الإجابة النموذجية لمادة الإحصاء 3

التمرين الأول: (07 نقاط)

I-1-$X \rightsquigarrow B(n;p) \Rightarrow X \rightsquigarrow B(20;0,15)$ (0,25)

$P(X=x_i)=c_n^{x_i}p^{x_i}q^{n-x_i} \quad ;x=0,1,2,\dots\dots,n$(0,25)

$P(X=x_i)=c_{20}^{x_i}0,15^{x_i}0.85^{20-x_i} \quad ;x=0,1,2,\dots\dots,20$(0,25)

2- $P(X\leq 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+p(X=3)+P(X=4)$

$=c_{20}^{0}0,15^{0}0.85^{20}+c_{20}^{1}0,15^{1}0.85^{19}+c_{20}^{2}0,15^{2}0.85^{18}+c_{20}^{3}0,15^{3}0.85^{17}+c_{20}^{4}0,15^{4}0.85^{16}$

$=0,0387(0,5)+0,1867(0,5)+0,2293(0,5)+0,2428(0,5)+0,1821(0,5)$

$=0,8296$ (0,25)

II-1-$\begin{cases} n=32>30 \\ n.p=4,8<5 \\ P>0,01 \end{cases}$

لا يمكن التقريب لا للتوزيع الطبيعي ولا لتوزيع بواسون لكن الاحتمال يتأثر لأن حجم العينة تغير (0,25).

$P(X\leq 4)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+p(X=3)+P(X=4)$

$=c_{32}^{0}0,15^{0}0.85^{32}+c_{32}^{1}0,15^{1}0.85^{31}+c_{32}^{2}0,15^{2}0.85^{30}+c_{32}^{3}0,15^{3}0.85^{29}+c_{32}^{4}0,15^{4}0.85^{18}$

=0,4641(0,25)

2-$\begin{cases} n=40>30 \\ n.p=6>5 \\ n.p.q=5,1>5 \end{cases}$ (0,25) $\Rightarrow$ نقرب التوزيع الثنائي للتوزيع الطبيعي(0,25)

$P(X=10)=P\left(\frac{(10-0.5)-6}{\sqrt{5,1}}\leq Z\leq\frac{(10+0.5)-6}{\sqrt{5,1}}\right)=F(1,99)-F(1,54)$

$=0,9767-0,93822=0,0348(0,50)$

III-1-$\begin{cases} n=100>30 \\ n.p=2<5 \\ p=0,01 \end{cases}$ (0,25) $\Rightarrow$ نقرب التوزيع الثنائي إلى توزيع بواسون(0,25

$P(X=5)=\frac{2^5e^{-2}}{5!}=0,036$ (0,50)

2-$P(2\leq x<5)=\frac{2^2e^{-2}}{2!}+\frac{2^3e^{-2}}{3!}+\frac{2^4e^{-2}}{4!}=0,2706(0,25)+0,1804(0,25)+0,0902(0,25)$

$=0,5412(0,25)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

$E(X) = 4 = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4} = 0{,}25$ (0,25) $\Rightarrow X \rightsquigarrow E(0{,}25)$ (0,25)

1 1- $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \ x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 0{,}25e^{-0{,}25x} & , \ x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$ (0,50)

2- $P(3 \leq x \leq 6) = F(6) - F(3) = \left(1 - e^{-0{,}25(6)}\right) - \left(1 - e^{-0{,}25(3)}\right) = e^{-0{,}75} - e^{-1{,}5}$

$= 0{,}4723(0{,}75) - 0{,}2231(0{,}75) = 0{,}2492(0{,}50)$

3- 2- $P(x \geq 4) = 1 - \left(1 - e^{-0{,}25(4)}\right)(0{,}50) = e^{-1} = 0{,}3678(0{,}50)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1-$P(x \geq 12) = 0{,}02275 \Rightarrow P(x \leq 12) = 1 - 0{,}02275 = 0{,}97725$

$$\Rightarrow \ P\left(Z \leq \frac{12 - \mu}{\sigma}\right) = 0{,}97725(0{,}25)$$

