المحور الثالث: نظرية سلوك المستهلك (نظرية المنفعة المرتبة)

نظرية المنفعة المرتبة:

اعتمدت نظرية المنفعة المقاسة على افتراض أساسي هو إمكانية قياس المنفعة قياسا عدديا. وقد انتقد الاقتصاديان J.Hicks و R.G.Allen الانجليزيان هذا الافتراض على أساس أن المستهلك عندما يقدر منفعته من الوحدات المتتالية من سلعة معينة فانه يقوم بذلك بالمقارنة مع سلعة أخرى. وهذه المقارنة ذات طابع شخصي وليس بالإمكان تقديره على النحو المفترض في نظرية المنفعة المقاسة أو الحدية. ومن ثمة دعاهما ذلك إلى تحليل سلوك المستهلك اعتمادا على فكرة المنفعة الترتيبية، والتي تفترض أن المستهلك يمكن فقط أن يقرر أن السلعة x أكثر نفعا أو أقل نفعا من السلعة y، وهذه الأخيرة أكثر أو أقل نفعا من السلعة z وهكذا بالنسبة لبقية السلع دون الحاجة لتحديد مستوى المنفعة لكل منهما. وقد استعانا لهذا الغرض بأداة تحليلية تعرف باسم "منحنيات السواء" التي ابتكرها الاقتصادي الانجليزي F.Y.Edgowrth عام 1881. كما طورها بعد ذلك الاقتصادي الايطالي Pareto عام 1906.

وهكذا أمكن تطوير مدخل جديد لتحليل سلوك المستهلك يصل إلى نفس نتائج نظرية المنفعة الحدية (أو نظرية المنفعة المقاسة) دون أن يتطلب ذلك ضرورة القياس العددي للمنفعة، وهو ما يعرف بتحليل منحنيات السواء، والتي استندت إلى مجموعة من الافتراضات أقل في جمودها وعدم واقعيتها من افتراضات نظرية المنفعة الحدية.

1.الفرضيات التي تقوم عليها نظرية المنفعة المرتبة:

يعتمد تحليل المنفعة الترتيبية على مجموعة من الفرضيات أهمها:

- **عقلانية المستهلك:** نظرية المنفعة الترتيبية ترتكز على فرضية أن الأفراد عقلانيين، بمعنى أنهم يبحثون عن أعظم إشباع بأقل تكلفة ممكنة.
- **المنفعة الكلية لأي مجموعة سلعية تعتمد على كمية السلع المختلفة:** المنفعة الكلية دالة للكميات التي يقوم المستهلك باستهلاكها من السلع المختلفة x_1، x_2، ...، x_n. وتسمى هذه العلاقة دالة المنفعة وتصاغ كالتالي: $U = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

ويفترض أن دالة المنفعة وفقا للمفهوم الترتيبي تتمتع بنفس الخصائص التي تتمتع بها دالة المنفعة الكلية وفقا للمفهوم الكمي، من حيث أنها طردية أكيدة التزايد مع زيادة الكميات التي يستهلكها الفرد من السلع.

- **المنفعة مفهوم ترتيبي:** بمعنى أن المنفعة أو الإشباع المستمد من المجموعات السلعية المختلفة المتاحة أمام المستهلك، وان كان يستحيل قياسها عدديا بوحدات مطلقة لكل مجموعة على حدى، إلا أنه يفترض أن المستهلك يكون قادرا على تقييم مستوى الإشباع المستمد من كل مجموعة بحيث يستطيع مقارنة هذه المستويات المختلفة من الإشباع وترتيبها تنازليا أو تصاعديا. وعند تقييم الإشباع يمكن تصور قيام المستهلك بتعيين عدد معين لكل مجموعة سلعية يتخذ كمجرد وزن (دليل) لترتيب مستويات الإشباع المختلفة لهذه المجموعات، بحيث تعكس هذه الأعداد مجرد الترتيب النسبي لمستويات الإشباع، دون تحديد كمية هذا الإشباع. وترتيب مجموعات سلعية من قبل مستهلك ما يؤدي إلى:

– بين اختيارين A و B، يمكن أن يحدد ما إذا كان يفضل A (A>B) أو إن كان يفضل B (B>A)، أو لا يفضل أحدهما على الآخر أي المجموعتين متساويتين في التفضيل (A~B)،

– التفضيلات متعدية، بمعنى إذا كان A>B و B>C فهذا يؤدي إلى A>C.

تحت هذه الشروط، يمكن تكوين دالة تفضيل التي تضع بالترتيب حسب الأفضلية كل التركيبات الممكنة من السلعتين.

- **وجود سلعتين فقط:** وهذا الافتراض هو افتراض تبسيطي، حيث نقتصر في تحليل منحنيات السواء على وجود سلعتين فقط أمام المستهلك، وذلك لإمكانية التمثيل البياني، وسنرمز للسلعتين بـ: x، y على التوالي.
- **تناقص المعدل الحدي للإحلال:** يعتمد جوهر تحليل منحنيات السواء على افتراض أن المعدل الحدي للإحلال يكون دائما متناقصا. ويعكس المعدل الحدي للإحلال التقييم الشخصي للسلع كما يقدره المستهلك طبقا لرغباته وأذواقه. ويعبر عن القاعدة السلوكية التي تقول بأن المستهلك سوف يرغب دائما في الحصول على كميات متزايدة من سلعة ما مقابل تخليه عن وحدة إضافية على التوالي من سلعة أخرى بشرط بقاء مستوى إشباعه ثابتا.

