Université 8 mai 1945 - GUELMA | Série TD N°1 | Département de SM
L2 chimie (Mathématiques Appliquées) | Année:2024–2025

Exercice 1

① Calculer les intégrale suivant à l'aide des sommes de Riemann:

❶ $\displaystyle\int_1^2 x\,\mathrm{d}x$ ❷ $\displaystyle\int_0^1 x^2\,\mathrm{d}x$ ❸ $\displaystyle\int_0^1 e^x\,\mathrm{d}x$

② Calculer les limites des suites suivants

❶ $\displaystyle u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k\pi^2}{n^2}\cos\left(\frac{k\pi}{n}\right)$ ❷ $\displaystyle v_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}$ ❸ $\displaystyle w_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{k}{\sqrt{2n^4+k^2n^2}}$

Exercice 2

① Calculer les intégrales suivantes:

➾ $\displaystyle I_1 = \int_1^2 \left(x^2+\frac{3}{x^2}\right)\mathrm{d}x$ ➾ $\displaystyle I_2 = \int_0^1 \frac{x+1}{x^2+2x+5}\,\mathrm{d}x$ ➾ $\displaystyle I_3 = \int \frac{1}{2+e^{-x}}\,\mathrm{d}x$

② À l'aide d'intégrations par parties, calculer les intégrales suivantes:

➾ $\displaystyle I_1 = \int_1^e \ln(x)\,\mathrm{d}x$ ➾ $\displaystyle I_2 = \int_2^3 \frac{y}{\sqrt{y-1}}\,\mathrm{d}x$ ➾ $\displaystyle I_3 = \int_0^1 \arctan(x)\,\mathrm{d}x$

Exercice 3

Calculer les intégrales suivantes sur le domaine D:

① $\displaystyle I_1 = \iint_D \ln(x+y+1)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$ avec D est le triangle de sommets O, $A(1,0)$, $B(0,1)$.

② $\displaystyle I_2 = \iint_D (2x-y)^2\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$ avec D est le parallélogramme limité par les droites d'équations $y=x$, $y=2x$, $y=x+1$, $y=2x-2$.

② $\displaystyle I_3 = \iint_D xy\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$ avec D est l'intersection du disque de centre O et de rayon 1 et du disque de centre $\Omega(1,1)$ et de rayon 1.

③ $\displaystyle I_4 = \iint_D (x-y)^2\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ avec $D = \{(x,y)\in\mathbb{R}$ tel que $\sqrt{x}+\sqrt{y}\geq 1$ et $\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}\geq 1\}$

Exercice 4

Calculer $\displaystyle I = \iint_D f(x,y)\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y$ en utilisant les coordonnées polaires dans les cas suivants:

① D est la couronne limitée par les cercles de centre O et de rayons respectifs a et b $(0<a<b)$, avec $f(x,y) = \dfrac{1}{x^2+y^2}$

① D est limité par les axes et la droite d'équation $y=-2x+2$, avec $f(x,y)=2x+y$

① D est l'ensemble des points du carré $[0,1]\times[0,1]$ extérieurs au cercle de centre O et de rayon 1, avec $f(x,y) = \dfrac{xy}{1+x^2+y^2}$