قسم العلوم الاقتصادية	السداسي الأول/ جانفي 2024
السنة الأولى – ماستر	المقياس: اقتصاد جزئي معمق
تخصص: اقتصاد وتسيير المؤسسات	الأستاذ: باهي موسى

التصحيح النموذجي للامتحان النهائي في اقتصاد جزئي

حل التطبيق الأول (06ن):

1. إتمام الجدول: (3ن)

عدد الوحدات	1	2	3	4	5	6	7
المنفعة الكلية TU_X	65	110	140	160	170	175	175
المنفعة الحدية MU_X	65	45	30	20	10	05	0
$\frac{MU_X}{P_X}$........................	6.5	4.5	3	2	1	0.5	0
المنفعة الكلية TU_Y	180	350	500	620	710	770	800
المنفعة الحدية MU_Y	180	170	150	120	90	60	30
$\frac{MU_Y}{P_Y}$........................	6	5.66	5	4	3	2	1

2. تفسير المعنى الاقتصادي ل: $\frac{MU_X}{P_X}$ ، $\frac{MU_Y}{P_Y}$: (1ن)

- $\frac{MU_X}{P_X}$: **منفعة الدينار المنفق على** X، أو منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على السلعة المستهلكة : X ، أو القدرة الشرائية للوحدة النقدية أو القدرة الشرائية للوحدة النقدية المنفقة على X .
- $\frac{MU_Y}{P_Y}$: **منفعة الدينار المنفق على** Y، أو منفعة الوحدة النقدية الأخيرة المنفقة على السلعة المستهلكة : Y، او القدرة الشرائية للوحدة النقدية، أو القدرة الشرائية للوحدة النقدية المنفقة على Y.

3. الكميات المستهلكة من x وy التي تحقق توازن المستهلك:(1.50ن)

- **الشرط الضروري للتوازن المستهلك:** $\frac{MU_X}{P_X}=\frac{MU_Y}{P_Y}$

من خلال بيانات الجدول نجد أن هذا الشرط يتحقق عند التركيبة $(\bar{x},\bar{y}) \leftrightarrow (3,5)$ ، **وعند التركيبة** $(\bar{x},\bar{y}) \leftrightarrow$ (4,6) ، (5,7).

- **الشرط الثاني : تحقيق قيد الدخل : لدينا:** $R = xp_x + yp_y$

$$180 = 10x + 30y$$

✓ التركيبة (4,6) : 10(4)+30(6)= 40+180=220 ≠ 180 **مرفوضة** خارج إمكانيات دخل المستهلك .

✓ التركيبة (5,7): 10(5)+30(7)= 50+210= 260 ≠180 **مرفوضة** خارج إمكانيات دخل المستهلك.

✓ التركيبة (3,5): 10(3) +30(5) = 30+150 =180 **مقبولة** في حدود إمكانيات دخل المستهلك.

وعليه يحقق المستهلك **بدر توازنه** عند استهلاك كميات من $(\bar{x},\bar{y}) \leftrightarrow (3,5)$.

4. المنفعة الكلية العظمى التي يتحصل عليها بدر هي: (0.5ن)

$$UT = UT_{X=3} + UT_{Y=5}$$

$$\overline{UT} = 140 + 710 = 850$$

$$\boxed{\overline{UT} = 850}$$

حل التطبيق الثاني (04ن):

البحث عن قيمة U والكميات من X، Y وZ المثلى: المعطيات: الأسعار الخاصة بالسلع : x، y و z هي على التوالي: 5 ون، 10 ون و15 ون، والدخل $R = 120$

دالة الهدف : $U = 10x^2yz$

دالة القيد: $R = xp_x + yp_y + zp_z \leftarrow 120 = 5x + 10y + 15z$

-1 تعظيم المنفعة تحت قيد الدخل:

$$\begin{cases} Max\ U = f(x,y) \\ s/c\ \ R = xPx + ypy \end{cases}$$

❖ بناء دالة لاغرانج:

$$L = f(x,y,z,\lambda) = U + \lambda.g$$

حيث أن:

$$R - xp_x - yp_y - zp_z$$

$$\boldsymbol{L = f(x,y,z,\lambda) = 10x^2yz + \lambda.(120 - 5x - 10y - 15z)}$$

❖ **الشرط الضروري لتعظيم L** من اجل ايجاد الكميات المثلى من $(\bar{x},\bar{y},\bar{z},\bar{\lambda})$: حساب المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى ومعادلتها للصفر: (1ن)

$$\begin{cases} l_x \\ l_y = 0 \leftrightarrow \\ l_z \\ l_\lambda \end{cases} \quad \begin{aligned} l_x &= 20xyz - 5\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(1) \\ l_y &= 10x^2z - 10\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(2) \\ l_z &= 10x^2y - 15\lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(3) \\ l_\lambda &= 120 - 5x - 10y - 15z = 0 \ldots\ldots(4) \end{aligned}$$

