

# المحاضرة 05

## الفائدة المركبة

## Intérêts composés

# عناصر المحاضرة

1. تعريف الفائدة المركبة
2. عناصر الفائدة المركبة
3. القانون الأساسي للجملة أو القيمة المحصلة بالفائدة المركبة
  - A. حساب القيمة المحصلة
  - B. حساب الفائدة المركبة
  - C. البحث عن قيمة الأصل
  - D. البحث عن معدل الفائدة المركبة
  - E. البحث عن مدة التوظيف

# الفائدة: المبلغ 100 دج معدل الفائدة 20% المدة 05 سنوات

## الفائدة المركبة

- 100
- 1.  $100+(100*0,2) =120$
- 2.  $120+(120*0,2) =144$
- 3.  $144+(144*0,2) =172,8$
- 4.  $172,8+(172,8*0,2) =207,36$
- 5.  $207,36+(207,36*0,2) =248,83$

## الفائدة البسيطة

- 100
- 1.  $100+(100*0,2) =120$
- 2.  $120+(100*0,2) =140$
- 3.  $140+(100*0,2) =160$
- 4.  $160+(100*0,2) =180$
- 5.  $180+(100*0,2) =200$

# 1. تعريف الفائدة المركبة

- نقول عن رأسمال انه **موظف بفائدة مركبة** إذا **أضفنا** في نهاية الفترة الزمنية الأولى الفائدة البسيطة المتحصل عليها لرأس المال كي تنتج بدورها فائدة في الفترة الزمنية المقبلة

## 2. عناصر الفائدة المركبة

### الأصل :

وهو المبلغ المالي  
الموظف لدى  
مؤسسة مالية مقابل  
الاستفادة من فائدة  
ونرمز له بالرمز **C**

### معدل الفائدة:

المعدل الموافق  
للفترة ونرمز له  
بـ **t**

### المدة:

عدد فترات التوظيف  
يرمز له بـ **n**

### الفائدة المركبة

يرمز لها بـ **I**

### الجملة او القيمة المحصلة

يرمز لها بـ **Cm**

## 2. عناصر الفائدة المركبة

المدة:

n

معدل الفائدة:

t

الأصل:

C

الفائدة المركبة

I

الجملة او القيمة المحصلة

Cm

### 3. القانون الأساسي للجملة أو القيمة المحصلة بالفائدة المركبة

$$C_m = C(1+t\%)^n$$

نستخدم الجدول المالي  
رقم 01 لحسابه

# A. حساب القيمة المحصلة

مثال عددي:

احسب جملة رأس مال قيمته 100000 دج وظف لمدة 03 سنوات بفائدة مركبة و بمعدل 6%

مثال عددي:

$$C=100000$$

$$t=0.06$$

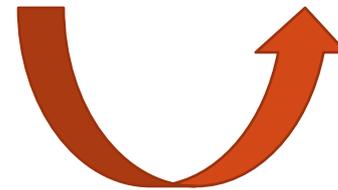
$$n= 3 \text{ سنوات}$$

$$Cm=?$$

$$C_m = C(1+t\%)^n$$

$$C_m = 100000(1+0.06)^3$$

$$C_m = 100000(1.06)^3$$



من الجدول المالي رقم 01

## APPENDIX A: FINANCIAL TABLES

**Table A1**

Future Value Factors for One Dollar Compounded at  $r$  Percent for  $n$  Periods