2.مفهوم وخصائص منحنى السواء:

بافتراض أن مستهلك ما يقوم باستهلاك سلعتين فقط هما x وy، وأنه يرى أن 15 وحدة من y ووحدة واحدة من x تعطي نفس مستوى الإشباع الذي تعطيه 11 وحدة من y وحدة ووحدتين من x ، وكلا المجموعتين السابقتين تعطي نفس مستوى الإشباع الذي تعطيه المجموعة السلعية 8 وحدات من y و 3 وحدات من x ، وهكذا. يمكن أن نوضح المجموعات السلعية المختلفة من x و y التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع في الجدول التالي:

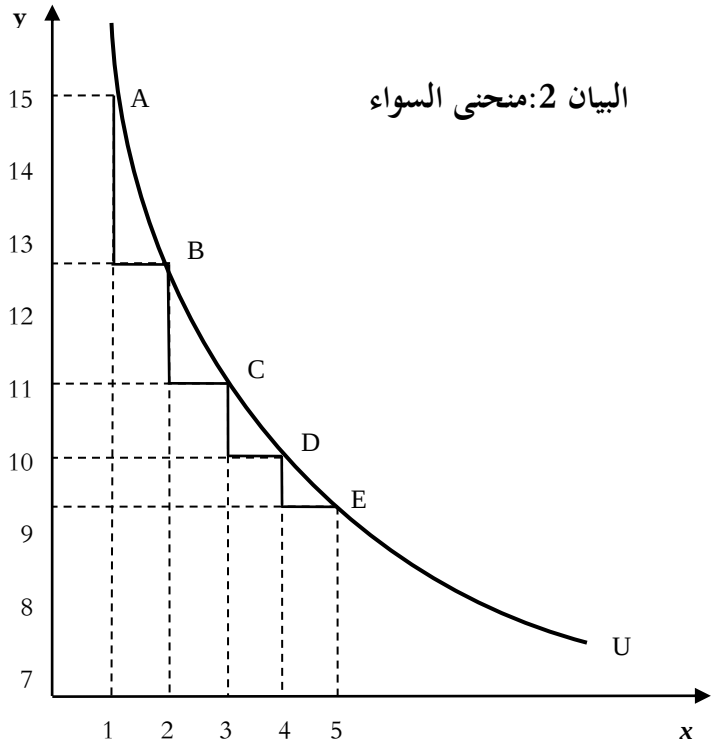
الجدول 2: جدول السواء

المجموعة السلعية	كمية السلعة (x)	كمية السلعة (y)
A	1	15
B	2	11
C	3	8
D	4	6
E	5	5

المجموعات السلعية المختلفة (A,B,C,D,E) تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع.

1.2.تعريف منحنى السواء: هو المحل الهندسي للمجموعات السلعية المختلفة التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع. بمعنى آخر يشير منحنى السواء إلى التركيبات المختلفة من السلعتين x وy التي تعطي للمستهلك نفس مستوى الإشباع.

ويمكن تمثيل الجدول السابق في منحنى بياني، حيث يقيس على المحور العمودي كمية السلعة y. ويقيس المحور الأفقي كمية السلعة x.



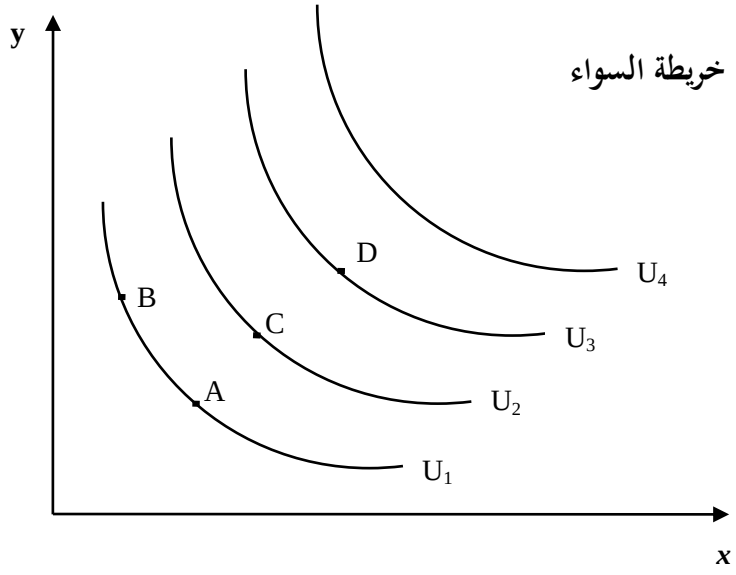
البيان 2:منحنى السواء

من الشكل السابق نجد أن المنحنى الذي يمر بالمجموعات السلعية E, D, C, B, A يسمى منحنى سواء المستهلك، وهو يمثل بيانيا جدول السواء السابق.

2.2.خصائص منحنيات السواء:

- المنفعة تكون ثابتة عندما نتحرك على نفس منحنى السواء. لدينا مثلا في منحنى السواء السابق:
  $A \sim B \sim C \sim D \sim E$ لأن هذه التركيبات موجودة في نفس منحنى السواء U
- **وجود عدد غير محدود من منحنيات السواء:** بالنسبة لنفس المستهلك، هناك ما لانهاية من منحنيات السواء، كل منحنى منها يرتبط بمستوى مختلف من الإشباع. مجموع هذه المنحنيات يسمى "خريطة السواء carte d'indifférence"، وتعكس تفضيلاته ورغباته. وهناك خرائط سواء بنفس عدد الأفراد، في البيان الموالي اكتفينا بعدد قليل من منحنيات السواء فقط للتبسيط.
- كلما ابتعدنا عن نقطة الأصل (مبدأ المعلم) كلما ازداد مستوى الإشباع والعكس. المنفعة تزداد عندما ننتقل من منحنى إلى منحنى آخر أكثر ارتفاع نحو اليمين. في البيان الموالي لدينا، $C>A$ (هذا يعنى أن C موجودة على منحنى سواء U_2 أبعد عن نقطة الأصل من منحنى السواء U_1 الموجودة فيه النقطة A). و $D>C$ (هذا يعنى أن D موجودة على منحنى سواء U_3 أبعد عن نقطة الأصل من منحنى السواء U_2 الموجودة فيه النقطة C)، وبما أن العلاقة أكبر في التفضيل علاقة متعدية فان: $D>A$