يؤدي حل جملة المعادلات (1)، (2)، (3) و(4) إلى إيجاد:

بقسمة (1) على (2):

$$\frac{l_x}{l_y} \rightarrow \frac{20xyz}{10x^2z} = \frac{5\lambda}{10\lambda} \rightarrow \frac{2y}{x} = \frac{1}{2} \rightarrow \boldsymbol{x = 4y} \ldots\ldots\ldots (5)$$

بقسمة (2) على (3): (01ن)

$$\frac{l_x}{l_y} \rightarrow \frac{10x^2z}{10x^2y} = \frac{10\lambda}{15\lambda} \rightarrow \frac{z}{y} =\rightarrow \boldsymbol{z = \frac{2}{3}y} \ldots\ldots\ldots (6)$$

بتعويض (5) و(6) في المعادلة رقم (4): (01ن)

$$120 - 5(4y) - 10y - 15\left(\frac{2}{3}y\right) = 0 \rightarrow 120 - 20y - 10y - 10y = 0$$

$$120 - 30y \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = \frac{120}{40}} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{\bar{y} = 3}}$$

بتعويض قيمة $\bar{y}$ في المعادلة (5) نجد $\bar{x}$: $\bar{x} = 4(3) = 12$

$$\boxed{\boldsymbol{\bar{x} = 12}}$$

بتعويض قيمة $\bar{y}$ في المعادلة (6) نجد $\bar{z}$: $\bar{x} = \frac{2}{3}(3)$

$$\boxed{\boldsymbol{\bar{z} = 2}}$$

لإيجاد قيمة λ نعوض قيم $\bar{x}$، $\bar{y}$، $\bar{z}$ في المعادلة (1)، نجد :

$$20\bar{x}\bar{y}\bar{z} - 5\lambda = 0$$
$$20(\boldsymbol{2})(\boldsymbol{3})(\boldsymbol{6}) - 5\lambda = 0$$

$$20(\mathbf{12})(\mathbf{3})(\mathbf{2})-5\lambda=0$$
$$1440-5\lambda=0$$
$$\boxed{\bar{\lambda}=288}$$

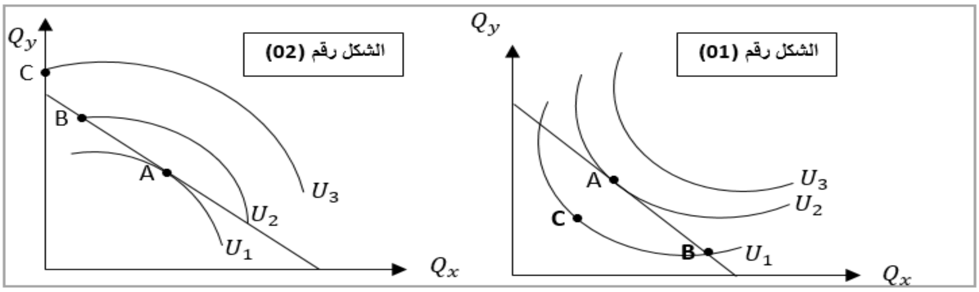
❖ المنفعة المتحصل عليها من استهلاك الكميات المثلى $\bar{x}$ ، $\bar{y}$ ، $\bar{z}$ (12,3,2, 288) (0.5ن)

$$\bar{U}=\mathbf{10}(\mathbf{12})^2(\mathbf{3})(\mathbf{2})$$
$$\boxed{\bar{U}=\mathbf{8640}}$$

2- تفسير الأهمية الاقتصادية لمعامل لاغرانج λ عندما يصل المستهلك إلى توازنه(0.5ن)

يمثل معامل $\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{288}$ المنفعة الحدية للدخل، أي منفعة آخر وحدة نقدية منفقة من الدخل على شراء الكميات $\bar{x}$ ، $\bar{y}$ ، $\bar{z}$. حيث كلما زاد الدخل بوحدة نقدية واحدة تزيد المنفعة بقيمة **288**.

