قسم الفلسفة /جامعة قالمة
السنة الثانية فلسفة عامة
مقياس المنطق الرمزي : الأستاذ بلال مقنعي

القضايا في المنطق الرمزي

أولا القضية:

كما أن الخلية هي وحدة بناء الكائن الحي، فإن القضية هي وحدة بناء في المنطق عموما وفي المنطق الرمزي على وجه الخصوص، ومنها اشتق اسم النظرية فتارة تسمى منطق القضايا، وتارة المنطق القضوي .

تعريف القضية :

هي جملة تثبت شيئا ما ، وليست استفهاما أو أمرا أو تعبيرا عن رغبة ،
أو هي الجملة التقريرية أو الخبرية التي تحتمل إما الصدق أو الكذب.
ومعنى تقريرية أنها تقر شيئا ما، ومعنى خبرية أنها تخبر عن شيء ما، وهذا التقرير أو الإخبار يحتمل الصدق أو الكذب ، وفي هذا يقول نجيب الحصادي في كتابه أسس المنطق الرمزي المعاصر :" المنطق –لاختصاصه بأمر القضايا ذات القيم الصدقية المحددة definite truth values –
لا يعتد إلا بالجمل التقريرية declarative sentences
التي إما أن تكون صادقة أو كاذبة
فمثلا
إذا قلت تعداد سكان الجزائر 45 مليونا
وقلت قيمة سيارة مرسيدس هي 5 مليون دينار
لاحتمل قولك الصدق أو الكذب، وبالتالي فهي قضية منطقية.

والقضية نوعان: وهذا باعتبار مجال دراستها وتحليلها :

- **القضية الرياضية :** وهي تتألف من مدركات رياضية ، هي عند راسل الثوابت الرياضية مثل (+، =، -....) في قولك : (7+3=10) هي قضية رياضية ، وقد اهتم راسل أو الأمر بالمدركات الرياضية، ومنها إلى القضايا الرياضية ، فرأى أن ليس في القضية الرياضية إلا الثوابت المنطقية، وأن الرياضيات تستخدم هذه الثوابت ، دون تعريف، فهي أدوات للتفكير، وليست موضوعا للتفكير.
- **القضية المنطقية :** هي جملة تثبت شيئا ما ولا تستخدم الأعداد بل المتغيرات والألفاظ، ولا يمكن الحكم عليها بالصدق والكذب إلا إذا استبدلت المتغيرات بقيم تكون ثابتة بمثابة ثوابت منطقية في القضية. [اللغة المنطقية عند راسل ، ص 121-122.]

التمييز بين القضية الحملية والقضية العامة :

استطاع المنطقي الرياضي (فريجة) لأول مرة في تاريخ المنطق، التمييز بين النوعين من القضايا :

فقولنا (سقراط إنسان)- (ابن سينا انسان)

هي قضايا حملية لأنها مكونة من موضوع ومحمول ولها ما يقابلها في الواقع.

وبالتالي يمكن الحكم عليها بالصدق والكذب

بينما قولك(كل الناس فانون) هي قضية عامة لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب، يقول راسل :" إن القضية هي أي شيءيحتمل الصدق أو الكذب، وقولك (س إنسان) ليس قضية لأنها لا هي صادقة ولا هي كاذبة، فإذا أخذت (س) قيمة ثابتة أيا كانت، فإن العبارة تصبح قضية." [راسل أصول الرياضيات 45/1.]

بين القضية المنطقية والنحوية يقول ماجد فخري: " تختلف القضية، وهي ما يهم المنطقيين دون النحويين عن الجملة في أن جميع القضايا تحتمل الصدق أو الكذب بينما لا تحتمل الجمل المفيدة كالأمر والدعاء تضديقا أو تكذيبا لذلك لا تهم المنطقي " [ماجد فخري : أرسطو طاليس، ص 27]

ثانيا دالة القضية Propositional Function:

دالة القضية : هي إحدى المفاهيم المركبة في المنطق الرمزي التي يلتقي فيها المنطق بالرياضيات.