$$FVF_{r\%,n} = (1+r)^n$$

Period	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
1	1.010	1.020	1.030	1.040	1.050	1.060	1.070	1.080	1.090	1.100	1.110	1.120	1.130	1.140	1.150
2	1.020	1.040	1.061	1.082	1.103	1.124	1.145	1.166	1.188	1.210	1.232	1.254	1.277	1.300	1.323
3	1.030	1.061	1.093	1.125	1.158	1.191	1.225	1.260	1.295	1.331	1.368	1.405	1.443	1.482	1.521
4	1.041	1.082	1.126	1.170	1.216	1.262	1.311	1.360	1.412	1.464	1.518	1.574	1.630	1.689	1.749
5	1.051	1.104	1.159	1.217	1.276	1.338	1.403	1.469	1.539	1.611	1.685	1.762	1.842	1.925	2.011
6	1.062	1.126	1.194	1.265	1.340	1.419	1.501	1.587	1.677	1.772	1.870	1.974	2.082	2.195	2.313
7	1.072	1.149	1.230	1.316	1.407	1.504	1.606	1.714	1.828	1.949	2.076	2.211	2.353	2.502	2.660
8	1.083	1.172	1.267	1.369	1.477	1.594	1.718	1.851	1.993	2.144	2.305	2.476	2.658	2.853	3.059
9	1.094	1.195	1.305	1.423	1.551	1.689	1.838	1.999	2.172	2.358	2.558	2.773	3.004	3.252	3.518
10	1.105	1.219	1.344	1.480	1.629	1.791	1.967	2.159	2.367	2.594	2.839	3.106	3.395	3.707	4.046
11	1.116	1.243	1.384	1.539	1.710	1.898	2.105	2.332	2.580	2.853	3.152	3.479	3.836	4.226	4.652
12	1.127	1.268	1.426	1.601	1.796	2.012	2.252	2.518	2.813	3.138	3.498	3.896	4.335	4.818	5.350
13	1.138	1.294	1.469	1.665	1.886	2.133	2.410	2.720	3.066	3.452	3.883	4.363	4.898	5.492	6.153
14	1.149	1.319	1.513	1.732	1.980	2.261	2.579	2.937	3.342	3.797	4.310	4.887	5.535	6.261	7.076
15	1.161	1.346	1.558	1.801	2.079	2.397	2.759	3.172	3.642	4.177	4.785	5.474	6.254	7.138	8.137
16	1.173	1.373	1.605	1.873	2.183	2.540	2.952	3.426	3.970	4.595	5.311	6.130	7.067	8.137	9.358
17	1.184	1.400	1.653	1.948	2.292	2.693	3.159	3.700	4.328	5.054	5.895	6.866	7.986	9.276	10.761
18	1.196	1.428	1.702	2.026	2.407	2.854	3.380	3.996	4.717	5.560	6.544	7.690	9.024	10.575	12.375
19	1.208	1.457	1.754	2.107	2.527	3.026	3.617	4.316	5.142	6.116	7.263	8.613	10.197	12.056	14.232
20	1.220	1.486	1.806	2.191	2.653	3.207	3.870	4.661	5.604	6.727	8.062	9.646	11.523	13.743	16.367
21	1.232	1.516	1.860	2.279	2.786	3.400	4.141	5.034	6.109	7.400	8.949	10.804	13.021	15.668	18.822
22	1.245	1.546	1.916	2.370	2.925	3.604	4.430	5.437	6.659	8.140	9.934	12.100	14.714	17.861	21.645
23	1.257	1.577	1.974	2.465	3.072	3.820	4.741	5.871	7.258	8.954	11.026	13.552	16.627	20.362	24.891
24	1.270	1.608	2.033	2.563	3.225	4.049	5.072	6.341	7.911	9.850	12.239	15.179	18.788	23.212	28.625
25	1.282	1.641	2.094	2.666	3.386	4.292	5.427	6.848	8.623	10.835	13.585	17.000	21.231	26.462	32.919
30	1.348	1.811	2.427	3.243	4.322	5.743	7.612	10.063	13.268	17.449	22.892	29.960	39.116	50.950	66.212
35	1.417	2.000	2.814	3.946	5.516	7.686	10.677	14.785	20.414	28.102	38.575	52.800	72.069	98.100	133.176
40	1.489	2.208	3.262	4.801	7.040	10.286	14.974	21.725	31.409	45.259	65.001	93.051	132.782	188.884	267.864
45	1.565	2.438	3.782	5.841	8.985	13.765	21.002	31.920	48.327	72.890	109.530	163.988	244.641	363.679	538.769
50	1.645	2.692	4.384	7.107	11.467	18.420	29.457	46.902	74.358	117.391	184.565	289.002	450.736	700.233	1083.657