حل التطبيق الثالث:



1- شرح معطيات الشكل رقم (01) والشكل رقم (02) مبرزا الشرط اللازم والكافي لتوازن المستهلك:

❖ الشكل رقم (1): (1.5 ن)

✓ جميع تركيبات السلعية الواقعة على منحنى السواء $\boldsymbol{U_3}$ مرفوضة لأنها تقع خارج نطاق امكانيات المستهلك الحقيقية؛

✓ جميع التركيبات السلعية الواقعة على منحنى السواء $\boldsymbol{U_1}$ و $\boldsymbol{U_2}$ مقبولة فهي تقع داخل إمكانيات المستهلك الحقيقية .

✓ التركيبة **C** على المنحنى $\boldsymbol{U_1}$ مرفوضة لأنها لا تحقق شرط القيد الميزاني وضرورة إنفاق كامل الدخل النقدي على شراء السلع $\boldsymbol{x}$ و $\boldsymbol{y}$ المستهلكة .

✓ التركيبة **A** و **B** تقعان على خط الميزانية مما يعني أنهما تحققان شرط القيد الميزاني ، حيث ينفق الدخل بالكامل على شراء كل منهما ، غير أن التركيبة A تقع على منحى سواء $\boldsymbol{U_2}$ وهو أعلى منحنى تقع عليه التركيبة السلعية **B**، والتي تقع على منحى السواء $\boldsymbol{U_1}$ ، وهذا يعني أن أنه يتم انفاق كل الدخل النقدي على استهلاك التركيبة **A** أو **B** ، لكن التركيبة **A** تعطي إشباع أكبر من الإشباع الذي تستمده التركيبة B ولهذا فضل المستهلك التركيبة **A** على **B** .

✓ يتحقق توازن المستهلك باستخدام منحنيات السواء عند التركيبة **A** حيث يعظم المستهلك منفعته الكلية بنفاق كامل دخله النقدي على شراء السلعتين $\boldsymbol{x}$ ، $\boldsymbol{y}$.

✓ يتمثل شرط التوازن في تلاقي خط الميزانية مع اعلى منحنى سواء ممكن وهذا يتحقق عند التركيبة A ، وهذا يعتبر الشرط اللازم الأول لتحقيق التوازن ، حيث عند النقطة A (نقطة المماس) يتحقق الشرط التالي : ميل منحنى السواء = المعدل الحدي الإحلال بين x و y = نسبة الأسعار للسلعتين .

ورياضيا يكتب كالصيغة التالية: $\boldsymbol{TMS_{XY}}=\frac{-\boldsymbol{dY}}{\boldsymbol{dX}}=\frac{\boldsymbol{UM_X}}{\boldsymbol{UM_Y}}=\frac{\boldsymbol{P_X}}{\boldsymbol{P_Y}}$.

✓ الشرط الثاني الكافي لتحقيق التوازن هذا وتوتعظيم الإشباع الكلي للمستهلك هو ان تكون **منحنيات السواء محدبة ناحية نقطة الأصل** وهذا ما يعكس فرضية التفضيل والإختيار بين زوج من السلعتين x و y و وتحقق قانون تناقص المعدل الحدي للإحلال والذي يعبر بالميل السالب لTMS أي المنفعة الحدية لكل سلعة تتناقص كلما زادت الكمية المستهلكة منها ، والعكس صحيح. وهذا ما يترجمه القانون

حيث كلما زادت الكمية المستهلكة من سلعة معينة انخفضت منفعة آخر وحدة مستهلكة. ويمكن التعبير عن هذا القانون بصيغة الرياضية كالاتي : $\frac{dTMSX}{dX} < 0$

❖ **الشكل رقم (2): (1.50ن)**

✓ يظهر **منحنيات سواء مقعرة نحو نقطة الأصل** عكس **فرضية نظرية المستهلك** التي تنص على تحدب منحنيات السواء.