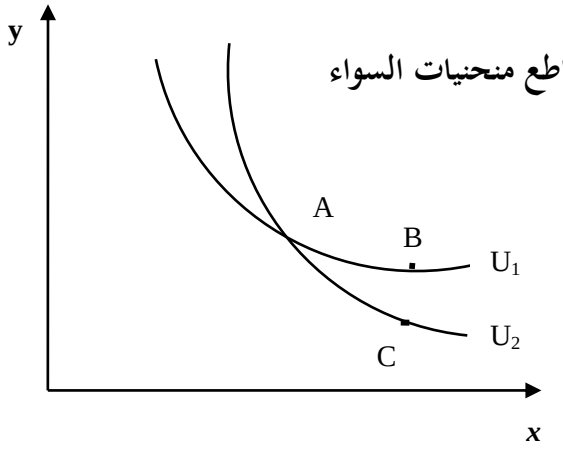
البيان 3: خريطة السواء



- **لا تتقاطع منحنيات السواء:** يستحيل أن تتقاطع منحنيات السواء، فلو تقاطع منحنيي سواء لمستهلك ما معنى ذلك أن هناك تركيبة واحدة من السلعتين (نقطة التقاطع) تعطي في نفس الوقت مستويين مختلفين من المنفعة، وهذا لا يمكن قبوله منطقيا وفقا لتعريف منحنى السواء. فإذا كان لدينا منحنيي سواء U_1و U_2

متقاطعان في النقطة A كما في الشكل الموالي، حيث لدينا: $A \sim B$ لأنهما تقعان على منحنى سواء واحد U_1. وكذلك المجموعتين السلعيتين $A \sim C$ لأنهما تقعان على منحنى سواء واحد U_2، ومنه لا بد أن تكون $B \sim C$، وهذا يتعارض مع المنطق لأن $B > C$.

البيان 4: استحالة تقاطع منحنيات السواء



- **منحنيات السواء متناقصة (سالبة الميل):**

أي أن منحنيات السواء تنحدر من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين، لأنها ضرورية لمنحنى السواء حتى يمكن المحافظة على نفس مستوى الإشباع. على طول منحنى السواء، توجد علاقة "عكسية" أو "سلبية" بين x و y: إذا ازداد x فان y تنخفض، والعكس. لأن المستهلك العقلاني لا يدفع أبدا باستهلاك سلعة ما إلى النقطة التي تصبح فيها المنفعة الحدية سالبة، لأن منفعته الكلية ستنخفض. إذا كانت المنفعة الحدية دائما موجبة، فان نقصان السلعة y سيخفض من المنفعة الكلية للفرد. ومنه فانه لا يمكن المحافظة على المنفعة الكلية ثابتة إلا بشرط الرفع من استهلاك السلعة الأخرى. فلو كانت Um_y سالبة، فان نقصان y سيرفع من منفعة الفرد (وذلك بتخفيض الإزعاج الذي يسببه استهلاك y)، ويجب أيضا تخفيض استهلاك x للمحافظة على منفعة ثابتة. x و y سيتغيران في نفس الاتجاه. ومنحنى السواء سيكون متزايد. ومنه فان تناقص منحنى السواء يعود إلى كون Um_x و Um_y يفترض أنهما موجبان، وذلك بسبب عقلانية السلوك.

- **منحنيات السواء محدبة (تناقص الميل):**

إن ما سبق ذكره يفسر فقط العلاقة العكسية بين x وy. ولكن هذه العلاقة العكسية موجودة أيضا على طول خط مستقيم. في حين أن منحنيات السواء "محدبة"، بمعنى أنها ليست مستقيمة ولكن مقوسة أو منحنية نحو الأسفل: ميلها ينخفض تدريجيا من اليسار نحو اليمين.

لو كان منحنى السواء خط مستقيم، فانه على طول الخط المستقيم، انخفاض y بكمية معينة يفترض أنه يؤدي، للحفاظ على المنفعة ثابتة، إلى ارتفاع في x بكمية تبقى ثابتة مهما كان المستوى الذي نكون فيه على هذا الخط المستقيم[1]. ولكن، على طول منحنى محدب، فان انخفاض مماثل في y لا يمكن تعويضه إلا بكمية متزايدة من السلعة x. لأن المنفعة الحدية متناقصة.

عندما نحل السلعة x محل السلعة y، تصبح y أكثر ندرة، ومنه فان منفعتها الحدية Um_y ترتفع، أي أننا نتخلى عن سلعة منفعتها الحدية ترتفع أكثر فأكثر. بالنتيجة، المنفعة الكلية تنخفض بسرعة أكثر فأكثر ومنه فان زيادة كمية السلعة الأخرى هو فقط ما قد يحافظ على درجة إشباع ثابتة، خاصة أن x تصبح متوفرة أكثر فأكثر، ومنفعتها الحدية Um_x تتناقص.

إن تحدب منحنيات السواء يدل أيضا على أن التحليل الاقتصادي من المفروض أنه يهتم بالموازنة بين سلعتين غير قابلتين للإحلال أو التعويض كليا. في الواقع، إذا كان x و y متبادلتين كليا، هذا يعني أن الفرد يعتبرهم وكأنهم سلعتين متماثلتين تماما، ولا يبالي بالحصة النسبية لكل سلعة في سلة استهلاكه، وليس لديه رغبة بتنويع مشترياته. في هذه الحالة، مهما كان مستوى الاستهلاك، فان وحدة من y تماثل تماما وحدة من x. ومنه يصبح منحنى السواء خط مستقيم.

ونستنتج مما سبق أن تحدب منحنيات السواء اتجاه نقطة المبدأ يرجع ذلك إلى تناقص ميل منحنى السواء.

3.المعدل الحدي للإحلال (TMS):

- **تعريف:** المعدل الحدي للإحلال (TMS) بين سلعتين x و y يقيس على طول منحنى السواء تغير الكمية المستهلكة من السلعة y وتعويضها بتغير صغير جدا (يؤول إلى الصفر) في الكمية المستهلكة من السلعة x.

TMS يتغير في كل نقطة وهو متناقص باستمرار على طول منحنى السواء. من وجهة نظر رياضية، هذا المعدل يتم حسابه بمشتقة y بالنسبة لـ x، بمعنى الميل في نقطة من منحنى السواء. لقد سبق وأن شرحنا لماذا يكون هذا الميل (ومنه TMS) سالب ومتناقص من حيث القيمة المطلقة. لكن، الاقتصاديين لم يعتادوا على قول أن معدل التبادل بين سلعتين هو "– 2" أو "–3"، ولكن :"2" أو "3" (يعبر عنها بالقيمة المطلقة)، حسب ما هو متفق

[1] ميل الخط المستقيم المتناقص سالب الإشارة وثابت القيمة بين جميع النقاط، أما ميل منحنى محدب ومتناقص فيكون سالب الإشارة ومتناقص القيمة المطلقة على طول المنحنى، أي إذا اتجهنا من اليسار نحو اليمين. في حين أن المنحنى المتناقص والمقعر يكون سالب الإشارة ومتزايد القيمة.