ووفقا لما أورده ماهر علي عبد القادر في كتابه (نظريات المنطق الرياضي):

يمكننا توضيح مفهوم **(دالة)**بمثال من الرياضيات على النحو التالي :

(ص= 4أ+2) وفقا لهذه الصيغة الرياضية نقول إن (ص دالة أ)

فإذا عرفت قيمة (أ) تحددت بالتبعية قيمة (ص)

مثلا إذا كان أ=2 فإن ص= 2.4+2= 10

هذا بالنسبة للشق الأول ، أما الشق الثاني من هذا المفهوم وهو (قضية) فقد اعتقد المناطقة أن القضية الحملية ذات الصورة (موضوع-محمول) Subject-Predicate هي أبسط أنواع القضايا.

غير أن المناطقة الجدد كان لهم رأي آخر، حيث بينوا أن القضية الكلية أو العامة هي قضية شرطية:

مثال :" كل إنسان فان" يمكن تفسير هذه القضية الكلية على النحو التالي:

" إذا كان (س إنسان) فإن (فان)

وبناء عليه يمكن تحليل هذه القضية إلى المكونات التالية :

1- السور – Quantifier المعبر عن الشرط (إذا كان....فإن)
2- الصيغة (س إنسان)
3- الصيغة (س فان)

ومثلما الحال في الرياضيات، لا يمكننا اعتبار الصيغتين السابقتين قضايا، لأن هناك قيمة مجهولة وهي (س) في الحالتين، وكونها مجهولة يجعلنا نعلق الحكم على القضية بالصدق أو الكذب إلى غاية تحديدها.

وما يفهمه المناطقة من هاتين الصيغتين أنهما دالات قضايا، تصبح قضايا إذا تعينت قيمة المجهول فيهما.

مثلا الصيغة:

إذ كان (س إنسان) فإن (س فان) هي دالة قضية تصبح قضية إذا أعطينا س قيمة محددة مثل زيد أو سقراط أو ابن سينا،

فتصبح زيد إنسان فإن زيدا فان

وحينها يمكننا القول على التعيين أنها قضية صادقة أو كاذبة.

مثال 2:

- الدول الإفريقية واقعة جنوب البحر المتوسط.

هذه دالة قضية يجب تعيين دولة معينة حتى تصبح تلك الجملة العامة (قضية حملية) تحتمل الصدق والكذب.

فإذا قلنا الجزائر دولة إفريقية، فإن الجزائر تقع جنوب البحر المتوسط.

فالجزائر دولة إفريقية هي قضية

والجزائر تقع جنوب المتوسط قضية حملية بسيطة.

ملاحظة: من الأخطاء الإدراكية الشائعة التي قد يقع فيها البعض أن الجملة التقريرية الكاذبة ليست قضية ، يجب التنبه لذلك

القضية بالتعريف تحتمل الصدق أو الكذب

فقولنا الجزائر تقع شمال المتوسط هي قضية وهي قضية كاذبة.

ثالثا تحليل القضايا :

إن الحساب التحليلي للقضايا أو الحساب التحليلي للجمل هو دراسة علاقة اللزوم المنطقي بين القضايا، ومن أدوات التحليل المنطقي وتسمى الثوابت المنطقية:
ثابت النفي، ثابت الفصل ، ثابت الوصل، وثابت اللزوم المنطقي ،
وهناك ثابت تكافؤ القضايا في صورة (إذا كان ..... وفقط إذا كان)
والثوابت هي تلك الرموز التي لا تتغير بتغير السياق الذي ترد فيه، ولها دالة في الصدق والكذب كما سنراه من خلال جداول دوال الصدق والكذب للثوابت المنطقية:

1- ثابت النفي ودالته Negation:

- أداة النفي ويرمز لها بالرمز (¬ ق) أو (~ ق) ونقرأ (لا ق) أو (نفي ق)
- ولها جدول في الصدق كالتالي :

ق	ك	~ ق	~ ك
1	1	0	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	1

والمعنى أنه إذا كانت القضية ق صادقة فنفي ق ورمزها (~ ق) كاذبة .
فإذا قلنا علي مجتهد فنفيها هو (علي غير مجتهد)
إذا صدقت القضية (علي مجتهد) تكذب قضية (علي غير مجتهد)
وإذا كذبت القضية (علي مجتهد) تصدق قضية (علي غير مجتهد)

2- ثابت الفصل Conjuction:

- الفصل يقرأ (أو) ويطلق عليها الجمع المنطقي ويرمز لها بالرمز (∨)
- والفصل يتوسط بين قضيتين ليقرر بصدق واحدة منهما على الأقل .