$$C_m = 100000(1.191)$$

$$C_m = 119100$$

## B. حساب الفائدة المركبة

$$I = Cm - C$$

بتعويض  $Cm$  بمعادلته نجد:

$$I = C(1+t\%)^n - C$$

باستخراج  $C$  كعامل مشترك نجد :

$$I = C \left[ (1+t\%)^n - 1 \right]$$

• بالتطبيق على المثال السابق نجد:

$$I = Cm - C$$

$$I = 119100 - 100000$$

$$I = 19100$$

بالطريقة الأخرى نجد:

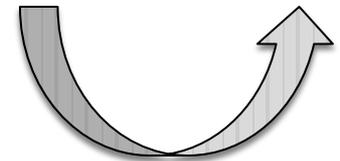
$$I = 100000 \left[ (1.06)^3 - 1 \right]$$

$$I = 19100$$

## C. البحث عن قيمة الأصل

$$C_m = C(1+t\%)^n$$

$$C = C_m \frac{1}{(1+t\%)^n}$$



نستخدم الجدول المالي  
رقم 02 لحسابه

**Table A2**Present Value Factors for One Dollar Discounted at  $r$  Percent for  $n$  Periods

$$PVF_{r\%,n} = 1/(1+r)^n$$

Period	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%	13%	14%	15%
1	0.990	0.980	0.971	0.962	0.952	0.943	0.935	0.926	0.917	0.909	0.901	0.893	0.885	0.877	0.870
2	0.980	0.961	0.943	0.925	0.907	0.890	0.873	0.857	0.842	0.826	0.812	0.797	0.783	0.769	0.756
3	0.971	0.942	0.915	0.889	0.864	0.840	0.816	0.794	0.772	0.751	0.731	0.712	0.693	0.675	0.658
4	0.961	0.924	0.888	0.855	0.823	0.792	0.763	0.735	0.708	0.683	0.659	0.636	0.613	0.592	0.572
5	0.951	0.906	0.863	0.822	0.784	0.747	0.713	0.681	0.650	0.621	0.593	0.567	0.543	0.519	0.497
6	0.942	0.888	0.837	0.790	0.746	0.705	0.666	0.630	0.596	0.564	0.535	0.507	0.480	0.456	0.432
7	0.933	0.871	0.813	0.760	0.711	0.665	0.623	0.583	0.547	0.513	0.482	0.452	0.425	0.400	0.376
8	0.923	0.853	0.789	0.731	0.677	0.627	0.582	0.540	0.502	0.467	0.434	0.404	0.376	0.351	0.327
9	0.914	0.837	0.766	0.703	0.645	0.592	0.544	0.500	0.460	0.424	0.391	0.361	0.333	0.308	0.284
10	0.905	0.820	0.744	0.676	0.614	0.558	0.508	0.463	0.422	0.386	0.352	0.322	0.295	0.270	0.247
11	0.896	0.804	0.722	0.650	0.585	0.527	0.475	0.429	0.388	0.350	0.317	0.287	0.261	0.237	0.215
12	0.887	0.788	0.701	0.625	0.557	0.497	0.444	0.397	0.356	0.319	0.286	0.257	0.231	0.208	0.187
13	0.879	0.773	0.681	0.601	0.530	0.469	0.415	0.368	0.326	0.290	0.258	0.229	0.204	0.182	0.163
14	0.870	0.758	0.661	0.577	0.505	0.442	0.388	0.340	0.299	0.263	0.232	0.205	0.181	0.160	0.141
15	0.861	0.743	0.642	0.555	0.481	0.417	0.362	0.315	0.275	0.239	0.209	0.183	0.160	0.140	0.123
