## الإجابة النموذجية للامتحان النهائي في مادة إحصاء 3

**التمرين الأول:** (5 نقاط)

$$1- \begin{cases} 4 \text{ مرات} \rightarrow 12 \text{ شهر} \\ \lambda \text{ مرة} \rightarrow 3 \text{ أشهر} \end{cases} \Longrightarrow \boldsymbol{\lambda = 1} \quad (00,50)$$

$$2- \lambda = \frac{6.4}{12} = 2 \quad (00,50)$$

$$P(X = X_i) = \frac{\lambda^{X_i} e^{-X_i}}{X_i!} \Longrightarrow P(X > 1) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [f(0) + f(1)]$$

$$P(X > 1) = 1 - \left[\frac{2^0 e^{-2}}{0!} + \frac{2^1 e^{-2}}{1!}\right] = 1 - [0,1353 + 0,2706] = 0,5941 \quad (01,50)$$

$$3- P(X = 2) = \frac{4^2 e^{-4}}{4!} = 0,1465 \quad (01,50)$$

$$4- \lambda = 12 > 10 \Longrightarrow X \rightsquigarrow N(12; 3,14)$$

$$P(X = 0) = P\left(\frac{(0 - 0,5) - 12}{3,46} \leq Z \leq \frac{(0 + 0,5) - 12}{3,46}\right)$$

$$P(X = 0) = F(-3,61) - F(-3,32) = 0,99985 - 0,99955 = 0,0003 \quad (01)$$

**التمرين الثاني:** (4 نقاط)

$$1 - f(X) = F'(X) = \left(\frac{1}{3} bX^3\right) = bX^3 \Longrightarrow f(X) = \begin{cases} bX^2 & 0 \leq X \leq 1 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases} \quad (01)$$

2- لتكون f دالة كثافة احتمالية للمتغير X يجب توفر الشرطين التاليين:

$$\begin{cases} f(X) \geq 0 \quad \ldots\ldots\ldots 1 \\ \int_0^1 f(X)dX = 1 \quad \ldots\ldots\ldots 2 \end{cases} \quad (01)$$

$$\int_0^1 bX^2 dX = 1 \Longrightarrow b\int_0^1 X^2 dX = 1 \Longrightarrow b\left[\frac{X^3}{3}\right]_0^1 = 1 \Rightarrow b = 3 \quad (01)$$

الشرط الأول: نلاحظ أن f(X) موجبة عند جميع قيم X في مجال تعريفها. (01)

**التمرين الثالث:** (6 نقاط)

$$1- P(60 \leq X \leq 90) = P\left(\frac{60-60}{11} \leq Z \leq \frac{90-60}{11}\right) = P(0 \leq Z \leq 2,72)$$

$$= F(2{,}72) - F(0) = 0{,}99674 - 0{,}5 = 0{,}49674 \quad (01)$$

**2-** $P(X \leq 45) = P\left(Z \leq \frac{45-60}{11}\right) = P(Z \leq -1{,}36)$

$$= 1 - F(1{,}36) = 1 - 0{,}91309 = 0{,}08691 \quad (01)$$

**3-** $P(X \geq 75) = P\left(Z \geq \frac{75-60}{11}\right) = 1 - P(Z \leq 1{,}36) = 0{,}08691 \quad (01)$

$120 \cdot 0{,}08691 =$ 10 طلبة $\quad (01)$

**4-** $P(X \leq 45) = 0{,}975 \Longrightarrow P\left(Z \leq \frac{\propto -60}{11}\right) = 0{,}975$

$$Z_{0{,}975} = 1{,}96 \Longrightarrow \frac{\alpha - 60}{11} = 1{,}96 \Longrightarrow \alpha = 82 \text{ دقيقة} \quad (02)$$

**التمرين الرابع:** (5 نقاط)

**1-** $P(X > 5) = P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10)$

$= [C_{10}^{6} 0{,}7^{6} 0{,}3^{4} + C_{10}^{7} 0{,}7^{7} 0{,}3^{3} + C_{10}^{8} 0{,}7^{8} 0{,}3^{2} + C_{10}^{9} 0{,}7^{9} 0{,}3^{1} + C_{10}^{10} 0{,}7^{10} 0{,}3^{0}]$

$= \mathbf{0{,}8498} \quad (01)$

أو $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - [P(X = 0) + P(X = 1) + \cdots \ldots + P(X = 5)]$

$= 1 - [C_{10}^{0} 0{,}7^{0} 0{,}3^{10} + C_{10}^{1} 0{,}7^{1} 0{,}3^{9} + C_{10}^{2} 0{,}7^{2} 0{,}3^{8} + C_{10}^{3} 0{,}7^{3} 0{,}3^{7} + C_{10}^{4} 0{,}7^{4} 0{,}3^{6}$
$+ C_{10}^{5} 0{,}7^{5} 0{,}3^{5}]$

$= 1 - [0{,}000005 + 0{,}0001 + 0{,}0014 + 0.009 + 0.0967 + 0.1029 + 1 - 0{,}1501]$
$= 0.8499$

**2-** $n = 50 > 30 \quad (00, 50)$

$n.p = 50.0{,}7 = 35 > 5 \quad (00, 50)$

$n.p.q = 50.0{,}7.0{,}3 = 10{,}5 > 5 \quad (00, 50)$

$$P(X > 29) = 1 - P\left(Z \leq \frac{(29 + 0{,}5) - 35}{\sqrt{10{,}5}}\right) = 1 - P(Z \leq -1{,}61) = 0{,}95449 \quad (02, 50)$$