

Examen de rattrapage : Méthodes Numériques

Questions : (4 pts)

1. Dire si les méthodes de résolution de systèmes linéaires suivantes sont des méthodes directes ou itératives ?
 - Méthode de Jacobi.
Itérative.
 - Elimination de Gauss.
Directe.
 - Backward substitution (algorithme de descente).
Directe.
 - Méthode de Gauss-Seidel.
Itérative.
2. Lesquels des formats suivants sont mentionnés dans le standard IEEE-754 ?
 - ~~Binary24.~~
 - **Binary32.**
 - ~~Binary48.~~
 - **Binary64.**

Exercice 1 : (6 pts)

Soit le format flottant *binary8* qui utilise :

- 1 bit de **signe**.
- 4 bits pour l'**exposant** avec un biais d'exposant $X = 7$.
- 3 bits de **mantisse** (+1 bit de normalisation).

Décoder les nombres suivants codés en format *binary8* (Donner le résultat en décimal).

- $A = (01100011)_{\text{binary8}}$.
Signe = 0 => +.
Exposant biaisé $E = (1100)_2 = 12$.
Exposant réel $e = E - 7 = 5$.
Mantisse = $(1.011)_2$.
 $A = 1.011 * 2^5 = (101100)_2 = 44$.
- $B = (11001110)_{\text{binary8}}$.
 $B = -1.110 * 2^2 = -(111)_2 = -7$.
- $C = (01101001)_{\text{binary8}}$.
 $C = 1.001 * 2^6 = (1001000)_2 = 72$.

Coder les nombres décimaux suivants en format *binary8* (faire des arrondis si nécessaire)

- $D = 15$.
 $D = (1111)_2 = 1.111 * 2^3$.
Signe positif => 0.
Mantisse = 111.
Exposant biaisé $E = 3 + 7 = 10 = (1010)_2$.
 $D = (01010111)_{\text{binary8}}$.
- $E = -30$.

$$E = (11011111)_{\text{binary}8}.$$

- $F = 9.$

$$F = (01010001)_{\text{binary}8}.$$

Exercice 2 : (6 pts)

Soit les trois (3) matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -8 & 6 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer les déterminants des matrices A, B et C.

$$\text{Det}(A) = 4 * 5 - (-3) * 5 = 35.$$

$$\text{Det}(B) = 2 * 1 - (-4) * (-2) = -6.$$

$$\text{Det}(C) = 4 * 6 - (-3) * (-8) = 0.$$

2. Les matrices A, B et C sont-elles inversibles ? justifier.

La matrice A est inversible parce que son déterminant n'est pas nul.

La matrice B est inversible parce que son déterminant n'est pas nul.

La matrice C n'est pas inversible parce que son déterminant est nul.

Exercice 3 : (4 pts)

Soit le système triangulaire suivant :

$$\begin{cases} -4x_1 & = -12 \\ 4x_1 + 3x_2 & = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 - 3x_3 & = 9 \end{cases}$$

1. Donner la matrice de coefficients A et le vecteur du second membre b correspondant au système précédent.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 \\ 5 & 3 & -3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -12 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

2. Résoudre le système $Ax = b$.

$$x_1 = b_1 / a_{11} = -12 / -4 = 3.$$

$$x_2 = (b_2 - (a_{21} * x_1)) / a_{22} = -4.$$

$$x_3 = (b_3 - (a_{31} * x_1 + a_{32} * x_2)) / a_{33} = -2.$$