مثال:

- إما أن يجتهد الطالب أو يرسب في الامتحان.

تتألف هذه القضية المركبة من مكونات ثلاثة :

- ثابت الفصل (إما..... أو.....) ويرمز له بالرمز (∨)
- القضية (يجتهد الطالب) يرمز لها بالرمز (ق)
- القضية (يرسب في الامتحان) ويرمز لها بالرمز (ك)

بارتباط المتغيرين (ق) و(ك) بثابت الفصل (∨) نحصل على دالة الفصل

وهذا الجدول يمثل حالات الصدق والكذب لدالة الوصل المكونة من قضيتين:

ق	ك	ق ٧ك
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- فإذا قلنا ق ٧ك نقرأ (ق أو ك) ويكفي أن تكون إحدى القضيتين صادقة أو كليهما .

3- ثابت الوصل Disjuction ودالته :

- الوصل يقرأ بالحرف (و) يسم العطف ويطلق عليه حاصل الضرب المنطقي ويرمز لها بالرمز (٨) يرمز له راسل بالنقطة (.)

- ويسمى بالقضية المتصلة، ويتحقق بين قضيتين في حالة واحدة فقط وهي صدق المقدم والتالي معا.

مثال :

الشمس ساطعة و الجو معتدل

يقوم ثابت الوصل بدور الربط بين قضيتين ليكون منهما قضية واحدة

في المثال المذكور :

الشمس ساطعة قضية1 نسميها (ق)

الجو معتدل قضية 2 نسميها (ك)

وبارتباط ق و ك بثابت الوصل (٨) تنشأ لنا دالة الوصل

وهذا الجدول يمثل حالات الصدق والكذب لدالة الوصل المكونة من قضيتين:

ق	ك	ق ∧ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- **ثابت الاستلزام أو الشرط Implication:**

- اللزوم المنطقي وهي من الثوابت المنطقية في الحساب التحليلي عند راسل،
- يقول فيه راسل (إن نسقنا المنطقي هو لزوم كلي في حساب القضايا)

مثال :

- زيد يتنفس يستلزم زيد حي.

يقوم ثابت الاستلزام بدور الربط بين قضيتين ليكون منهما قضية واحدة
في المثال المذكور :
زيد يتنفس قضية1 نسميها (ق) وهي المقدم
زيد حي قضية 2 نسميها (ك) وهي التالي.
وكون دالة الاستلزام تعني الشرط فإن صدق القضية الأولى يضمن ضمانا مطلقا صدق القضية الثانية،
وبارتباط ق و ك بثابت الاستلزام (←) تنشأ لنا دالة الاستلزام،
وهذا الجدول يمثل حالات الصدق والكذب لدالة الاستلزام المكونة من قضيتين

ق	ك	ق ← ك
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

- لا يتحقق الصدق عندما تكون القضية (ق) صادقة و(ك) كاذبة

- أمثلة :
- إذا كان س= 4 يلزم عنه س < 5 فهذه قضية صادقة.
- إذا كان س =4 يلزم عنه س >5 فهذه قضية كاذبة.
- إذا كان س≠ 4 يلزم عنه س < 5 فهذه قضية صادقة .
- إذا كان س≠ 4 يلزم عنه س > 5 فهذه قضية صادقة .

- في حين يتحقق الصدق في ثابت اللزوم :
- إذا كانت القضية الأولى (ق) صادقة والتالي (ك) صادقة
- إذا كانت (ق) كاذبة والتالي (ك) صادقة
- إذا كانت (ق) كاذبة والتالي (ك) كاذبة.