عليه نعرف المعدل الحدي للإحلال بالعلامة "-" الموضوعة قبله، بشكل يجعل المعدل المعبر عنه دائما موجب:

$$TMS = (-)\frac{dy}{dx}$$

إذا كان على سبيل المثال $\mathrm{TMS} = 3$ تعنى أنه في نقطة معينة من منحنى السواء أين تم الحساب، ارتفاع هامشي أو صغير جدا (يؤول إلى الصفر) في x يتطلب انخفاض في الكمية المستهلكة من y بـ 3، إذا أردنا الحفاظ على درجة الإشباع ثابتة.

يمكن حساب المعدل الحدي للإحلال في نقطة ما من منحنى السواء، ولكن ليس بين نقطتين. بين نقطتين يمكن حساب **المعدل المتوسط للاحلال TmS**، والذي يعكس الميل بين نقطتين من منحنى السواء:

$$TmS = (-)\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

في البيان رقم 2 نستطيع حساب المعدل المتوسط للإحلال بين النقطتين A و B، وذلك بحساب ميل القطعة المستقيمة AB:

$$TmS = (-)\frac{\Delta y}{\Delta x} = (-)\frac{11-15}{2-1} = (-)4$$

هذا المعدل يبين لنا عدد وحدات y التي يجب أن نضحي بها من أجل الحصول على وحدة إضافية من x، عندما ننتقل من التركيبة A إلى التركيبة B. وهذا يختلف عن المعدل الحدي للإحلال TMS الذي يتغير في كل نقطة بين A و B والذي، على سبيل المثال، في النقطة A، يخبرنا بكم يجب أن نضحي بـ y للحصول على زيادة هامشية (صغيرة جدا) من x.

المعدل الحدي للإحلال TMS والمعدل المتوسط للإحلال TmS لا يكونا متماثلين إلا إذا كان الميل بين نقطتين والميل في نقطة متساويين. بمعنى إذا كانت منحنيات السواء خطوط مستقيمة.

- **العلاقة بين المعدل الحدي للإحلال والمنافع الحدية:**

نفترض دالة المنفعة التالية: $U = f(x, y)$

إن التغير الكلي في المنفعة المرتبط بتغير كميات x و y أو التغير الإجمالي (التفاضل) للدالة U هو:

$$\mathrm{dU} = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial y}dy \rightarrow dU = Um_x.dx + Um_y.dy$$

حيث: $Um_x = \frac{\partial U}{dx}$ هي المنفعة الحدية لـ x

و: $Um_y = \frac{\partial U}{dy}$ المنفعة الحدية لـ y

في حين أنه على طول منحنى السواء تكون المنفعة الكلية ثابتة، dU=0 ، ومنه:

$$Um_x.dx + Um_y.dy = 0 \rightarrow Um_x.dx = -Um_y.dy$$

أي: $\frac{Um_x}{Um_y} = -\frac{dy}{dx}$

بما أن: $TMS = -\frac{dy}{dx}$ ومنه فان TMS يساوي نسبة المنافع الحدية للسلع x وy أي:

$$TMS = \frac{Um_x}{Um_y} = -\frac{dy}{dx}$$

4.قيد الميزانية وتوازن المستهلك:

إن منحنيات السواء تشكل التفضيلات الشخصية للأفراد. فهي تحدد كيف يكون هؤلاء الأفراد مستعدين لإحلال أو تعويض مختلف السلع فيما بينها، ولكنها لا تدلنا على التركيبة المثلى. ويتمثل هدف المستهلك في الوصول إلى منحنى السواء الأكثر ارتفاع (الأبعد) ممكن، ولكننا لا نعرف بعد أي منحنى سيبلغه المستهلك. حتى الآن لم نحدد إلا جزء من المشكل وهو المرغوب فيه. للحصول على نظرية متكاملة لقرار المستهلك، يجب أيضا مواجهة هذا المرغوب فيه مع ما هو ممكن، بمعنى إدماج القيود التي تؤثر على قراره.

1.4.القيد الميزاني :

المستهلك لا يمكنه اختيار أي تركيبة من السلع x و y. لا يمكنه الاختيار إلا بين مجموعة من التركيبات الممكنة بالنظر إلى دخله الاسمي أو النقدي (R) والأسعار (P_x و P_y).

دخل الفرد يتعلق أساسا بسعر عمله (الأجر) الذي يحدد في سوق العمل. أسعار السلع تحدد عبر التوازن بين العرض والطلب على مستوى أسواق السلعتين. ومنه، فان R، P_x و P_y هي متغيرات خارجية، وتفرض عليه كقيود في وقت اختياره.

ونفترض أن المستهلك ينفق، خلال فترة زمنية معينة، كل الدخل في شراء السلع x وy، أي أن قيد الميزانية يعني أن النفقات يجب أن تكون مساوية للدخل:

الدخل= النفقة على x + النفقة على y = (سعر x مضروب في الكمية) + (سعر y مضروب في الكمية).

ومنه: $R = xP_x + yP_y$

يمكن أن نبين أن قيد الميزانية يمثل بخط مستقيم لأن معادلة القيد تأخذ شكل معادلة الخط المستقيم.

