Département d'informatique
$2^{ème}$ année licence informatique
2021/2022
Dr. Chemseddine Chohra

Examen de Rattrapage : Méthodes Numériques (Durée : 2h00)

Questions : (4 pts)

Choisir la bonne (une seule) réponse :

1. Une matrice est inversible si.
   A. Son déterminant est nul.
   B. Son déterminant n'est pas nul.
   C. Si sa norme est inférieure à un.
   D. Si sa norme est supérieure à un.
2. Combien de bit utilisent les formats binaires pour coder le signe d'un nombre flottant.
   A. 1 bit.
   B. 2 bits.
   C. 64 bits.
   D. 128 bits.
3. Pour qu'un système linéaire admette une solution unique il faut que (il est nécessaire que) :
   A. Le vecteur de second membre soit nul.
   B. Le vecteur de second membre ne soit pas nul.
   C. La matrice de coefficients soit inversible.
   D. La matrice de coefficients ne soit pas inversible.
4. La factorisation LU a pour but de décomposer :
   A. Une matrice triangulaire en multiplication de deux matrices diagonales.
   B. Une matrice non carrée en multiplication de deux matrices carrées.
   C. Une matrice carrée en multiplication d'une matrice triangulaire inférieure et une matrice triangulaire supérieure.
   D. Une matrice non inversible en multiplication de deux matrices inversibles.

Exercice 1 : (8 pts)

Pour coder un nombre flottant, nous utilisons le format ***binary8*** qui utilise :

- 1 bit de signe.
- 4 bits pour l'exposant.
- 3 bits de mantisse (+1 bit de normalisation).
- Biais d'exposant X = 7.

1. Décoder les nombres suivants codés en format ***binary8*** (Donner le résultat en décimal).
   - A = $(01100101)_{binary8}$.
     Signe = + (0).
     Mantisse = 1.101.
     Exposant = $(1100)_2$ – X = 12 – 7 = 5.

$A = 1.101 * 2^5 = (110100)_2 = 52$.

- B = $(01010111)_{binary8}$.

  $B = 1.111 * 2^{10-7} = (1111)_2 = 15$.

- C = $(11001100)_{binary8}$.

  $C = -1.100 * 2^{9-7} = -(110)_2 = -6$.

Effectuer les opérations suivantes au format ***binary8*** en arrondi au plus proche (donner le résultat final en décimal).

- A ⊕ C.

  $A \oplus C = round(A + C) = round(1.101 * 2^5 - 1.100 * 2^2)$

  $= round(1.101 * 2^5 - 0.0011 * 2^5) = round(1.0111 * 2^5)$

  $= 1.100 * 2^5 = (110000)_2 = 48$.

  ($1.011 * 2^5 = 44$ et aussi considérée comme réponse juste)

- A ⊖ B.

  $A \ominus B = round(A - B) = round(1.101 * 2^5 - 0.01111 * 2^5)$

  $= round(1.101 * 2^5 - 0.01111 * 2^5) = round(1.00101 * 2^5)$

  $= 1.001 * 2^5 = (100100)_2 = 36$.

- B ⊗ C.

  $B \otimes C = round(B * C) = -round(1.111 * 2^3 * 1.1 * 2^2) = -round(1.111 * 1.1 * 2^{3+2})$

  $= -round(10.1101 * 2^5) = -round(1.01101 * 2^6)$

  $= -1.011 * 2^6 = -(1011000)_2 = -88$.

Exercice 2 : (6 pts)

Soit le système linéaire suivant (tournez la page) :

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + x_3 = 3 \\ 6x_1 - 9x_2 + 5x_3 = 14 \\ 2x_1 + 5x_2 + 9x_3 = 20 \end{cases}$$

1. Donner la matrice de coefficients ***A*** et le vecteur du second membre ***b*** correspondant au système précédent.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 6 & -9 & 5 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 14 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

2. Utiliser la méthode de Gauss pour transformer le système en un système triangulaire équivalent.

$L_2 = L_2 – L_1 * 3$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 9 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

$L_3 = L_3 – L_1$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 9 & 8 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

$L_3 = L_3 – L_2 * 3$.

$$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

3. Résoudre le système triangulaire obtenu.

   $x_3 = b_3 / a_{3,3} = 2 / 2 = 1.$

   $x_2 = (b_2 - a_{2,3} * x_3) / a_{2,2} = (5 - 2 * 1) / 3 = 1.$

   $x_1 = (b_1 - a_{1,3} * x_3 - a_{1,2} * x_2) / a_{1,1} = (3 - 1 * 1 + 4 * 1) / 2 = 6 / 2 = 3.$

Exercice 3 : (2 pts)

La fonction Matlab suivante calcule le déterminant d'une matrice ***A*** (supposée carrée) :

```
function d = determinant(A)
  n = size(A, 1);
  if n == 1
    d = A(1, 1);
  else
    d = 1;
    d = 0;
    for i = 1:n
      d = d + (-1)^(1 + i) * A(1, i) *
                determinant(A(2:n, [1:i-1 i+1:n]));
    end
  end
end
```

- La fonction comporte quelques erreurs, trouver, et corriger les erreurs pour que la fonction marche correctement.