- **التكافؤ Equivalence:**

- وهنا ك ثابت التكافؤ بين القضايا،
- فإذا كان (ق) يلزم عنها (ك) ، و(ك) يلزم عنها (ق) قلنا إن هناك تكافؤ بين القضيتين أي (تكافؤ) منطقي :

في قولك إذا كان (س) عددا موجبا كان إذن (2س) عددا موجبا.
أو إذا كان (2س) عددا موجبا كان إذن (س) عددا موجبا.
ويمكن ترجمة ما سبق ذكره إلى لغة الرموز :
(ق←ك) ، وَ (ك←ق)
كان عندنا أن: (ق ↔ ك)
مثال:

- زيد يتنفس إذا وإذا فقط زيد حي

والمعنى إن زيد حي يشترط فيه أن زيدا يتنفس (ق ← ك)
وزيد يتنفس يشترط فيه أن زيدا حي (ك ← ق)
إذا زيد يتنفس إذا وإذا فقط زيد حي وهو معنى التكافؤ (↔)

- وبتطبيق قيمة الصدق على القضيتين المتكافئتين ينتج لنا :
- زيد حي وزيد يتنفس / هي قضية صادقة
- زيد حي ، زيد لا يتنفس : فهي قضية كاذبة
- زيد ليس حيا ، زيد يتنفس: قضية كاذبة
- زيد ليس حيا، زيد لا يتنفس/ قضية صادقة

ولا يتحقق التكافؤ المنطقي إلا في حالتي الصدق معا أو الكذب معا، كما هو مبين في الجدول التالي :

ق	ك	ق ↔ ك
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

أداوت منطقية أخرى ودوال صدقها :

هناك أدوات أخرى جاءت بعد راسل منها :

1- التنافر أو منع الفصل ودالته:

- التنافر بين القضايا أو منع الفصل يرمز لها بـــ: (↓) ، وتقرأ (لا ولا) وهو صدق اجتماع الكذب معا.

ق	ك	ق ↓ ك
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- يلاحظ من خلال الجدول أن الصدق في ثابت التنافر يكون إذا كذبت القضيتان معا،
- وتكذب في ما سوى ذلك.

2- **منع الوصل ودالته:**

منع الوصل يرمز له بـــ: (↑)، ويقرأ : (نعم ، ونعم) وهو كذب اجتماع الصدق معا

ق	ك	ق ↑ ك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

في ثابت منع الوصل، تكذب إذا صدقت القضيتان معا ، وتصدق فيما سوى ذلك.

3- الفصل القوي ودالته:

أداة الفصل القوي، وهو لا يجتمع على الصدق، ولا على الكذب، ويرمز له بالرمز Ⓥ ويرمز له بول بالرمز (W)

ق	ك	قⓋك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

نماذج لبعض جداول الصحة :

إن اتقان جداول دوال الصدق للثوابت المنطقية الرئيسة الخمسة النفي والفصل والوصل والاستلزام والتكافؤ هو القاعدة لاستنتاج مختلف الاحتمالات في جداول صدق متنوعة

وكذلك ما أضفناه من أدوات (كدالة منع الوصل ومنع الفصل والفصل القوي) فيمكنك استنتاج جداول كثيرة بتنويع الاحتمالات والأمثلة بناء على الجداول السابقة

جدول 1 هذا الجدول جامع لدوال الصدق للثوابت الخمسة المذكورة:

ق	ك	ـ ق	ـ ك	ق ←ك	ق ∧ ك	ق ∨ ك	ق ↔ ك
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	1

جدول 2

ق	ك	ق ←ك	ـ ق	ـ ق ∨ ك
1	1	1	0	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

نلاحظ من خلال الجدول 2 أن

ق تستلزم ك (ق ←ك) يساوي نفي ق أو ك (ـ ق ∨ ك).

جدول 3 فيه دالة **منع الوصل ↑ ودالة منع الفصل ↓ والفصل القوي** :

ق	ك	ق↑ك	ق ↓ ك	ق ⊻ ك
1	1	0	0	1
1	0	1	0	0
0	1	1	0	1
0	0	1	1	1