Département d'informatique
2ème année licence informatique
2023/2024
Dr. Chemseddine Chohra

Examen : Méthodes Numériques (Durée : 2h00)

Questions : (5 pts)

Choisir **la** bonne réponse (une seule) :

1. La norme infinie d'un vecteur est :
   A. La plus grande valeur absolue des composantes du vecteur.
   B. La plus petite valeur absolue des composantes du vecteur.
   C. La somme des valeurs absolues des composantes du vecteur.

2. L'intervalles des valeurs pouvant être présentées dans un format flottant dépend de :
   A. La taille de la mantisse.
   B. La taille de l'exposant.
   C. L'architecture du processeur.

3. La matrice d'itération de la méthode de Jacobi ***(B)*** est calculée à partir de :
   A. La matrice des coefficients du système ***(A)***.
   B. La matrice des coefficients du système *(A)* et du vecteur second membre *(b)*.
   C. La matrice des coefficients du système ***(A)*** et du vecteur solution ***(x)***.

4. Afin de résoudre une équation non linéaire de la forme $f(x) = 0$, la méthode de point fixe consiste à :
   A. Trouver up polynôme $g(x)$ en fonction de $f(x)$ puis trouver ses racines.
   B. Trouver une fonction $g(x)$ telle que $f(x) = g(x)$ et résoudre $g(x) = 0$.
   C. Trouver une fonction $g(x)$ telle que $f(x) = 0$ si $g(x) = x$, puis résoudre $g(x) = x$.

5. Une méthode itérative est :
   A. Toute méthode qui utilise une boucle pour son implémentation.
   B. Toute méthode qui retourne un vecteur comme solution.
   C. Toute méthode qui converge vers la solution en calculant une suite de valeurs approchées.

Exercice 1 : (2 pts)

Dans cet exercice, nous allons utiliser le format ***binary8*** pour coder (et décoder) les nombres flottants. Ce format utilise « 1 bit de **signe** », « 4 bits pour l'**exposant** » et « 3 bits de **mantisse** (+1 bit de normalisation) » avec un « biais d'exposant **X = 7** ».
Utiliser le format ***binary8*** pour décoder la valeur suivante :

- **$A = (01010101)_{binary8} = (??)_{10}$.**
  Signe = 0 → (+)
  Mantisse = 1.101
  Exposant = $(1010)_2 - 7 = 3$

$A = 1.101 \times 2^3 = (1101)_2 = 13$.

- **$B = (11001100)_{binary8} = (??)_{10}$.**
  Signe = 1 → (-)
  Mantisse = 1.100
  Exposant = $(1001)_2 - 7 = 2$
  $A = -1.1 \times 2^2 = -(110)_2 = -6$.

Exercice 2 : (8 pts)

Soit le système linéaire suivant (tourner la page) :

$$\begin{cases} 1x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

1. Ecrire le système sous sa forme matricielle.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

2. La matrice des coefficients est-elle inversible ? Justifier.
   Oui, car son déterminant n'est pas nul.
3. Décomposer la matrice de coefficients en multiplication de deux matrices triangulaires.
   A = L × U avec :

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, U = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Trouver la solution du système linéaire.
   Résoudre Ly = b, nous trouvons :

$$y = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

   Résoudre Ux = y, nous trouvons :

$$x = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Exercice 3 : (5 pts)

La fonction Matlab suivante calcule le déterminant d'une matrice

```
function determinant(A)
    if size(A) == 1
        return A(1,1);
    else
        row = 1;
        for col = 1:size(A)
            d = d + (-1) ^ (row + col) * A(row, col)
                * determinant(A(2:end, 1:col-1, col+1:end));
        end
    end
end
```

- La fonction contient quelques erreurs. Trouvez et corrigez-les.

```
function d = determinant(A)
    if size(A, 1) == 1
        d = A(1,1);
    else
        row = 1;
        d = 0;
        for col = 1:size(A, 1)
            d = d + (-1) ^ (row + col) * A(row, col)
                * determinant(A(2:end, [1:col-1, col+1:end]));
        end
    end
end
```