في الواقع، المعادلة : $R = xP_x + yP_y$ يمكن إعادة كتابتها على الشكل: $R - xP_x = yP_y$

وبقسمة الطرفين على P_y نجد: $y = -\frac{P_x}{P_y}x + \frac{R}{P_y}$

ومنه فان معادلة قيد الميزانية من الشكل: $y = ax + b$، التي تمثل دائما بخط مستقيم ميله هو a، حيث: $a = -\frac{P_x}{P_y}$

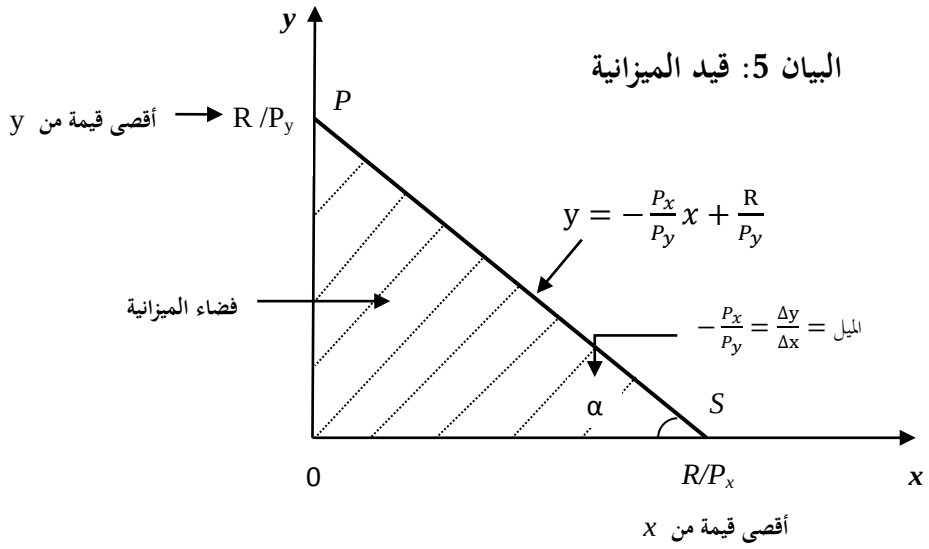
العلاقة الأخيرة التي تعبر عن القيد المالي للمستهلك، تسمى خط الميزانية. ولديه ميل يساوي $-\frac{P_x}{P_y}$ ، أي نسبة أسعار السلعتين أو السعر النسبي prix relatif.

يمكن أن نمثل بيانيا مجموع التركيبات x، y التي يمكن للفرد شرائها بدخل ممثل بخط مستقيم. لرسم هذا خط مستقيم، يكفي تحديد نقطتين من هذا الخط. سنختار نقطتين متطرفتين:

- على محور y ، نبحث عن القيمة القصوى من y التي يمكن للفرد الحصول عليها إذا لم يستهلك أي وحدة من x ($x = 0$)؛ والتي تساوي إلى دخله مقسوم على سعر y، أي $\frac{R}{P_y}$؛
- على محور x، نبحث عن القيمة القصوى من x التي يمكن للفرد الحصول عليها إذا لم يستهلك أي وحدة من y ($y = 0$)؛ والتي تساوي إلى دخله مقسوم على سعر x. أي $\frac{R}{P_x}$.

إذا ربطنا بين هذين النقطتين المتطرفتين سنتحصل على خط الميزانية، الذي يدل على التركيبات الممكنة بالنظر إلى الدخل والأسعار:

البيان 5: قيد الميزانية



كل التركيبات الموجودة داخل المثلث OPS (فضاء الميزانية) بما فيها التركيبات الموجودة على الخط PS يمكن للمستهلك شراؤها. ولكن التركيبات تحت خط الميزانية لا يمكن للمستهلك اختيارها لأنها لا تؤدي إلى إنفاق كل الدخل. أما التركيبات الموجودة خارج فضاء الميزانية (المثلث OPS) لا يمكن للمستهلك شراؤها لأنها أكبر من إمكانياته. ومنه فان التركيبات المختارة من قبل المستهلك هي التركيبات الموجودة فوق الخط الميزانية PS .

ومنه يعرف خط ميزانية المستهلك بأنه الخط الذي يعكس مجموعات سلعية مختلفة يمكن الحصول عليها في ظل دخل نقدي محدد وأسعار محددة للسلعتين. وبذلك يعبر خط الميزانية عن إمكانيات المستهلك الحقيقية.

- **تحرك خط الميزانية:**

بما أن خط الميزانية تابع للدخل الاسمي والأسعار، فان أي تغير في قيمة أي منهم تؤدي إلى تحرك هذا الخط، وذلك كالتالي:

✓ **استدارة خط الميزانية (تغير السعر):**

باعتبار أن مستهلك ما يملك دخل نقدي R ويواجه أسعار: P_x و P_y

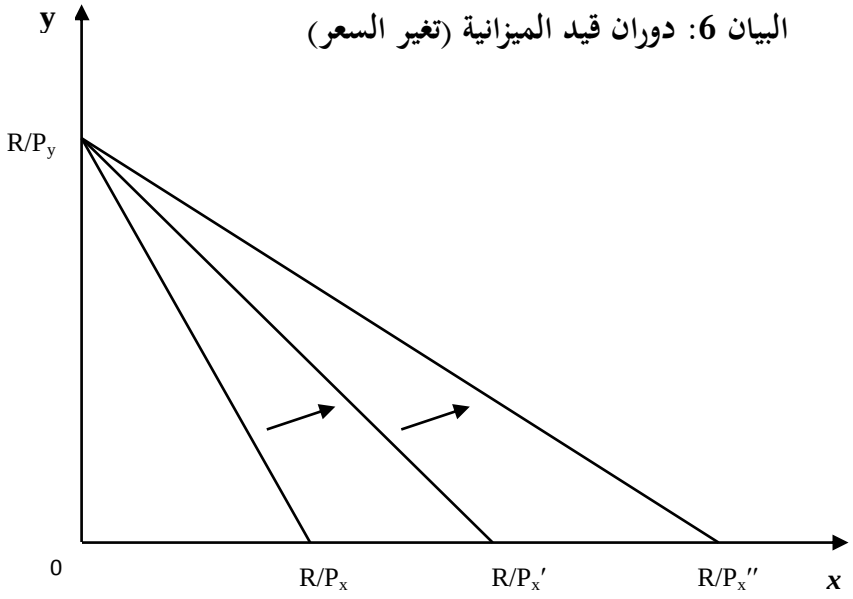
نفرض أن P_x يتناقص إلى P_x' ثم إلى P_x'' ، مع بقاء R و P_y ثوابت، ومنه لدينا: $P_x > P_x' > P_x''$

إذا أنفق المستهلك كل دخله على شراء y فانه يتحصل على $\frac{R}{P_y}$ وحدة من y، أي أن النقطة المتطرفة $\frac{R}{P_y}$ ثابتة.

