المحاضرة 08

الدفعات المتغيرة بفائدة مركبة
ANNUITES CONSTANTES

عناصر المحاضرة

I. دفعات تشكل متتالية هندسية:

1. دفعات نهاية المدة
2. دفعات بداية المدة

II. دفعات تشكل متتالية حسابية

1. دفعات نهاية المدة
2. دفعات بداية المدة

I. دفعات تشكل متتالية هندسية:

- في حالة ما اذا كانت للشخص إمكانيات الدفع متزايدة من سنة لأخرى فيمكن ان نستعمل هذا النوع من الحساب أي الدفع بأقساط تشكل متتالية هندسية لدينا:

قيمة الدفعة الاولى: a_1

عدد الدفعات : n

معدل الفائدة المركبة: i

أساس المتتالية الهندسية: q

- نبحث عن القيمة الحالية V_0 والقيمة المكتسبة A في تاريخ n لمجموع دفعات علما انه دائما تكون:

$$A = V_0(1+i)^n$$

1. دفعات نهاية المدة

ذ

اذا كان : $q \neq (1+i)$

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$A = a_1 \left(\frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q} \right)$$

اذا كان :(1 +i)≠q

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$V_0 = \frac{a_1}{(1+i)^n}\left(\frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}\right)$$

اذا كان :(q=(1 +i

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$A=n\ a_1(1+ i)^{n-1}$$

اذا كان :(1 +i)=q

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$V_0 = n\, a_1 (1+ i)^{-1}$$

2. دفعات بداية المدة

اذا كان :(1 +i)≠q

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$A=a_1(1+i)\left[\frac{(1+i)^n-qn}{(1+i)-q}\right]$$

اذا كان :(1 +i)≠q

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$V_0 = \frac{a_1}{(1+i)^{n-1}} \left(\frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q} \right)$$

اذا كان :(1 +i)=q

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$A=n\ a_1(1+ i)^n$$

اذا كان :(1 +i)=q

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية هندسية:

$$V_0 = n\ a_1$$

- مثال تطبيقي:

اوجد قيمة الدفعة الأولى ل 07دفعات تسدد في نهاية المدة ، تشكل فيما بينها متتالية هندسية أساسها 1,03، علما ان معدل الفائدة المركبة 5,4%، بلغت قيمتها الحالية 1200000 دج,

بما ان(1 +i)≠q

1+1≠0,054+1

$$V_0 = \frac{a_1}{(1+i)^n} \frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}$$

$$1200000 = \frac{a_1}{(1+0{,}054)^7} \frac{(1+0{,}054)^7 - 1{,}038}{(1+0{,}054) - 1{,}03}$$

$$a_1 = 171135{,}09$$

II:دفعات تشكل متتالية حسابية:

لدينا:

قيمة الدفعة الاولى:a_1

عدد الدفعات : n

معدل الفائدة المركبة :i

أساس المتتالية االحسابية: :r

- نبحث عن القيمة الحالية V_0 والقيمة المكتسبة **A** في تاريخ n لمجموع الدفعات علما انه دائما تكون:

$$A = V_0(1+i)^n$$

1. دفعات نهاية المدة

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية حسابية:

$$A = \left(a_1 + \frac{r}{i}\right)\left(\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right) - \frac{nr}{i}$$

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية حسابية:

$$V_0=(a_1+\frac{r}{i}+nr)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}$$

2. دفعات بداية المدة

القيمة المكتسبة لمجموعة دفعات تتبع متتالية حسابية:

$$A=(1+i)\left[(a_1+\frac{r}{i})\frac{(1+i)^n-1}{i}-\frac{nr}{i}\right]$$

A نهاية المدة

القيمة الحالية لمجموعة دفعات تتبع متتالية حسابية:

$$V_0=(1+i)\left(a_1+\frac{r}{i}+nr\right)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}$$

نهاية المدة V_0

- مثال تطبيقي:

اوجد قيمة الدفعة الأولى ل 15 دفعة تسدد في نهاية المدة ، تشكل فيما بينها متتالية حسابية أساسها 50000 دج، علما ان معدل الفائدة المركبة 8,9%، بلغت قيمتها الحالية 15,000,000 دج.

$$V_0=(a_1+\frac{r}{i}+nr)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}$$

$$15{,}000{,}000=(a_1+\frac{50000}{0{,}089}\ 15*50000)\frac{1-(1+0{,}089)^{-15}}{0{,}089}-\frac{15*50000}{0{,}089}$$

$$a_1 = 1577390{,}29$$

متتالية هندسية

- دفعات نهاية المدة

- $q \neq (1+i)$

$$A = a_1 \frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}$$

$$V_0 = \frac{a_1}{(1+i)^n} \frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}$$

- $q = (1+i)$

$$A = n\, a_1 (1+i)^{n-1}$$

$$V_0 = n\, a_1 (1+i)^{-1}$$

- دفعات بداية المدة

- $q \neq (1+i)$

$$A = a_1 (1+i) \frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}$$

$$V_0 = \frac{a_1}{(1+i)^{n-1}} \frac{(1+i)^n - qn}{(1+i) - q}$$

- $q = (1+i)$

$$A = n\, a_1 (1+i)^n$$

$$V_0 = n\, a_1$$

متتالية حسابية

- دفعات نهاية المدة

$$A=(a_1+\frac{r}{i})(\frac{(1+i)^n-1}{i})-\frac{nr}{i}$$

$$V_0=(a_1+\frac{r}{i}+nr)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}$$

- دفعات بداية المدة

$$A=(1+i)\,(a_1+\frac{r}{i})\frac{(1+i)^n-1}{i}-\frac{nr}{i}$$

$$V_0=(1+i)(a_1+\frac{r}{i}+nr)\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}-\frac{nr}{i}$$