل التحديد الخطي البسيط قريبة من الواحد فالنموذج ذو جودة وفعالية، وأنّ % 97 من التغيرات التي تحدث في المتغير Y سسببها التغير في المتغير X .

 **بـ / ـ اختبار فيشر :**

يعتمد هذا الاختبار على حساب قيمة فيشر الفعلية ومقارنتها مع القيمة الحرجة





**القرار :**

بما أنّ  < 

* فإننا نرفض الفرضية الصفرية  حول الطابع العشوائي لتكوين معادلة التمثيل
* معادلة التمثيل جيدة
* قيمة معامل التحديد الخطي البسيط موضوعية بالتالي يمكن استخدامها كمعيار لتقييم مدى جودة وفعالية النموذج.

**5 ـ حساب تباين كل من  و  :**

يعطى تباين كل من ** و ** بالعلاقتين التاليتين :



بما أن تباين الأخطاء مجهول إذن لابدّ من تقديره من خلال العلاقة : 

ومنه نعوض في العلاقتين السابقتين فنحصل :

**6 ـ تقييم المعنوية الإحصائية لمعاملات النموذج :**

هنا نعتمد على اختبار ستودنت لتقييم المعنوية الإحصائية لمعاملات النموذج المقترح والذي يعتمد على حساب قيم ستودنت الفعلية ومقارنتها بالقيم الجدولية حيث يتم صياغة الفرضيات الرئيسية كما يلي :







الآن نقوم باستخراج القيمة الجدولة لستودنت :



**القرار :**

* بما أنّ  > 

فإننا نقبل الفرضية  حول الطابع العشوائي لـ  أي أنّ  بمعنى أنّ  ليس ذو دلالة إحصائية .

* بما أنّ  < 

فإننا نرفض الفرضية  ونقبل  أي أنّ  بمعنى أنّ  ذو دلالة إحصائية وأنّه تكون نتيجة تأثير المتغير المستقل على المتغير التابع .

**المراجع :**

[1] عز حسن عبد الفتاح (2013)، مقدمة في الإحصاء الوصفي والاستدلالي باستخدام SPSS،خوارزم العلمية، العربية السعودية ـ جدة.

[2] مكيد علي (2007)، الاقتصاد القياسي دروس ومسائل محلولة، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر ـ بن عكنون.

[3] شيخي محمد (2012)، طرق الاقتصاد القياسي محاضرات وتطبيقات، دار الحامد للنشر والتوزيع، عمان-الأردن.

[4] تومي صالح (2011)، مدخل لنظرية القياس الاقتصادي دراسة نظرية مدعمة بأمثلة وتمارين، الجزء الأول، ديوان المطبوعات الجامعية.

[5] حسين علي بخيت و غالب عوض الرفاعي (2007)، تحليل ونمذجة البيانات باستخدام الحاسوب- تطبيق شامل للحزمة SPSS، الأهلية للنشر والتوزيع، عمان- الأردن.