إذا أنفق المستهلك كل دخله على شراء x فانه يتحصل على $\frac{R}{P_x}$ وحدة من x، ثم على $\frac{R}{P_{x'}}$ عندما ينخفض P_x إلى P_x'، ثم يتحصل على $\frac{R}{P_{x''}}$ عندما ينخفض P_x مرة أخرى إلى P_x''. حيث: $\frac{R}{P_{x''}} > \frac{R}{P_{x'}} > \frac{R}{P_x}$ ، ومنه تزداد كميات السلعة x التي يستطيع المستهلك شراؤها. أي أن النقطة المتطرفة $\frac{R}{P_x}$ تتحرك نحو اليمين.

كما أن انخفاض السعر P_x أدي إلى تغير في نسبة الأسعار $\frac{P_x}{P_y}$ ، أي تغير في ميل خط الميزانية إلى $\frac{P_x'}{P_y}$، ثم إلى $\frac{P_x''}{P_y}$ ، وهو ما يؤدي إلى دوران خط الميزانية نحو اليمين حول النقطة $\frac{R}{P_y}$.

البيان 6: دوران قيد الميزانية (تغير السعر)



إن تغيرات السعر تحدث تغيير في ميل خط الميزانية. فعلى سبيل المثال، إذا انخفض سعر x مع بقاء سعر y ثابت، فان الاستهلاك الأقصى للسلعة x يرتفع، والنقطة القصوى من خط الميزانية تنتقل نحو اليمين على محور السلعة x. بالمقابل، الاستهلاك الأقصى للسلعة y لا يتغير والنقطة القصوى من خط الميزانية على محور y لا تتغير. بالنتيجة، عندما ينخفض سعر x، فإننا نتحصل على مجموعة من خطوط الميزانية التي تنطلق كلها من نفس النقطة على محور y وتصل، على محور x، إلى نقطة أبعد نحو اليمين إذا انخفض سعر x.

ومنه يستدير خط الميزانية في حالة تغير سعر إحدى السلعتين مع ثبات سعر السلعة الأخرى والدخل النقدي. ويستدير خط الميزانية للخارج في حالة انخفاض سعر إحدى السلعتين، كما يستدير خط الميزانية للداخل في حالة ارتفاع سعر إحدى السلعتين.

✓ **انتقال خط الميزانية (تغير الدخل):**

باعتبار أن مستهلك ما يملك مبدئيا دخل نقدي R ويواجه أسعار: P_x و P_y

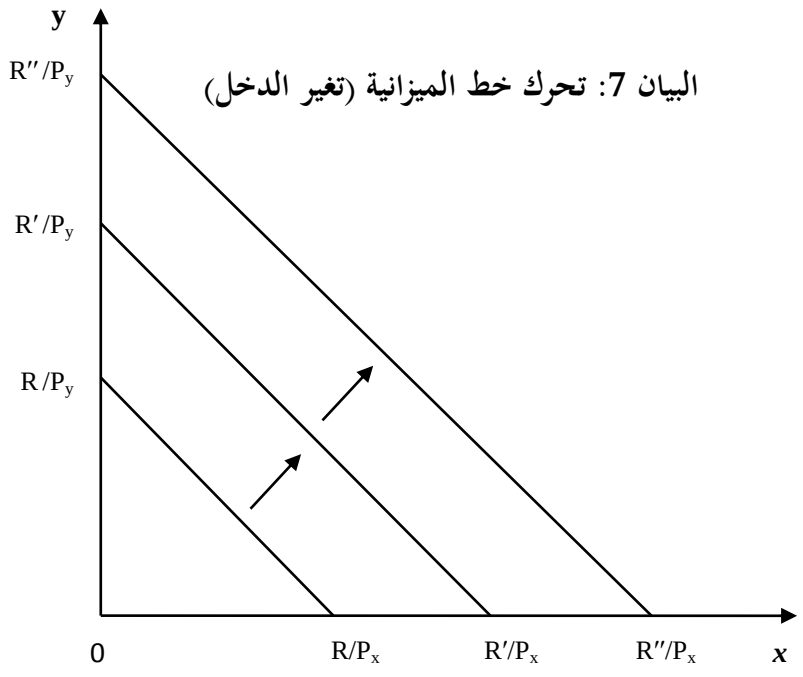
نفرض أن R يرتفع إلى R' ثم إلى R'' ، مع بقاء P_x و P_y ثوابت، ومنه لدينا: $R'' > R' > R$

إذا أنفق المستهلك كل دخله على شراء x فانه يتحصل على $\frac{R}{P_x}$ وحدة من x ، ثم على $\frac{R'}{P_x}$ عندما يرتفع R إلى R'، ثم يتحصل على $\frac{R''}{P_x}$ عندما يرتفع R مرة أخرى إلى R''. حيث: $\frac{R''}{P_x} > \frac{R'}{P_x} > \frac{R}{P_x}$ ، ومنه تزداد كميات السلعة x التي يستطيع المستهلك شراؤها. أي أن النقطة المتطرفة $\frac{R}{P_x}$ تتحرك نحو اليمين.

إذا أنفق المستهلك كل دخله على شراء y فانه يتحصل على $\frac{R}{P_y}$ وحدة من y ، ثم على $\frac{R'}{P_y}$ عندما يرتفع R إلى R'، ثم يتحصل على $\frac{R''}{P_y}$ عندما يرتفع R مرة أخرى إلى R''. حيث: $\frac{R''}{P_y} > \frac{R'}{P_y} > \frac{R}{P_y}$ ، ومنه تزداد كميات السلعة y التي يستطيع المستهلك شراؤها. أي أن النقطة المتطرفة $\frac{R}{P_y}$ تتحرك نحو اليمين.

كما أن ارتفاع الدخل الاسمي R مع بقاء الأسعار ثابتة لا يؤثر على نسبة الأسعار $\frac{P_x}{P_y}$ ، أي ميل خط الميزانية يبقى ثابت، وهذا يعني أن خطوط الميزانية الثلاثة لها نفس الميل أي أنها متوازية.