16	0.853	0.728	0.623	0.534	0.458	0.394	0.339	0.292	0.252	0.218	0.188	0.163	0.141	0.123	0.107
17	0.844	0.714	0.605	0.513	0.436	0.371	0.317	0.270	0.231	0.198	0.170	0.146	0.125	0.108	0.093
18	0.836	0.700	0.587	0.494	0.416	0.350	0.296	0.250	0.212	0.180	0.153	0.130	0.111	0.095	0.081
19	0.828	0.686	0.570	0.475	0.396	0.331	0.277	0.232	0.194	0.164	0.138	0.116	0.098	0.083	0.070
20	0.820	0.673	0.554	0.456	0.377	0.312	0.258	0.215	0.178	0.149	0.124	0.104	0.087	0.073	0.061
21	0.811	0.660	0.538	0.439	0.359	0.294	0.242	0.199	0.164	0.135	0.112	0.093	0.077	0.064	0.053
22	0.803	0.647	0.522	0.422	0.342	0.278	0.226	0.184	0.150	0.123	0.101	0.083	0.068	0.056	0.046
23	0.795	0.634	0.507	0.406	0.326	0.262	0.211	0.170	0.138	0.112	0.091	0.074	0.060	0.049	0.040
24	0.788	0.622	0.492	0.390	0.310	0.247	0.197	0.158	0.126	0.102	0.082	0.066	0.053	0.043	0.035
25	0.780	0.610	0.478	0.375	0.295	0.233	0.184	0.146	0.116	0.092	0.074	0.059	0.047	0.038	0.030
30	0.742	0.552	0.412	0.308	0.231	0.174	0.131	0.099	0.075	0.057	0.044	0.033	0.026	0.020	0.015
35	0.706	0.500	0.355	0.253	0.181	0.130	0.094	0.068	0.049	0.036	0.026	0.019	0.014	0.010	0.008
40	0.672	0.453	0.307	0.208	0.142	0.097	0.067	0.046	0.032	0.022	0.015	0.011	0.008	0.005	0.004
45	0.639	0.410	0.264	0.171	0.111	0.073	0.048	0.031	0.021	0.014	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002
50	0.608	0.372	0.228	0.141	0.087	0.054	0.034	0.021	0.013	0.009	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001

• مثال تطبيقي:

$$C_m = 127960$$

$$t = 0.09$$

$$n = 7 \text{ سنوات}$$

$$C = 127960 \frac{1}{(1.09)^7}$$

$$C = 127960$$

$$x 0.5477 = 70000$$

# D. البحث عن معدل الفائدة المركبة

• مثال تطبيقي:

$$C = 25000$$

$$n = 11 \text{ سنة}$$

$$Cm_{11} = 58300$$

$$t = ?$$

$$Cm_{11} = 25000(1+t\%)^{11}$$

$$58300 = 25000 (1+t\%)^{11}$$

$$(1+t\%)^{11} = 58300 / 25000$$

$$(1+t\%)^{11} = 2.332$$

بحثنا في الجدول المالي رقم 01 وفي السطر

الذي يوافق  $n=11$  نجد بان هذا الرقم 2.332

يقابله عموديا عمود المعدل 8%

$$t = 8\%$$

# E. البحث عن مدة التوظيف

استخدام اللوغاريتم العشري

استخدام الجداول المالية

• مثال تطبيقي 03:

$$C = 40000$$

$$t=0.05 \text{ سداسيا}$$

$$C_m=96280$$

$$n = ?$$

# الحل بالطريقة الأولى : استخدام الجداول المالية

$$96280 = 40000 (1+0.05)^n$$

$$(1+0.05)^n = 96280/ 40000$$

$$(1.05)^n = 2.407$$

بحثنا في الجدول المالي رقم 01 وفي العمود

الذي يوافق  $t=5\%$  نجد بان هذا الرقم 2.407

يقابله أفقيا المدة 18 سداسي

سداسي  $n = 18$

## الحل بالطريقة الثانية : استخدام اللوغاريتم العشري

$$96280 = 40000 (1+0.05)^n$$

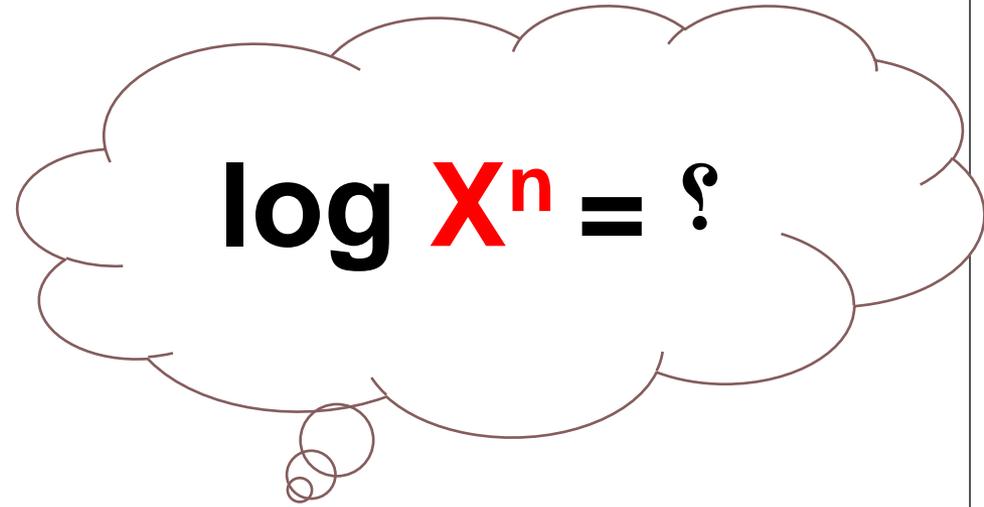
$$(1+0.05)^n = 96280/ 40000$$

$$(1.05)^n = 2.407$$

لإيجاد  $n$  ندخل اللوغاريتم على الطرفين:

$$\log (1.05)^n = \log 2.407$$

تذكير



**=**

**n log X**

$$\log (1.05)^n = \log 2.407$$

$$n \log (1.05) = \log 2.407$$


$$n \ 0.021 = 0.38$$

$$n = 0.38/0.021$$

$$n = 18 \text{ سداسي}$$

## التمرين

أودع شخص في بنك مبلغا معيناً بمعدل فائدة ما فبلغت جملته بعد 4 سنوات 134793.60 دج وبعد 6 سنوات بلغت الجملة 157223.255 دج .

1. أحسب معدل الفائدة المطبق في البنك .

2. أحسب رأس المال الأصلي .

$$134793,60=C(1+t)^4$$

$$157223,255=C(1+t)^6$$

$$C=\frac{134793,60}{(1+t)^4}$$

$$C=\frac{157223,255}{(1+t)^6}$$

$$C = \frac{134793,60}{(1+t)^4} = \frac{157223,55}{(1+t)^6}$$

$$\frac{134793,60}{(1+t)^4} = \frac{157223,55}{(1+t)^6}$$

$$134793,60 \cancel{(1+t)^6} = 157223,55 \cancel{(1+t)^4}$$

$$134793,60(1+t)^2 = 157223,55$$

$$(1+t)^2 = \frac{157223,255}{134793,60}$$

$$(1+t)^2 = 1,1664$$

$$1+t = \sqrt{1,664}$$

$$1+t = 1,08$$

$$T = \%8$$

$$C = \frac{134793,60}{(1+t)^4}$$

$$c = 137793,60 / 1,3604$$

$$C = 99083,79$$