

Série TD N°03

1 Variables séparables

Exercice 1

Donner l'ensemble des solutions des équations différentielles suivantes:

1. $y' = xe^y$, pour $x \in \mathbb{R}$
2. $yy' = x$, pour $x \in \mathbb{R}$
3. $y' = \frac{x^2 y^2}{1+x}$, pour $x \in \mathbb{R}_+^*$
4. $(x^2 + 1)y' + xy = 0$, pour $x \in \mathbb{R}$

2 Equations différentielles linéaires d'ordre 1

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, résoudre l'équation différentielle sur \mathbb{R} :

1. $y' + 4y = 0$,
2. $y' + y = 2e^x$
3. $y' + y = x^2 + 1$
4. $y' + y = \cos(2x)$
5. $y' - y = xe^{-4x}$

Exercice 3

On considère l'équation différentielle \mathcal{E}

$$y' + 2y = e^{-2x} \quad \text{sur } \mathbb{R} \quad (\mathcal{E})$$

1. Montrer que la fonction $f : x \rightarrow xe^{-2x}$ est solution de \mathcal{E} .
2. Résoudre \mathcal{E}

3 Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants

Exercice 4

Résoudre les équations différentielles linéaires non-homogènes du 2^{ème} ordre suivantes:

1. $y'' + y = x^2 - 1$
2. $3y'' + y' - 4y = \sin(x)$
3. $3y'' - y' - 2y = \cos(x)$
4. $y'' + 2y' + y = e^{-x}$

Exercice 5

On considère:

$$y'' - 3y' + 2y = f(x) \quad (\mathcal{E}_1)$$

1. Résoudre l'équation homogène associée à (\mathcal{E}_1)
2. Trouver une solution particulière lorsque $f(x) = 1$, $f(x) = e^x$ puis $f(x) = -3\sin(x)$.
3. Donner la forme générale des solutions quand $f(x) = 1 + e^x - 3\sin(x)$.

Exercice 6

Soit m un paramètre réel, on considère l'équation différentielle (\mathcal{E}_m)

$$y'' + (m - 9)y' + 4y = e^x \quad (\mathcal{E}_m)$$

1. Résoudre (\mathcal{E}_m) pour $m = 14$.
2. Résoudre (\mathcal{E}_m) pour $m = 13$.
3. Résoudre (\mathcal{E}_m) pour $m = 9$.