البيان 7: تحرك خط الميزانية (تغير الدخل)



إن تغيرات الدخل الاسمي والأسعار ثابتة، تحرك خط الميزانية دون التأثير على ميله، حيث سيتحرك خط الميزانية بالتوازي مع نفسه، نحو اليمين إذا ارتفع الدخل، ونحو اليسار إذا انخفض الدخل. لأنه عندما تكون الأسعار ثابتة، فان السعر النسبي $\frac{P_x}{P_y}$ ، أي ميل خط الميزانية، ثابت لا يتغير.

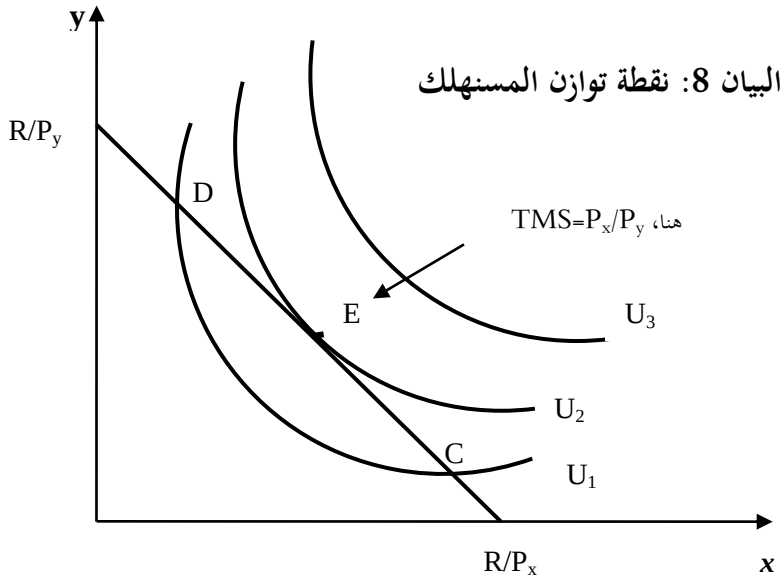
2.4.توازن المستهلك:

- **توازن المستهلك بيانيا:**

إن تفضيلات المستهلك ورغباته وأذواقه تبينها خريطة منحنيات السواء، وإمكانيات المستهلك أو دخل المستهلك الحقيقي ينعكس في خط ميزانية المستهلك. ويتحدد كل من خريطة منحنيات السواء وخط الميزانية باستقلال تام عن الآخر، ويتحدد وضع توازن المستهلك عند جمعهما في شكل واحد، حيث يتحقق عنده وضع توازن المستهلك، الذي يحقق له أقصى إشباع ممكن، أي في حدود دخله والأسعار السائدة.

والبيان الموالي يبين هذه الوضعية:

البيان 8: نقطة توازن المسنهلك



– التركيبة المثلى (نقطة توازن المستهلك):

يبحث المستهلك عن أعظم منفعة، ومنه فهو يتمنى بلوغ منحنى السواء الأبعد، ولكنه مقيد باختيار منحنى موجود فوق خط ميزانيته. ومنه سوف يختار النقطة E على خط الميزانية لأنها تمكنه من بلوغ أبعد منحنى سواء في حدود إمكانياته. بالنتيجة، التركيبة المثلى (أعظم منفعة) تعرف بالنقطة التي يكون فيها منحنى السواء مماس مع خط الميزانية (النقطة E في البيان). حيث أنه في هذه النقطة، يتساوى ميل منحنى السواء ($\frac{dy}{dx}$) مع ميل خط الميزانية ($-\frac{P_x}{P_y}$).

لدينا إذا: $\frac{dy}{dx} = -\frac{P_x}{P_y}$ أو : $-\frac{dy}{dx} = \frac{P_x}{P_y}$

وبالتعريف: $TMS = -\frac{dy}{dx}$، ومنه في هذه النقطة: $TMS = \frac{P_x}{P_y}$

في نقطة التوازن: المعدل الحدي للإحلال TMS يساوي نسبة الأسعار.

- **توازن المستهلك جبريا:**

البحث عن توازن المستهلك يتمثل في تحديد الكميات القصوى من السلع x وy التي تعظم المنفعة تحت قيد الميزانية. يتم الوصول إلى النقطة القصوى عبر طريقة مضاعف لاغرونج multiplicateur de Lagrange، والتي تكون من الشكل:

$$£ = \text{دالة الهدف} + \lambda\ (\text{دالة القيد و هي صفرية})$$

وهدف المستهلك يتمثل في تعظيم منفعته، تحت قيد الدخل والأسعار أي:

$$max.U = f(x,y)$$

$$R - xP_x - yP_y = 0$$

باستعمال طريقة مضاعف لاغرونج، نكتب معادلة لا غرونج:

$$£ = f(x,y) + \lambda\ (R - xP_x - yP_y)$$

ومنه: £ هي دالة لـ x، y و λ . حيث أن λ هو معامل لاغرونج.

تكون £ في أقصاها عندما تنعدم المشتقات الجزئية، ومنه لتعظيم £ نحسب المشتقات الجزئية لـ £ بالنسبة للمتغيرات الثلاثة ونساويها إلى الصفر. أي:

$$\frac{\partial £}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda P_x = 0 \rightarrow Um_x = \lambda P_x \qquad (1)$$

$$\frac{\partial £}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda P_y = 0 \rightarrow Um_y = \lambda P_y \qquad (2)$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = R - xP_x - yP_y = 0 \qquad (3)$$

انطلاقا من المعادلتين الأولى والثانية، نجد النتائج التالية:

$$\frac{Um_x}{\mathrm{P_x}} = \frac{Um_y}{\mathrm{P_y}} = \lambda \rightarrow \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{\mathrm{P_x}}{\mathrm{P_y}} \qquad (4)$$

العلاقة رقم (3) تدل على أن المستهلك يجب أن يختار تركيبة على خط الميزانية، والعلاقة رقم (4) هي شرط التوازن: من أجل تعظيم منفعته يساوي المستهلك بين نسبة المنافع الحدية للسلع بالأسعار النسبية لهذه الأخيرة. في حين أن نسبة الأسعار هي TMS .