✓ المستهلك عند نقطة المماس أو نقطة التوازن عند أقصى(MAX) إشباع بل العكس يكون عند أدنى(MIN) إشباع وهذا يتنافى مع القاعدة العامة للنظرية المستهلك التي تفترض أن المستهلك يسعى لتعظيم منفعته وليس إقلالها

✓ هذه حالة إستثنائية وليس عامة، فهي تتحقق فقط في حالة السلعة المستهلكة رديئة جدا وبالتالي منحنيات السواء تكون مقعرة ناحية نقطة الأصل وتعبر عن تزايد الميل وليس تناقصه.

✓ نقطة التماس عند النقطة **A** ، حيث يتحقق الشرط اللازم والمتمثل في تطابق ميل منى السواء مع ميل الخط الميزاني عند النقطة **A** وتمثل هذه النقطة نهاية صغرى (MIN) وليس نقطة تعظيم إشباع.

✓ وتحت فرضية تحسين إشباع المستهلك سوف يكون الإنتقال من التركيبة A ضروريا إلى نقطة أو تركيبة أعلى في **الشكل (02)** هي التركيبتين **B** و C حيث يحصل المستهلك على اعلى إشباع عند التركيبة **C**, والتي تقع على منحنى سواء U_3 ولكن المستهلك يسهلك كميات من y *فقط ولا يستهلك من* x ، وهذا غير واقعي بتاتا لأنه في الواقع المستهلك ينوع بين السلعتين .

2- **أهم الاختلافات الملاحظة بين الحالتين، والوضعية المثلى حسب افتراضات نظرية المستهلك:(02ن)** بناء على الملاحظات السابقة والتي تبرز بشكل واضح اختلاف شكل منحنيات السواء (تحدب مقابل تقعر) وحدود إمكانيات المستهلك الشرائية (ميزانيته)، فإن نظرية المستهلك باستخدام منحنيات السواء القائمة على فرضيات واقعية، والمتضمنة فرضية المقارنة، الاتساق والتعدي والاستزادة أفضل للوصول إلى أقصى إشباع، وفرضية تناقص المعدل الحدي للإحلال والتي تعكس ناقص المنفعة الحدية للسلعة كلما زادت الكميات المستهلكة منها. وعليه الشكل المثالي هو **الشكل رقم (01)** الذي يمثل توازن المستهلك العقلاني.

حل التطبيق الرابع(5ن):

- **الصياغة الرياضية: (0.5ن)**
  - ✓ **دالة التكلفة الكلية :** $C_T = x_1{}^2 + 2x_2{}^2 - x_1x_2$
  - ✓ **دالة الإنتاج الكلي:** $x_1 + x_2 = 8$
- **الهدف:** البحث عن أدنى تكلفة إنتاج سلعتين x_1 و x_2 :
- **خطوات الحل:**

1- **بناء دالة لاغرانج lagrange، تقليل التكلفة تحت قيد الإنتاج: (0.5 ن)**

$$\begin{cases} Min\ CT = f(x_1, x_2) = x_1{}^2 + 2x_2{}^2 - x_1x_2 \\ \quad s/c\ \ 8 = x_1 + x_2 \end{cases}$$

$$\boldsymbol{L = f(x_1, x_2, \lambda) = x_1{}^2 + 2x_2{}^2 - x_1x_2 + \lambda.(8 - x_1 + x_2)}$$

2- **الشرط الضروري لتعظيم L** من اجل ايجاد الكميات المثلى من $(\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{\lambda})$: حساب المشتقات الجزئية من الدرجة الأولى ومعادلتها للصفر: **(01.50ن)**

$$\begin{cases} l_{x_1} \\ l_{x_2} \\ l_\lambda \end{cases} = 0 \leftrightarrow \begin{matrix} l_{x_1} = 2x_1 - x_2 - \lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(1) \\ l_{x_2} = 4x_2 - x_1 - \lambda = 0 \ldots\ldots\ldots(2) \\ l_\lambda = 8 - x_1 - x_2 = 0 \ldots\ldots(3) \end{matrix}$$

يؤدي حل جملة المعادلات (1)، (2)و(3)) إلى إيجاد:

بمطابقة (1) على (2): (0.5ن)

$$2x_1 - x_2 = \lambda \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$4x_2 - x_1 = \lambda \ldots\ldots\ldots.(2)$$
$$2x_1 - x_2 = 4x_2 - x_1 \to 2x_1 + x_1 = 4x_2 + x_2 \to 3x_1 = 5x_2$$
$$\boxed{x_1 = \frac{5}{3}x_2 \ldots\ldots\ldots.(4)}$$