$\Rightarrow \frac{12-\mu}{\sigma} = 2$ (من جدول التوزيع الطبيعي المرفق بالامتحان) $\Rightarrow 12 - \mu = 2\sigma(0{,}50)$

$$P(x \geq 3) = 0{,}15866 \Rightarrow P(x \leq 3) = 1 - 0{,}15866 = 0{,}84134$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{3 - \mu}{\sigma}\right) = 0{,}84134(0{,}25)$$

$\Rightarrow \frac{3-\mu}{\sigma} = 1$ (من جدول التوزيع الطبيعي المرفق بالامتحان) $\Rightarrow 3 - \mu = \sigma(0{,}50)$

بالتعويض بالمعادلة الثانية في الأولى نجد: $12 - \mu = 2(3 - \mu) \Rightarrow \mu =$ (0,50) $, \sigma = 9(0{,}50)$

$P(5 \leq X \leq 9) = P\left(\frac{5-(-6)}{9} \leq Z \leq \frac{9-(-6)}{9}\right) = F(1{,}66) - F(1{,}22) = 0{,}95154 - 0{,}88877 = 0{,}06268(01)$

2- $P\ (T_{20} \leq 1{,}987) = 0{,}9681$ (0,25)

حيث : $\left\{\begin{matrix} P - 0{,}95 \longrightarrow 1{,}987 - 1{,}725 \\ 0{,}975 - 0{,}95 \longrightarrow 2{,}086 - 1{,}725 \end{matrix}\right\} \Rightarrow P$

$$= \frac{(0{,}975 - 0{,}95).(1{,}987 - 1{,}725)}{(2{,}086 - 1{,}725)} + 0{,}95(0{,}25)$$

$T_{(13,0{,}975)} = 2{,}16$ (0,50)

$T_{(17,0{,}7)} = 0{,}534$ (0,50)

التمرين الرابع: (04 نقاط)

1- $f_1(x) = \frac{x+1}{21} + \frac{x+2}{21} = \frac{2x+3}{21}$ (0,50), $f_2(y) = \frac{1+y}{21} + \frac{2+y}{21} + \frac{3+y}{21} = \frac{6+3y}{21}$ (0,50)

2- تكوين جدول التوزيع التكراري المشترك:

X \ Y	1	2	$f_1(x)$
1	$^2/_{21}$	$^3/_{21}$	$^5/_{21}$
2	$^3/_{21}$	$^4/_{21}$	$^7/_{21}$
3	$^4/_{21}$	$^5/_{21}$	$^9/_{21}$
$f_2(y)$	$^9/_{21}$	$^{12}/_{21}$	$^{21}/_{21} = 1$

كل قيمة في الجدول تنقط على (0,125) والجدول بكامله (1,50)

3- $\mu_X = \sum xf(x) = \sum x(\frac{2x+3}{21}) = 1\frac{5}{21} + 2\frac{7}{21} + 3\frac{9}{21} = \frac{46}{21} = 2{,}1904(0{,}50)$

$$\sigma_X^2 = \sum x^2 f(x) - \mu_X = \left(1^2\frac{5}{21} + 2^2\frac{7}{21} + 3^2\frac{9}{21}\right)(0{,}25) - \left(\frac{46}{21}\right)^2$$

$$= \frac{114}{21} - \left(\frac{46}{21}\right)^2 = 1{,}5828(0{,}25)$$

$$\mu_y = \sum yf(y) = \sum y(\frac{6+3y}{21}) = 1\frac{9}{21} + 2\frac{12}{21} = \frac{33}{21} = 1{,}5714(0{,}50)$$

$$\Sigma_y^2 = \sum y^2 f(y) - \mu_y = \left(1^2\frac{9}{21} + 2^2\frac{12}{21}\right)(0{,}25) - \left(\frac{33}{21}\right)^2$$

$$= \frac{57}{21} - \left(\frac{33}{21}\right)^2 = 0{,}2449(0{,}25)$$