✓ **التفسير الاقتصادي لـ λ :**

انطلاقا من دالة المنفعة $U = f(x,y)$ والقيد الميزاني $R = xP_x + yP_y$

التفاضل الكلي للدالة U الناتج عن تغير x و y هو:

$$\mathrm{dU} = Um_x dx + Um_y dy \quad \text{أو} \quad \mathrm{dU} = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial \mathrm{U}}{\partial y}dy$$

في التوازن لدينا: $Um_x = \lambda P_x$ و $Um_y = \lambda P_y$

ومنه تصبح:

$$\mathrm{dU} = \lambda P_x dx + \lambda P_y dy \rightarrow \mathrm{dU} = \lambda\left(P_x dx + P_y dy\right) \qquad (1)$$

باعتبار تغير x و y يصبح التفاضل الكلي لدالة الدخل كالتالي:

$$dR = P_x dx + P_y dy \qquad (2)$$

بقسمة (1) على (2) نجد: $\frac{\mathrm{dU}}{dR} = \frac{\lambda(P_x dx + P_y dy)}{(P_x dx + P_y dy)} = \lambda$

أو: $dU = \lambda\, dR$ أي عندما $dR = 1$ فان: $\mathrm{dU} = \lambda$

ومنه فان λ تمثل تغير المنفعة U الناتج عن تغير الدخل R، أي منفعة آخر وحدة نقدية من الدخل أو المنفعة الحدية للدخل.

- **مثال عددي:**

نفرض أن دالة المنفعة لمستهلك ما على الشكل: $u = f(x,y) = 3xy^2$

حيث يملك دخل $\mathrm{R} = 60$ ويواجه الأسعار: $P_x = 10$ و $\mathrm{P_y} = 5$

- أكتب معادلة القيد الميزاني ومثلها بيانيا.
- أحسب المعدل الحدي للإحلال وفسر معناه.

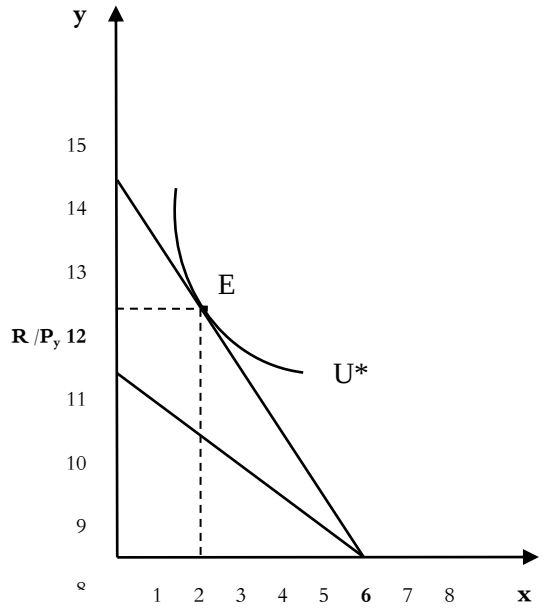
- أوجد نقطة توازن المستهلك ومثلها بيانيا، وأحسب المنفعة الموافقة لذلك.
- نفترض أن سعر y تضاعف وأصبح يساوي $P_y' = 10$:
  - ✓ كيف تتغير القدرة الشرائية للمستهلك ووضح ذلك بيانيا.
  - ✓ ما هو الدخل الجديد الذي يسمح للمستهلك بالشعور بنفس المنفعة السابقة؟
  - ✓ ماذا يمثل الفرق بين الدخل الجديد والدخل الأصلي؟ وأحسبه.

■ **الحل:**

- كتابة معادلة القيد الميزاني وتمثيلها بيانيا:

$$R = xP_x + yP_y \rightarrow 60 = 10x + 5y \rightarrow y = -2x + 12 \quad (1)$$

التمثيل البياني:



- حساب المعدل الحدي للإحلال (TMS) وتفسيره:

$$TMS = \frac{Um_x}{Um_y} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{3y^2}{6xy} \rightarrow TMS = \frac{y}{2x}$$

التفسير: يتنازل المستهلك عن وحدة واحدة من y مقابل الحصول على وحدتين من x مع بقاء المنفعة الكلية ثابتة.

- تحديد نقطة توازن المستهلك والمنفعة الموافقة لذلك:

في التوازن لدينا: $\text{TMS} = \frac{P_x}{P_y} \leftrightarrow \frac{\text{y}}{\text{2x}} = \frac{10}{5} \leftrightarrow y = 4x \qquad (2)$

نعوض (2) في (1) نجد:

$$y = -2x + 12 \rightarrow 6x = 12 \rightarrow x = 2 \ \ , y = 8 \rightarrow E(2,8)$$

المنفعة التي يشعر بها: $U^* = f(2,8) = 3xy^2 = 3(2)(8)^2 \rightarrow U^* = 384$

عندما يتضاعف P_y مع بقاء P_x و R ثوابت فان القدرة الشرائية أو الدخل الحقيقي للمستهلك ينخفض، ويظهر ذلك بيانيا من خلال انحسار فضاء الميزانية.

الدخل الجديد للبقاء في المنفعة السابقة:

لدينا: $U^* = 384 \rightarrow 3xy^2 = 384 \qquad (3)$

ومن شرط التوازن: $\text{TMS} = \frac{P_x}{P_{y'}} \leftrightarrow \frac{\text{y}}{\text{2x}} = \frac{10}{10} \rightarrow \text{y} = \text{2x} \qquad (4)$

نعوض (4) في (3) نجد:

$$3xy^2 = 384 \rightarrow 3x(2x)^2 = 384 \rightarrow 12x^3 = 384 \rightarrow x = 3.175, \quad y = 6.35$$

الدخل الجديد:

$$\text{R}' = xP_x + \text{y}\text{P}_\text{y}' \rightarrow \text{R}' = 10(3.175) + 10(6.35) \rightarrow \text{R}' = 95.25$$

يمثل الفرق بين الدخل الجديد والدخل الأصلي مقدار دعم الدخل (S) للحفاظ على القدرة الشرائية للمستهلك، ويساوي: $\text{S} = \Delta R = \text{R}' - \text{R} = 95.25 - 60 \rightarrow S = 35.25$