بتعويض (4)) في المعادلة رقم (3):

$$8 - x_1 - x_2 = 0 \to 8 - \frac{5}{3}x_2 - x_2 = 0 \to 24 - 5x_2 - 3x_2 = 0 \to 24 - 8x_2 = 0$$
$$\boxed{\overline{x_2} = 3}$$

بتعويض قيمة $\overline{x_2}$ في المعادلة (4) نجد $\overline{x_1}$: $\overline{x_1} = \frac{5}{3}(3) = 5$

$$\boxed{\overline{x_1} = 5}$$

لإيجاد قيمة λ نعوض قيم $\overline{x_1}$ ، $\overline{x_2}$ في المعادلة (1)أو (2)، نجد :

$$2(5) - (3) = \lambda \to 10 - 3$$
$$\boxed{\bar{\lambda} = 7}$$

3- <u>التحقق فعلا من أن القيمة القصوى هي قيمة دنيا التي قيمتها</u> (3، 5): (01.50ن)

- حساب المشتقات الجزئية من الدرجة الثانية:

$$l_{x_1x_1} = \frac{\delta^2 f}{\delta {x_1}^2} = \mathbf{2}\ ; l_{x_1x_2} = \frac{\delta^2 f}{\delta x_1 \delta x_2} = -\mathbf{1}; l_{x_1\lambda} = \frac{\delta^2 f}{\delta x_1 \delta \lambda} = -\mathbf{1}; l_{x_2x_1} = \frac{\delta^2 f}{\delta x_2 \delta x_1} = -\mathbf{1}, l_{x_2x_2} = \frac{\delta^2 f}{\delta {x_2}^2}$$
$$= \mathbf{4}; , l_{x_2\lambda} = \frac{\delta^2 f}{\delta x_2 \delta \lambda} = -\mathbf{1}, l_{\lambda x_1} = \frac{\delta^2 f}{\delta \lambda \delta x_1} = -\mathbf{1}, l_{\lambda x_2} = \frac{\delta^2 f}{\delta \lambda \delta x_2} = -\mathbf{1}, \qquad l_{\lambda\lambda} = \frac{\delta^2 f}{\delta \lambda^2} = \mathbf{0}$$

- بناء المحدد الجاكوبي J:

$$\boldsymbol{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{2} & -\mathbf{1} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{4} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & -\mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \to \bar{\boldsymbol{J}} = ?$$

باتباع طريقة نشر المحدد حسب العمود الثالث نجد: (0.5ن)

$$\boldsymbol{J} = -\mathbf{1}.(-\mathbf{1})^{1+3}\begin{bmatrix} -\mathbf{1} & \mathbf{4} \\ -\mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} + \mathbf{1}-.(-\mathbf{1})^{2+3}\begin{bmatrix} \mathbf{2} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & -\mathbf{1} \end{bmatrix} - \mathbf{0}.(-\mathbf{1})^{3+3}\begin{bmatrix} \mathbf{2} & -\mathbf{1} \\ -\mathbf{1} & \mathbf{4} \end{bmatrix} \to \boxed{\boldsymbol{J} - \mathbf{8} < \mathbf{0}}$$

أي أن المحدد اليعقوبي سالب ومنه القيمة الإستقرارية (3،5) ، تمثل قيمة صغرى ، أي تحقق أدنى تكلفة إنتاج ممكنة تبلغ قيمتها

$$\boldsymbol{C_T} = (\mathbf{5})^2 + \mathbf{2}(\mathbf{3})^2 - \mathbf{5.3}$$
$$(0.5ن)\ \overline{\boldsymbol{C_T}} = \mathbf{25} + \mathbf{18} - \mathbf{15} = \mathbf{28}$$
$$\boxed{\boldsymbol{MIN}\ \overline{\boldsymbol{C_T}} = \mathbf{28}}$$

❖ <u>ملاحظة:</u> التصحيح النموذجي يتضمن حلول دقيقة على الأسئلة، وبالتالي أي جواب يحمل طابع الحشو لمعلومات أو نتائج غير صحيحة لا يتم التنقيط عليها حتى لو كانت طريقة عرضها صحيحة.

أستاذ المقياس: د. باهــي

التوقيع: