مقيـــــــاس: إحصـــــــاء 1

المحور الثاني:

العرض الجدولي للبيانات

تمهيد الفصل:

بعد جمع البيانات والمعطيات الإحصائية نجد أنفسنا أمام بيانات غير مرتبة وغير منظمة، لذلك ومن أجل الوصول إلى نتائج يمكن تعميمها أو يمكن التنبؤ من خلالها لا بد من تنظيم وترتيب هذه البيانات كخطوة ثانية بعد جمعها في شكل جداول تكرارية.

1/ تعريف الجدول التكراري:

الجدول التكراري عبارة عن ترتيب منظم للبيانات الإحصائية في أسطر وأعمدة بقصد إبراز أهمية تلك البيانات وتسهيل قراءتها، ويختلف شكل الجدول التكراري تبعا لعدد المتغيرات المدروسة وكذا نوع البيانات.

2/ أنواع الجداول التكرارية: يوجد جداول تكرارية بسيطة وأخرى مركبة ويوجد أيضاً جداول تكرارية لبيانات نوعية وأخرى كمية.

1.2/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات النوعية (الكيفية): في هذا النوع من الجداول نجد بيانات غير عددية تكون في شكل صفات أو أنواع، ويتشكل الجدول التكراري في هذه الحالة من عمودين، يخصص العمود الأول للصفات بعد ترتيبها إن كانت قابلة للترتيب والعمود الثاني يخصص للتكرارات.

مثال 1: البيانات التالية تبين فصائل الدم لعشرين شخص:

A، AB، O، B، O، B، A، O، A، B، O، A، O، A، B، O، B، O، O، AB، A

المطلوب: عرض هذه البيانات في جدول تكراري.

فصيلة الدم	التكرار
A	5
B	5
O	8
AB	2
المجموع	**20**

2.2/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية المنفصلة: في هذا النوع من الجداول نجد بها بيانات عبارة عن أرقام عددية صحيحة مثل عدد المصانع أو عدد السكان أو عدد الأولاد، ويحتوي الجدول التكراري في هذه الحالة على عمودين، الأول يمثل قيم الظاهرة بعد ترتيبها والثاني التكرارات المطلقة (Fi) المقابلة لكل قيمة من قيم الظاهرة المدروسة

كما يُمكن إثراء الجدول التكراري البسيط من خلال إضافة أعمدة أخرى خاصة بكل من:

- **التكرار النسبي (Fr): la Fréquence relative** يتم حسابه من خلال تقسيم قيم التكرارات المطلقة على مجموع التكرارات ومنه: $Fr = \frac{F_i}{\sum F_i}$.

- **التكرار النسبي المئوي $Fr(\%)$:** هو عبارة عن التكرار النسبي مضروب في 100، ومنه: $Fr(\%) = Fr \times 100$

- **التكرار المتجمع الصاعد (Fcc):la Fréquence cumulée croissante** يُعرف التكرار المتجمع الصاعد على أنه مجموع التكرارات التي هي أقل من أو تساوي تكرار قيمة أو فئة ما.

ويُمكن أيضا حساب التكرار النسبي المتجمع الصاعد $Frcc$ حيث: $Frcc = \frac{Fcc}{\sum F_i}$ والتكرار النسبي المئوي المتجمع الصاعد $Frcc(\%)$ حيث: $Frcc(\%) = Frcc \times 100$

- **التكرار المتجمع النازل (Fcd):la Fréquence cumulée décroissante** يعرف التكرار المتجمع النازل على أنه مجموع التكرارات التي هي أكبر من أو تساوي تكرار قيمة أو فئة ما.

ويمكن أيضا حساب التكرار النسبي المتجمع النازل $Frcd$ حيث: $Frcd = \frac{Fcd}{\sum F_i}$ والتكرار النسبي المئوي المتجمع النازل $Frcd(\%)$ حيث: $Frcd(\%) = Frcd \times 100$.

مثال 2: ليكن لدينا الجدول التالي:

Xi	1	2	3	4	5
Fi	10	40	20	30	60

احسب قيم كل من: Fr، $Fr(\%)$، Fcc، Frcc، Frcc(%)، Fcd، $Frcd$، $Frcd(\%)$.

xi	Fi	Fr	$Fr(\%)$	Fcc	$Frcc$	$Frcc(\%)$	Fcd	$Frcd$	$Frcd(\%)$
1	10	0,0625	6,25	10	0,0625	6,25	160	1,00	100
2	40	0,2500	25,00	50	0,3125	31,25	150	0,9375	93,75
3	20	0,1250	12,50	70	0,4375	43,75	110	0,6875	68,75
4	30	0,1875	18,75	100	0,6250	62,50	90	0,5625	56,25
5	60	0,3750	37,50	160	1,00	100	60	0,3750	37,50
$\sum$	160	1,00	100(%)	-	-	-	-	-	-

3.2/ الجداول التكرارية البسيطة للبيانات الكمية المتصلة: هي أكثر الجداول استخداماً حيث يتم توزيع المفردات في هذه الحالة في مجالات جزئية تسمى فئات Classes، ولتشكيل الجدول التكراري الخاص بالبيانات الكمية المتصلة نتبع الخطوات التالية:

- **تحديد المدى العام:** يرمز له بالرمز E وهو المجال الذي تنتشر فيه البيانات إذ يمثل الفرق بين أكبر مشاهدة وأصغر مشاهدة، وعليه فإن: $E = X_i(\max) - X_i(min)$

- **تحديد عدد الفئات:** عادة يعطى عدد الفئات أو يتم حسابه بالاعتماد على العلاقة التالية:

$$L = 1 + 3{,}332 \log N$$

حيث: L: عدد الفئات، log: اللوغاريتم العشري، N: عدد المشاهدات.

- **تحديد طول الفئة**: يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى العام}}{\text{عدد الفئات}} \qquad K = \frac{E}{L}$$

مثال 3: أراد باحث أن يدرس توزيع الأجور الشهرية (10^3 دج) التي يحصل عليها عمال مؤسسة ما، حيث قام بجمع البيانات المبينة في الجدول التالي عن 40 عامل في هذه المؤسسة.

50	51	50	60	48	46	58	42	56	30	36	35	34	32	55	32	57	31	54	40
50	60	60	59	59	46	58	57	31	57	41	55	32	54	30	54	53	51	52	51

بافتراض أن هذا الباحث قام بتقسيم هذه البيانات إلى ستة (6) فئات شكل الجدول التكراري الفئوي. ثم احسب التوزيعات التكرارية النسبية والتجميعية المطلقة.

$$E = Xi(\max) - Xi(\min) = 60 - 30 = 30 \Rightarrow K = \frac{30}{6} = 5$$

Classes	30 – 35	35 – 40	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	$\sum$
Fi	8	2	3	3	11	13	40
Fr	0,20	0,05	0,075	0,075	0,275	0,325	1
Fr(%)	20	5	7,50	7,50	27,5	32,5	100%
Fcc	8	10	13	16	27	40	-
Fcd	40	32	30	27	24	13	-

4.2/ الجداول التكرارية المركبة:

يستخدم الجدول التكراري المركب عند دراسة ظاهرتين (خاصيتين) أو أكثر في آن واحد لمجتمع ما، ففي حالة إذا كنا نريد دراسة ظاهرتين فقط تخصص الأسطر لبيانات الظاهرة الأولى ويرمز لها بـ (Xi) وتخصص الأعمدة لبيانات الظاهرة الثانية ويرمز لها بـ (Yi).

مثال 4: عينة عشوائية تتكون من 100 أسرة، نريد معرفة التركيبة الأسرية من حيث عدد الأطفال (Xi) والنفقات الاستهلاكية للأسرة (10^3 دج) (Yi)، فكانت النتائج المتحصل عليها في الجدول التالي:

X_i / Y_i	0	1	2	3	$\sum$
$[20-30[$	3	8	6	3	20
$[30-40[$	8	15	12	13	48
$[40-50]$	4	7	11	10	32
$\sum$	15	30	29	26	**100**

من خلال الجدول أعلاه يُمكن إجراء بعض القراءات التالية:

- توجد 15 عائلة لها طفل واحد ونفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 30 و40 ألف دج؛
- توجد 48 عائلة نفقاتها الاستهلاكية محصورة بين 30 و40 ألف دج؛
- توجد 30 عائلة لها طفل واحد.

5.2/ الجداول التكرارية للتوزيعات غير المنتظمة:

في حالة ما إذا كان طول الفئات غير متساوي نلجأ إلى تعديل وتصحيح التكرارات إذا طلب منا حساب المنوال أو رسم المدرج التكراري، حيث: التكرار المعدل $=$ $\frac{\text{التكرار الأصلي}}{\text{طول الفئة}}$ $Fi^* = \frac{Fi}{K}$

طول الفئة = الحد الأعلى – الحد الأدنى

مثال 5: الجدول التالي يعرض التوزيع التكرار المطلق لـ 170 عامل في مزرعة حسب الأجر اليومي بالدولار:

الأجر اليومي	5 – 0	10 – 5	20 – 10	25 – 20	35 – 25	40 – 35
Fi	25	30	50	40	20	5

المطلوب: حساب التكرار المصحح (المعدل)

الحل: يمكن ملاحظة أن طول الفئات غير متساوي وبالتالي لا بد من حساب التكرار المعدل. حيث: $Fi^* = \frac{Fi}{K}$

الأجر اليومي	5 – 0	10 – 5	20 – 10	25 – 20	35 – 25	40 – 35
التكرار المطلق Fi	25	30	50	40	20	5
طول الفئة K	5	5	10	5	10	5
التكرار المعدل Fi^*	5	6	5	8	2	1

تمرين: فيما يلي بيانات تمثل أطوال 50 شخص (الوحدة سم)

152	152	152	153	153	154	154	154	155	155
156	156	156	156	156	157	157	157	158	158
159	159	160	160	160	160	160	160	161	162
162	162	163	164	164	164	164	165	166	167
168	168	168	169	169	170	171	171	171	172

1. بافتراض أن لدينا 5 فئات شكل الجدول التكراري الفئوي لهذه البيانات؛
2. حدد قيم كل من: Fr، $Fr(\%)$، Fcc، Fcd.

حل التمرين: تشكيل الجدول التكراري:

- حساب المدى العام: $E = X_i(\max) - X_i(\min) = 172 - 152 = 20$
- حساب طول الفئة: $K = \frac{E}{L} = \frac{20}{5} = 4$

ومنه يمكن تشكيل الجدول التكراري على النحو التالي:

Classes	*Fi*	*Fr*	*Fr(%)*	*Fcc*	*Fcd*
$[152 - 156[$	10	0,20	20	10	50
$[156 - 160[$	12	0,24	24	22	40
$[160 - 164[$	11	0,22	22	33	28
$[164 - 168[$	7	0,14	14	40	17
$[168 - 172]$	10	0,20	20	50	10
Σ	50	1	100%	-	-